



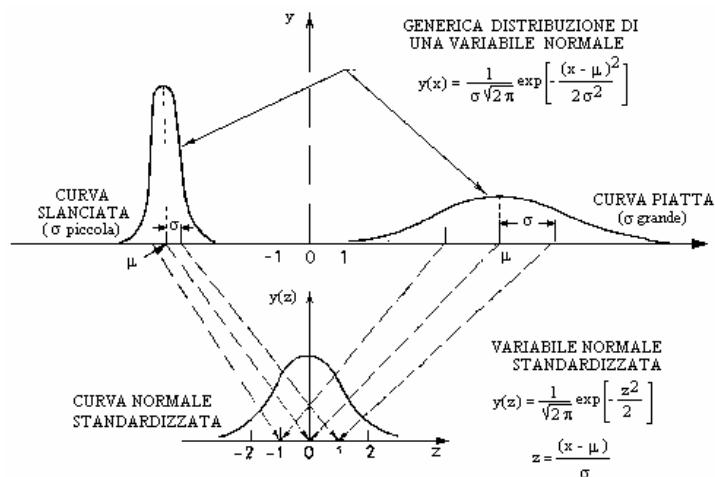
Indice

1. Frequenza e Probabilità
2. Parametri Statistici
3. Curva di Gauss
4. Altre Distribuzioni



La Curva di Gauss

Curva di Gauss Standardizzata



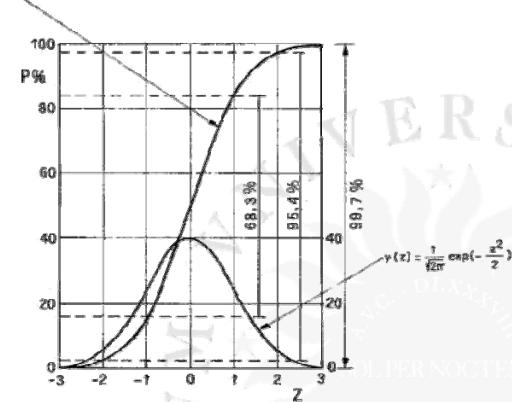
**La Curva di Gauss**

le aree sottese alla curva di probabilità rappresentano la probabilità che l'evento casuale abbia un valore compreso tra gli estremi d'integrazione.

la probabilità che l'evento sia inferiore ad un assegnato valore x (e quindi al valore corrispondente di z) risulta:

$$P_n(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad \text{funzione di probabilità cumulata}$$

$$P_{ns}(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad \text{funzione di probabilità cumulata standardizzata}$$

**La Curva di Gauss****Valori della distribuzione normale standardizzata**

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,39894	0,39892	0,39886	0,39876	0,39862	0,39844	0,39822	0,39797	0,39767	0,39733
0,1	0,39695	0,39654	0,39608	0,39559	0,39505	0,39448	0,39387	0,39322	0,39253	0,39181
0,2	0,39104	0,39024	0,38940	0,38833	0,38762	0,38667	0,38568	0,38466	0,38361	0,38251
0,3	0,38139	0,38023	0,37903	0,37780	0,37654	0,37524	0,37391	0,37255	0,37115	0,36973
0,4	0,36827	0,36578	0,36326	0,36371	0,36213	0,36053	0,35889	0,35723	0,35553	0,35381
0,5	0,35207	0,35029	0,34849	0,34667	0,34482	0,34294	0,34105	0,33912	0,33718	0,33521
0,6	0,33322	0,33121	0,32918	0,32713	0,32506	0,32297	0,32086	0,31874	0,31659	0,31443
0,7	0,31225	0,31006	0,30785	0,30569	0,30339	0,30114	0,29887	0,29659	0,29431	0,29200
0,8	0,28969	0,28737	0,28504	0,28269	0,28034	0,27799	0,27562	0,27334	0,27086	0,26848
0,9	0,26609	0,26369	0,26129	0,25880	0,25647	0,25406	0,25164	0,24923	0,24681	0,24439
1,0	0,24197	0,23955	0,23713	0,23471	0,23230	0,22988	0,22747	0,22506	0,22265	0,22025
1,1	0,21785	0,21546	0,21307	0,21069	0,20831	0,20594	0,20357	0,20121	0,19886	0,19652
1,2	0,19419	0,19186	0,18954	0,18724	0,18494	0,18265	0,18037	0,17810	0,17585	0,17360
1,3	0,17137	0,16915	0,16694	0,16474	0,16256	0,16033	0,15823	0,15603	0,15395	0,15183
1,4	0,14973	0,14764	0,14559	0,14350	0,14146	0,13943	0,13742	0,13542	0,13344	0,13147
1,5	0,12952	0,12733	0,12566	0,12376	0,12188	0,12001	0,11816	0,11632	0,11451	0,11270
1,6	0,11092	0,10916	0,10741	0,10568	0,10396	0,10227	0,10059	0,09893	0,09728	0,09566
1,7	0,09405	0,09246	0,09089	0,08933	0,08780	0,08628	0,08474	0,08329	0,08183	0,08038
1,8	0,07895	0,07754	0,07614	0,07477	0,07341	0,07207	0,07074	0,06943	0,06814	0,06687
1,9	0,06562	0,06438	0,06318	0,06195	0,06077	0,05959	0,05844	0,05720	0,05618	0,05508
2,0	0,05399	0,05292	0,05186	0,05082	0,04980	0,04879	0,04780	0,04682	0,04586	0,04491
2,1	0,04998	0,04807	0,04622	0,04428	0,04226	0,04024	0,03835	0,03671	0,03788	0,03706
2,2	0,03547	0,03470	0,03394	0,03319	0,03246	0,03174	0,03103	0,03034	0,02965	0,02888
2,3	0,02833	0,02768	0,02705	0,02643	0,02582	0,02522	0,02463	0,02406	0,02349	0,02294
2,4	0,02239	0,02186	0,02134	0,02083	0,02033	0,01984	0,01936	0,01888	0,01842	0,01797
2,5	0,01753	0,01709	0,01667	0,01625	0,01585	0,01545	0,01508	0,01468	0,01430	0,01394
2,6	0,01358	0,01323	0,01289	0,01258	0,01223	0,01191	0,01162	0,01129	0,01100	0,01071
2,7	0,01042	0,01014	0,00987	0,00961	0,00935	0,00909	0,00885	0,00860	0,00837	0,00814
2,8	0,00792	0,00770	0,00748	0,00727	0,00707	0,00687	0,00666	0,00649	0,00631	0,00613
2,9	0,00595	0,00578	0,00562	0,00545	0,00530	0,00514	0,00499	0,00485	0,00470	0,00457
3,0	0,00443	0,00430	0,00417	0,00405	0,00393	0,00381	0,00369	0,00358	0,00347	0,00337
3,1	0,00327	0,00317	0,00307	0,00289	0,00288	0,00278	0,00277	0,00262	0,00275	0,00246
3,2	0,00238	0,00231	0,00224	0,00226	0,00210	0,00203	0,00196	0,00190	0,00184	0,00178
3,3	0,00172	0,00167	0,00161	0,00156	0,00151	0,00146	0,00141	0,00136	0,00132	0,00127
3,4	0,00123	0,00119	0,00115	0,00111	0,00107	0,00104	0,00100	0,00097	0,00094	0,00090
3,5	0,00087	0,00084	0,00081	0,00079	0,00076	0,00073	0,00071	0,00068	0,00066	0,00063



La Curva di Gauss

**Distribuzione normale
cumulata $P_{ns}(z)$**

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6404	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8886	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9068	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9404	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9606	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9899	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998



La Curva di Gauss

Funzione Standardizzata (f) e Cumulata (F) tra $-\infty$ ed un valore z_0

<i>z</i>	<i>f</i>	<i>F</i>	<i>z</i>	<i>f</i>	<i>F</i>
0,0	0,398942	0,500000	2,1	0,043984	0,982136
0,1	0,396953	0,539828	2,3	0,028327	0,989276
0,2	0,391043	0,579260	2,4	0,022395	0,991802
0,3	0,381338	0,617911	2,5	0,017528	0,993790
0,4	0,368270	0,655422	2,6	0,013583	0,995339
0,5	0,352065	0,691462	2,7	0,010421	0,996533
0,6	0,333225	0,725747	2,8	0,007915	0,997445
0,7	0,312254	0,758036	2,9	0,005953	0,998134
0,8	0,289692	0,788145	3,0	0,004432	0,998650
0,9	0,266085	0,815940	3,1	0,003267	0,999032
1,0	0,241971	0,841345	3,2	0,002584	0,999313
1,2	0,194186	0,884930	3,3	0,001723	0,999517
1,3	0,171369	0,903200	3,4	0,001232	0,999663
1,4	0,149727	0,919243	3,5	0,000873	0,999767
1,5	0,129518	0,933193	3,6	0,000612	0,999841
1,6	0,110921	0,945201	3,7	0,000425	0,999892
1,7	0,094049	0,955435	3,8	0,000292	0,999928
1,8	0,078950	0,964070	3,9	0,000199	0,999952
1,9	0,065616	0,971283	4,0	0,000134	0,999968



La Curva di Gauss

Differenti modalità di tabulazione della curva F(z) standardizzata

z ₁	1-2(1-F(z))	2(1-F(z))	1-2(1-F(z))/2	1-F(z)	F(z)
1000	0,6827	0,3173	0,3413	0,1587	0,8413
1960	0,9500	0,0500	0,4750	0,0250	0,9750
2000	0,9545	0,0455	0,4772	0,0228	0,9772
2576	0,9900	0,0100	0,4950	0,0050	0,9950
3000	0,9973	0,0027	0,4986	0,0014	0,9986

$$\begin{aligned}
 R(-3 \leq z \leq 3) &= 2R(0 \leq z \leq 3) - 1 = 2 \cdot 0,998650 - 1 = 0,99730 \\
 R(0 \leq z \leq 3) &= R(3) - 0,5 = 0,998650 - 0,5 = 0,49865 \\
 R(3 \leq z \leq \infty) &= 1 - R(3) = 1 - 0,998650 = 0,00135 \\
 R(-\infty \leq z \leq 3) &= R(3) = 0,998650
 \end{aligned}$$



La Curva di Gauss

Esercizio N.1:

Si supponga che la taratura di una termocoppia fornisca una misura media di temperatura pari a $\mu_T = 100.0^\circ\text{C}$ con uno scarto tipo di $\sigma_T = 0.2^\circ\text{C}$, in corrispondenza di un misurando pari a $T = 100.00^\circ\text{C} \pm 0.05^\circ\text{C}$.

Qual'è la probabilità di misurare con questa termocoppia, sempre in corrispondenza di $T = 100.00^\circ\text{C} \pm 0.05^\circ\text{C}$, una temperatura compresa tra 100.2°C e 100.5°C ?



$$P(100.2 \leq T \leq 100.5) = P(1 \leq z_T \leq 2.5) = F(2.5) - F(1) = 0.9938 - 0.8413 = 15.25\%$$

*La Curva di Gauss***Esercizio N.2:**

i parametri della distribuzione di misure, μ e σ , sono noti e si vogliono conoscere gli estremi a e b dell'intervallo, centrato su μ , il quale comprende un livello di probabilità fissato p .

In effetti ciò si traduce nel trovare il valore z_0 della variabile standardizzata normale tale che:

$$P(-z_0 \leq z \leq z_0) = p$$

Di conseguenza i valori di a e b cercati sono quelli che soddisfano la relazione:

$$P(-z_0\sigma \leq x - \mu \leq z_0\sigma) = p$$

$$P(\mu - z_0\sigma \leq x \leq \mu + z_0\sigma) = p$$

quindi:

$$a = \mu - z_0\sigma$$

$$b = \mu + z_0\sigma$$

*La Curva di Gauss***Esercizio N.3:**

sono noti sia il livello di probabilità p che gli estremi a e b dell'intervallo e si vogliono conoscere i parametri μ e σ della distribuzione di misure affinché l'intervallo $[a,b]$, all'interno del quale cade la probabilità p , sia il più piccolo possibile.

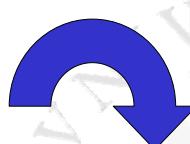
Tra tutti gli intervalli possibili il più piccolo è quello centrato sulla media μ , per le note proprietà della distribuzione normale.

Quindi, essendo noto che: $P(a \leq x \leq b) = p$

sapendo che:

$$a = \mu - z_0\sigma$$

$$b = \mu + z_0\sigma$$



ed avendo ipotizzato $[a,b]$ centrato su μ si ha che:

$$\mu = (a+b)/2$$

$$z_0\sigma = (b-a)/2$$

$$quindi: a = (a+b)/2 - z_0\sigma$$

$$che fornisce: \sigma = (b-a)/2z_0$$

Esercitazione

lettura	deviazione $x - \bar{x}_g \pm r$	r^2	$\pm z$	$y(z)$
n°	[m]	$(x - \bar{x}_g)^2$		
1	39,9	39,5-40,17+ -0,67	0,448	-1,28
2	39,1	39,1-40,17+ -1,07	1,145	-2,06
3	39,7	39,7-40,17+ -0,47	0,223	-0,90
4	40,0	40,0-40,17+ -0,17	0,029	-0,33
5	40,2	40,2-40,17+ +0,03	0,001	+0,266
6	40,3	40,3-40,17+ +0,13	0,017	+0,25
7	40,0	40,0-40,17+ -0,17	0,029	-0,33
8	40,1	40,1-40,17+ +0,03	0,001	+0,058
9	40,6	40,6-40,17+ +0,43	0,186	+0,03
10	40,2	40,2-40,17+ +0,03	0,001	+0,058
11	40,1	40,1-40,17+ -0,07	0,005	-0,13
12	40,0	40,0-40,17+ -0,17	0,029	-0,33
13	39,7	39,7-40,17+ -0,47	0,223	-0,90
14	40,0	40,0-40,17+ -0,17	0,029	-0,33
15	39,4	39,4-40,17+ -0,77	0,593	-1,48
16	40,5	40,5-40,17+ +0,33	0,109	+0,63
17	40,7	40,7-40,17+ +0,53	0,281	+1,02
18	40,5	40,5-40,17+ +0,33	0,109	+0,63
19	41,3	41,3-40,17+ +1,13	1,278	+2,17
20	41,0	41,0-40,17+ +0,83	0,690	+1,60
21	40,7	40,7-40,17+ +0,53	0,281	+1,02
22	40,0	40,0-40,17+ +0,63	0,397	+1,21
23	37,9	39,9-40,17+ -0,27	0,073	-0,52
24	39,4	39,4-40,17+ -0,77	0,593	-1,48
25	40,4	40,4-40,17+ +0,23	0,053	+0,44
Σ	1004,2		6,819	
media	40,17	0,417	0,273	

lettura	numero pari	numero dispari		
n°	$s_{\text{av}}(x - \bar{x}_g)$	s_2	$s_{\text{av}}(x - \bar{x}_g)$	s_2^2
1	39,6			
2	39,1	-1,06	1,12	
3	39,7			-0,45
4	40,0	-0,16	0,026	
5	40,2			+0,05
6	40,3	+0,14	0,020	
7	40,0			-0,15
8	40,2	+0,04	0,0016	
9	40,6			+0,45
10	40,2	+0,04	0,0016	
11	40,1			-0,05
12	40,0	-0,16	0,026	
13	39,7			-0,45
14	40,0	-0,16	0,026	
15	39,4			-0,75
16	40,5	+0,34	0,116	
17	40,7			+0,55
18	40,5	+0,34	0,116	
19	41,3			+1,15
20	41,0	+0,04	0,706	
21	40,7			+0,55
22	40,8	+0,64	0,41	
23	39,9			-0,25
24	39,4	-0,76	0,58	
25	40,4			
Σ	1004,2		3,149	3,595