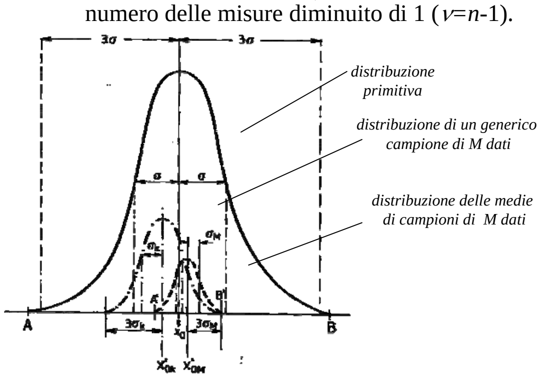
Indice

1. Frequenza e Probabilità
2. Parametri Statistici
3. Curva di Gauss
4. Altre Distribuzioni

Misure poco numerose: "*t* " di student

- nel caso non sia possibile effettuare un numero di misure adeguato ($n<25$) la distribuzione normale non può essere più utilizzata e si ricorre ad altri modelli (*t* di student).
- al posto della semplice media e varianza devono utilizzarsi media e varianza campionaria ed in luogo della variabile standardizzata $z_{\alpha/2}$ deve utilizzarsi la variabile $t_{\nu,\alpha/2}$, dove n è il numero di gradi di libertà pari al numero delle misure diminuito di 1 ($\nu=n-1$).



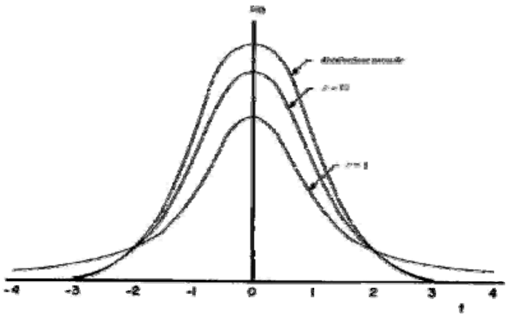
$$\sigma_M = \frac{\sigma}{\sqrt{M}}$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{6\sigma}{6\sigma_M} = \sqrt{M}$$

$$x'_{0k} \rightarrow x_0 \quad per \quad M \rightarrow \infty$$

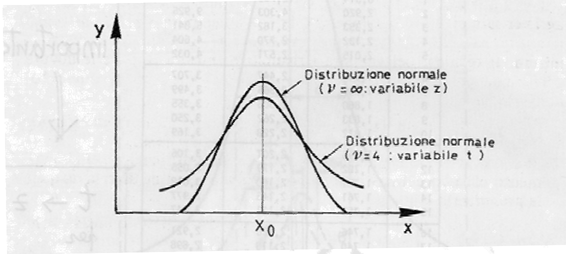
$$x'_{0M} \rightarrow x_0 \quad per \quad M \rightarrow \infty$$

Altre Distribuzioni



$n \to \infty \qquad x = X_0 \pm z\sigma$

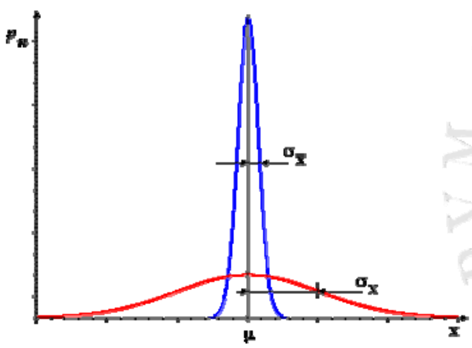
$n \neq \infty \qquad x = X_0 \pm t\sigma$



Università degli Studi di Cassino
Corso di Fondamenti di Metrologia Meccanica

Altre Distribuzioni

L’affidabilità della stima della media di un campione può essere pertanto migliorata aumentando il numero di misure n costituenti il campione.
La proporzionalità inversa di tipo quadratico rende praticamente inefficace un aumento del numero di misure oltre 20-25 valori.



Distribuzione *t* di student cumulata $P_n(t)$

v \ t	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5
1	0.5000	0.6476	0.7500	0.8128	0.8524	0.8789	0.8976	0.9114	0.9220	0.9304
2	0.5000	0.6667	0.7887	0.8638	0.9082	0.9352	0.9523	0.9636	0.9714	0.9770
3	0.5000	0.6743	0.8045	0.8847	0.9303	0.9561	0.9712	0.9803	0.9860	0.9898
4	0.5000	0.6783	0.8130	0.8960	0.9419	0.9666	0.9800	0.9876	0.9919	0.9946
5	0.5000	0.6809	0.8184	0.9030	0.9490	0.9728	0.9850	0.9914	0.9948	0.9968
6	0.5000	0.6826	0.8220	0.9079	0.9538	0.9767	0.9880	0.9936	0.9964	0.9979
7	0.5000	0.6838	0.8247	0.9114	0.9572	0.9795	0.9900	0.9950	0.9974	0.9986
8	0.5000	0.6847	0.8267	0.9140	0.9597	0.9815	0.9915	0.9960	0.9980	0.9990
9	0.5000	0.6855	0.8283	0.9161	0.9617	0.9831	0.9925	0.9966	0.9984	0.9993
10	0.5000	0.6861	0.8296	0.9177	0.9633	0.9843	0.9933	0.9971	0.9987	0.9994
12	0.5000	0.6869	0.8315	0.9203	0.9657	0.9860	0.9945	0.9978	0.9991	0.9996
14	0.5000	0.6876	0.8329	0.9221	0.9674	0.9873	0.9952	0.9982	0.9993	0.9998
16	0.5000	0.6881	0.8339	0.9235	0.9686	0.9882	0.9958	0.9985	0.9995	0.9998
18	0.5000	0.6884	0.8347	0.9245	0.9696	0.9888	0.9962	0.9987	0.9996	0.9999
20	0.5000	0.6887	0.8354	0.9254	0.9704	0.9894	0.9965	0.9989	0.9996	0.9999
25	0.5000	0.6893	0.8366	0.9269	0.9718	0.9903	0.9970	0.9991	0.9998	0.9999
30	0.5000	0.6896	0.8373	0.9280	0.9727	0.9909	0.9973	0.9993	0.9998	1.0000
35	0.5000	0.6899	0.8379	0.9287	0.9733	0.9914	0.9975	0.9994	0.9998	1.0000
40	0.5000	0.6901	0.8383	0.9293	0.9738	0.9917	0.9977	0.9994	0.9999	1.0000
45	0.5000	0.6902	0.8387	0.9297	0.9742	0.9919	0.9978	0.9995	0.9999	1.0000

"*t*" di student a diversi intervalli di confidenza

$\nu = N-1$	$t_{90\%}$	$t_{95\%}$	$t_{99\%}$
1	6,314	12,706	63,657
2	2,920	4,303	9,925
3	2,353	3,182	5,841
4	2,132	2,770	4,604
5	2,015	2,571	4,032
6	1,943	2,447	3,707
7	1,895	2,365	3,499
8	1,860	2,306	3,355
9	1,833	2,262	3,250
10	1,812	2,228	3,169
11	1,796	2,201	3,106
12	1,782	2,179	3,055
13	1,771	2,160	3,012
14	1,761	2,145	2,977
15	1,753	2,131	2,947
16	1,746	2,120	2,921
17	1,740	2,110	2,898
18	1,734	2,101	2,878
19	1,729	2,093	2,861
20	1,725	2,086	2,845
21	1,721	2,080	2,831
22	1,717	2,074	2,819
23	1,714	2,069	2,807
24	1,711	2,064	2,797
25	1,708	2,060	2,787
26	1,706	2,056	2,779
27	1,703	2,052	2,771
28	1,701	2,048	2,763
29	1,699	2,045	2,756
30	1,697	2,042	2,750
40	1,684	2,021	2,704
60	1,671	2,000	2,660
∞	1,645	1,960	2,576

Se, ad esempio, P = 0.95 allora $z_{0.95}$*=1.96 e quindi l'intervallo di confidenza al 95% sarà* $1.96u_c$*. Nel caso di 10 soli campioni il valore corrispondente di t diventa 2,26 in luogo di 1,96*

Tipi di Distribuzione: Distribuzione Normale

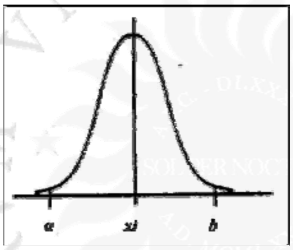
Si ipotizza una distribuzione normale per i possibili valori della grandezza in ingresso x_i e si stimano due limiti, uno inferiore *a* ed uno superiore *b*.

In realtà per una distribuzione normale non esiste un intervallo contenente il 100% dei valori possibili, ma l'intervallo 99,73% li contiene "quasi tutti".

La miglior stima della grandezza $\mathbf{x_i}$ e del suo **scarto tipo** sarà allora:

$$x_i = \left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$u^2(x_i) = \frac{1}{9}\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$



Distribuzione Rettangolare

è la distribuzione più conservativa, ovvero quella che a parità di altre condizioni sovrastima lo scarto tipo, è quella rettangolare.

in assenza di informazioni specifiche è ragionevole assumere una distribuzione rettangolare.

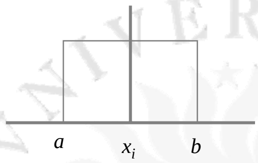
si ipotizzano per la variabile casuale x_i in ingresso due limiti, uno inferiore *a* ed uno superiore *b*, tali che l'intervallo tra *a* e *b* contiene il 100% dei possibili valori.

si suppone inoltre che i valori compresi in questo intervallo siano ugualmente probabili ovvero che la distribuzione della probabilità è uniforme.

la miglior stima della grandezza $\mathbf{x_i}$ e del suo scarto tipo sarà allora:

$$x_i = \left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$u^2(x_i) = \frac{1}{3}\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

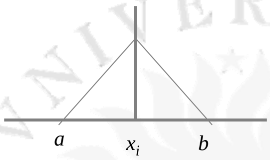


Distribuzione Triangolare

Ma nel caso sia realistico supporre che i valori prossimi agli estremi siano meno probabili di quelli centrali, è ragionevole ipotizzare una distribuzione normale o, per semplicità, una distribuzione triangolare.

Si ipotizzano per la grandezza in ingresso due limiti, uno inferiore *a* ed uno superiore b, tali che l'intervallo tra *a* e b contiene il 100% dei possibili valori.

Si suppone che i valori compresi in questo intervallo siano distribuiti secondo una distribuzione triangolare.



La miglior stima della grandezza $\mathbf{x_i}$ e del suo **scarto tipo** sarà allora:

$$x_i = \left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$u^2(x_i) = \frac{1}{6}\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

Intervallo e Livello di Confidenza

fissata la media (μ) e lo scarto (σ) di una popolazione, si vogliono conoscere gli estremi a e b dell'intervallo centrato su μ e che comprenda un livello di probabilità fissato ($1-\alpha$):

- il livello di probabilità è detto ***livello di confidenza***
- l'intervallo [a,b] è detto ***intervallo di confidenza***

l'intervallo di confidenza statistico

- ± 1σ (k=1) corrisponde un livello di confidenza 68.27 %
- ± 2σ (k=2) il livello di confidenza è pari al 95.45%
- ± 3σ (k=3) il livello di confidenza è pari al 99.73%