

GENERALITÀ	2
SISTEMI DI CONVERSIONE CA/CC A SEMIONDA	2
▪ <i>Carico ohmico-induttivo.....</i>	<i>3</i>
▪ <i>Carico attivo.....</i>	<i>9</i>
IL FENOMENO DELLA COMMUTAZIONE	10
▪ <i>ANDAMENTO DELLA CORRENTE ASSORBITA DAL SISTEMA ELETTRICO DI ALIMENTAZIONE</i>	<i>13</i>
▪ <i>RIDUZIONE DEL VALORE MEDIO DELLA TENSIONE AI CAPI DEL CARICO</i>	<i>15</i>
SISTEMI DI CONVERSIONE C.A./C.C. A DOPPIA SEMIONDA	16
▪ <i>Alcune considerazioni circa la deformazione della corrente is.....</i>	<i>21</i>
IL FENOMENO DELLA COMMUTAZIONE	25
▪ <i>ANDAMENTO DELLA CORRENTE ASSORBITA DAL SISTEMA ELETTRICO DI ALIMENTAZIONE.....</i>	<i>26</i>
▪ <i>RIDUZIONE DEL VALORE MEDIO DELLA TENSIONE AI CAPI DEL CARICO.....</i>	<i>27</i>

Generalità

I sistemi di conversione non controllati impiegano unicamente diodi per i quali lo stato di conduzione dipende dal valore della tensione anodo – catodo, V_{ak} . Con tali sistemi è ovviamente possibile realizzare soltanto la conversione dalla tensione alternata alla tensione continua (conversione ca/cc).

I sistemi di conversione ca/cc o sistemi di raddrizzamento possono essere, innanzitutto, distinti in sistemi di tipo monofase e di tipo trifase. Nel seguito si considerano i sistemi di tipo monofase per i quali si analizzano le caratteristiche essenziali ai morsetti di uscita ed ai morsetti di ingresso. In particolare si evidenzieranno le principali caratteristiche della tensione ai morsetti di uscita e della corrente ai morsetti di ingresso. I sistemi di tipo trifase saranno che impiegano diodi saranno studiati come caso particolare di sistemi di conversione controllati all'accensione con angolo di ritardo all'accensione pari a zero.

Sistemi di conversione ca/cc a semionda

Un sistema di conversione ca/cc a semionda, impiegante soltanto un diodo, rappresenta il sistema più semplice di raddrizzamento.

La tensione che si realizza ai morsetti di uscita è caratterizzata da un'elevata ondulazione alla frequenza della tensione di alimentazione che rende il suo eventuale filtraggio meno agevole e meno economico rispetto ad altre configurazioni caratterizzate da ondulazioni a frequenze multiple della fondamentale della tensione di alimentazione. Inoltre, la corrente assorbita dall'alimentazione è caratterizzata da un'elevata componente continua che rende improponibile l'impiego di un trasformatore di alimentazione. Tali considerazioni rendono le configurazioni a semionda non applicabili in circuiti reali a meno che non si tratti di applicazioni di "basso livello"; nonostante ciò la loro semplicità consente una introduzione agevole ai concetti di base della conversione ca/cc.

▪ *Carico ohmico-induttivo*

Si consideri il circuito in Fig.1 nel quale un carico resistivo è alimentato da un sistema ideale di alimentazione equivalente ad generatore monofase sinusoidale, $v_s = \sqrt{2}V\sin\omega t$.

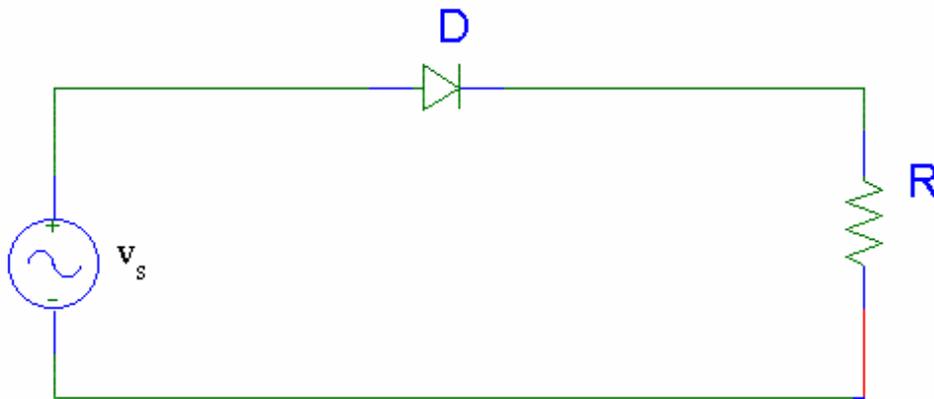


Fig.1: Circuito ideale di alimentazione di un carico resistivo attraverso un semplice diodo.

Quando $v_s > 0$ il diodo, supposto ideale, è direttamente polarizzato, entra in conduzione e, quindi, sul carico è applicata la piena tensione di alimentazione. Quando $v_s < 0$ il diodo è interdetto

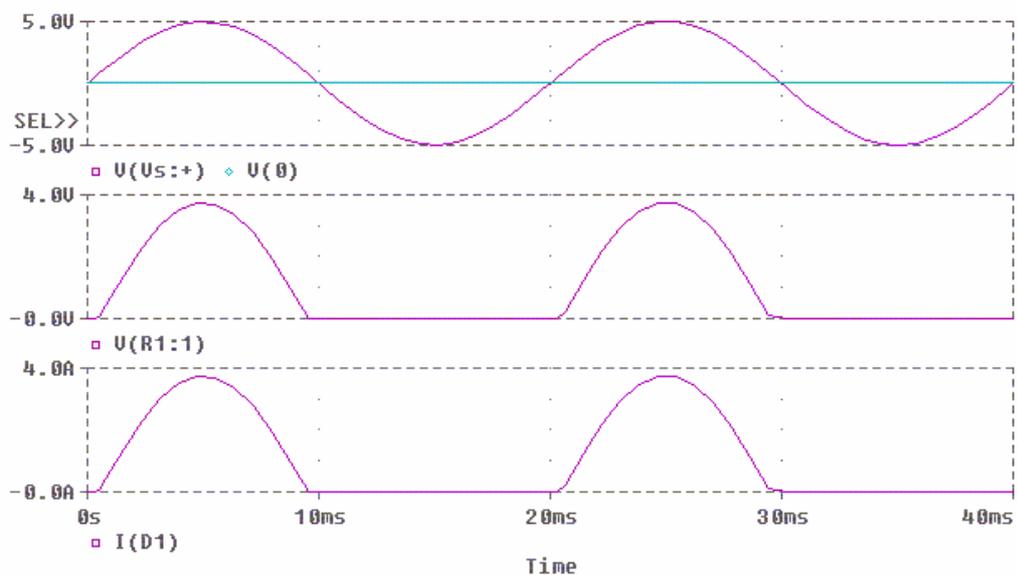


Fig.2: Andamento temporale delle grandezze elettriche del circuito di Fig.1.

ed al carico non è applicata la tensione. La Fig.2 mostra l'andamento temporale delle grandezze elettriche del circuito.

Sul carico è applicata tensione non più alternativa, ma periodica a valore medio non nullo calcolabile come segue:

$$V_o = \frac{1}{T} \int_T v_o(\omega t) d\omega t = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_o(\omega t) d\omega t =$$
$$\frac{\sqrt{2}V}{2\pi} \int_0^{\pi} \sin\omega t d\omega t = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi} [-\cos(\omega t)]_0^{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot V \cong 0,45 \cdot V$$
$$V_o \cong 45\%V$$

Si consideri lo stesso circuito di alimentazione, questa volta, connesso ad un carico ohmico-induttivo, come riportato in Fig.3.

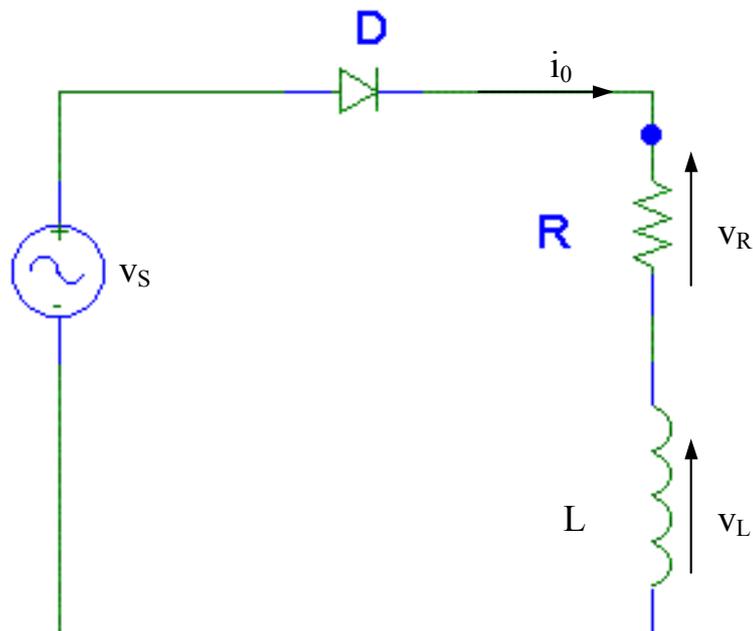


Fig.3: Circuito ideale di alimentazione a un carico ohmico – induttivo attraverso un semplice diodo.

Per il circuito valgono le seguenti relazioni:

$$v_L = L \frac{di_o}{dt}$$

$$v_R = Ri_o$$

$$v_S = v_R + v_L \Rightarrow v_L = v_S - v_R$$

$$v_S - v_R = \begin{cases} v_S - v_R > 0 \rightarrow v_L > 0 \rightarrow di_o/dt > 0 & i_o \neq 0 \text{ crescente} \\ v_S - v_R = 0 \rightarrow v_L = 0 \rightarrow di_o/dt = 0 & i_o \neq 0 \text{ max} \\ v_S - v_R < 0 \rightarrow v_L < 0 \rightarrow di_o/dt < 0 & i_o \neq 0 \text{ decrescente} \end{cases}$$

La presenza della induttanza determina una traslazione della i_o rispetto alla tensione di alimentazione v_s secondo l'andamento riportato in Fig.4.

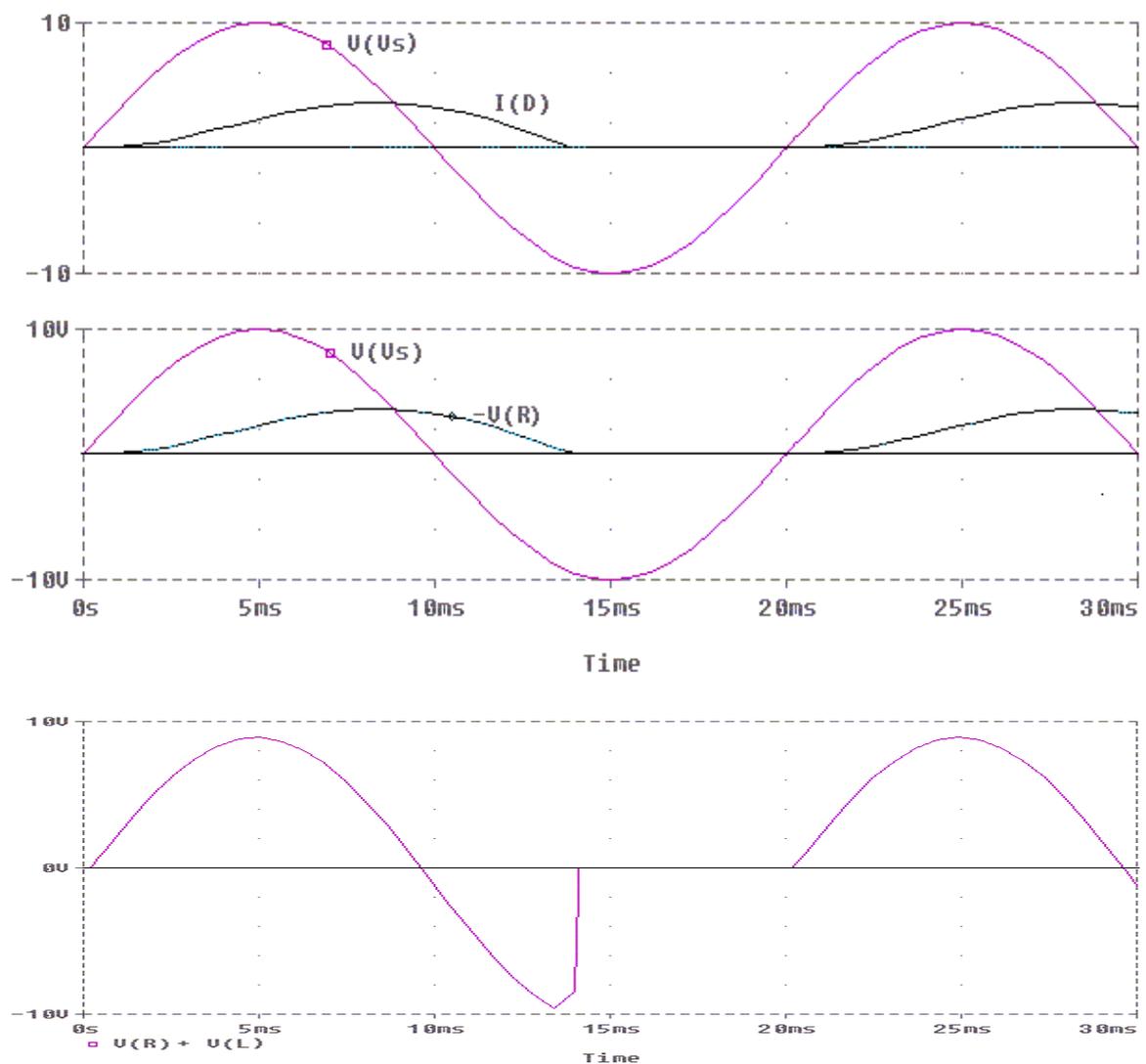


Fig. 4: Andamento delle grandezze elettriche del circuito di Fig. 3

Solo quando i_0 si annulla il diodo si interdice e resta in tale stato fino alla successiva semionda positiva di v_s . Come si può notare, rispetto al caso di carico puramente resistivo, abbiamo un valore medio V'_o più basso per la presenza di un tratto negativo della v_s . In particolare V'_o può essere calcolato come segue:

$$V'_o = \frac{1}{2\pi} \int_0^T v_o(\omega t) d\omega t = \frac{1}{2\pi} \left\{ \underbrace{\int_0^\pi v_o(\omega t) d\omega t}_{V_{o|L=0}} + \underbrace{\int_\pi^{T^*} v_o(\omega t) d\omega t}_{A^* < 0} \right\}$$

Per calcolare il valore V'_o è allora necessario calcolare l'area A^* di valore negativo da sommare al valore medio V^0 pari a circa 0.45 V. Per calcolare tale integrale deve essere noto il valore T^* . A tale fine è utile derivare l'espressione della corrente $i_0(\omega t)$ e determinare poi l'istante T^* nel quale si annulla. Con riferimento al circuito di Fig.3 si ha:

$$v_s = v_L + v_R \Rightarrow \sqrt{2}V \sin \omega t = L \frac{di_o}{dt} + R i_o$$

Per cui si ottiene

$$i_o = \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cdot \sin(\omega t - \varphi) + K e^{-t/\tau}$$

$$\text{dove } \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R} \quad \text{e} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

Imponendo le condizioni iniziali $i_o(\omega t = 0) = 0$ si determina K ossia:

$$0 = \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(-\varphi) + k \Rightarrow k = \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin \varphi$$

Per cui

$$i_o(\omega t) = \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \left[\sin(\omega t - \varphi) + \sin \varphi e^{-t/\tau} \right]$$

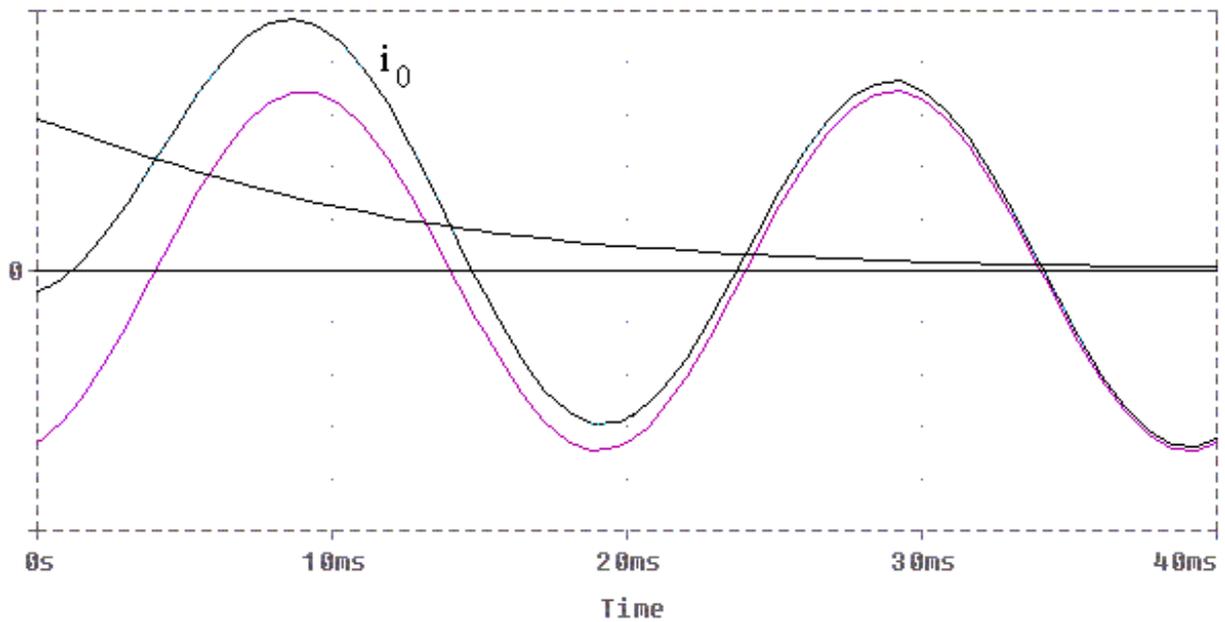


Fig. 5: Andamento temporale della i_0 .

L'espressione della i_0 , pari alla somma di un termine sinusoidale e di uno aperiodico, (Fig.5) consente di derivare la condizione di interdizione che si ha nell'istante T^* , pari a:

$$i_0(\omega t^*) = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}V}{Z} \left[\sin(\omega t^* - \varphi) + \sin\varphi e^{-t^*/\tau} \right] = 0$$

$$\sin(\omega t^* - \varphi) + \sin\varphi e^{-t^*/\tau} = 0$$

La relazione ricavata è un'equazione che non può essere risolta analiticamente.

Un modo alternativo per calcolare t^* parte dalla presenza dell'induttanza che impone, a regime, che sia nullo l'integrale della tensione ai suoi capi calcolato in un periodo ossia:

$$\int_{t_1}^{t_1+T} v_L dt = 0$$

$$\text{poiché } i(t_1) = i(t_1 + T)$$

Da tale considerazione, si ottiene per il circuito di Fig.3 che:

$$\int_{t_0}^{t^*} \frac{vL}{L} dt = 0 \Rightarrow \int_0^{t_1} \frac{vL}{L} dt + \int_{t_1}^{t^*} \frac{vL}{L} dt = 0$$

Quindi l'istante t^* cercato è quello tale che l'area sottesa dalla v_L tra 0 e t_1 è uguale a quella sottesa tra t_1 e t^* .

▪ *Carico attivo*

Si consideri il circuito in Figura 6 nel quale un circuito a semplice semionda alimenta un carico caratterizzato da un generatore interno di tensione in corrente continua.

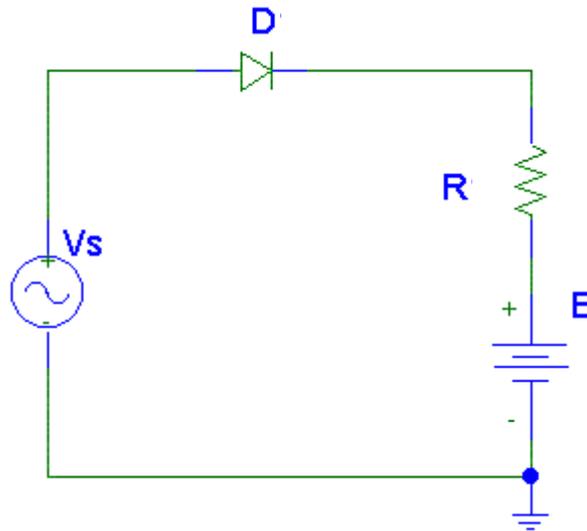


Fig. 6: Circuito a semionda che alimenta un carico attivo

Per il circuito in Fig. 6 valgono le semplici relazioni:

$$v_S = v_R + E = Ri + E$$

$$v_S - E = Ri \Rightarrow i = \frac{v_S - E}{R}$$

$$\begin{cases} v_S \leq E \rightarrow i_o = 0 \\ v_S > E \rightarrow i_o \neq 0 \end{cases}$$

Lo stato di conduzione e di interdizione del diodo dipende quindi dalla differenza tra il valore istantaneo del generatore di alimentazione sinusoidale e il valore del generatore ai morsetti di uscita. La corrente (Fig.7) ha un andamento impulsivo caratterizzato da un intervallo di conduzione tanto più breve quanto più è elevato il valore E del generatore ai morsetti di uscita.

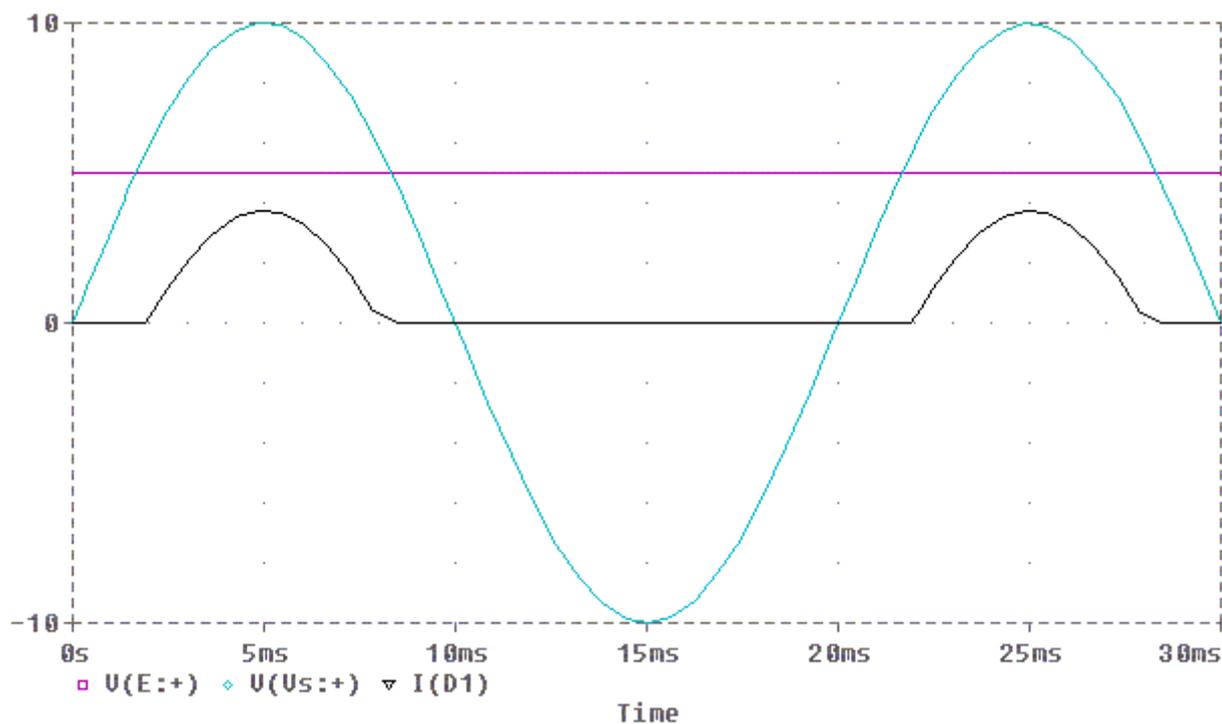


Fig. 7: Andamento temporale delle grandezze elettriche del circuito di Fig. 6

Il fenomeno della commutazione

Si analizzano i convertitori non controllati alimentati da sistemi elettrici caratterizzati da impedenze equivalenti diverse da zero. In particolare, si gli effetti determinati dai parametri induttivi sulle grandezze di ingresso (correnti) e di uscita (tensioni) che caratterizzano il funzionamento dei sistemi di conversione.

A causa dell'induttanza non nulla, la transizione della corrente alternata assorbita dai sistemi di conversione tra valori diversi, ad esempio tra zero e $+Id$, non può essere istantanea. Si realizza, in tale caso, il “**fenomeno della commutazione**” che coincide anche con il passaggio dalla fase di conduzione alla fase di interdizione dei dispositivi a semiconduttore presenti nei circuiti di conversione.

L'intervallo di tempo finito e non nullo che la corrente impiega durante tale fase di transizione è definito “tempo di commutazione della corrente” o “intervallo di commutazione”. Generalmente tale intervallo è indicato in angoli con la lettera μ o la lettera u .

Saranno analizzati diverse topologie di conversione rappresentando sempre il carico alimentato ai morsetti di uscita attraverso un generatore ideale di corrente continua.

Si consideri il circuito rappresentato in Fig.8 e l'andamento temporale delle grandezze mostrato in Fig.9

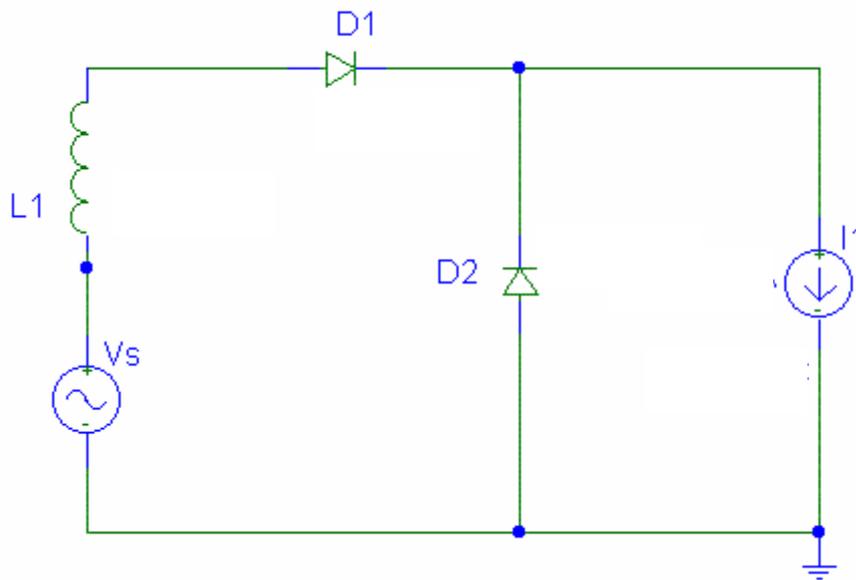


Fig. 8 Sistema di conversione a semionda

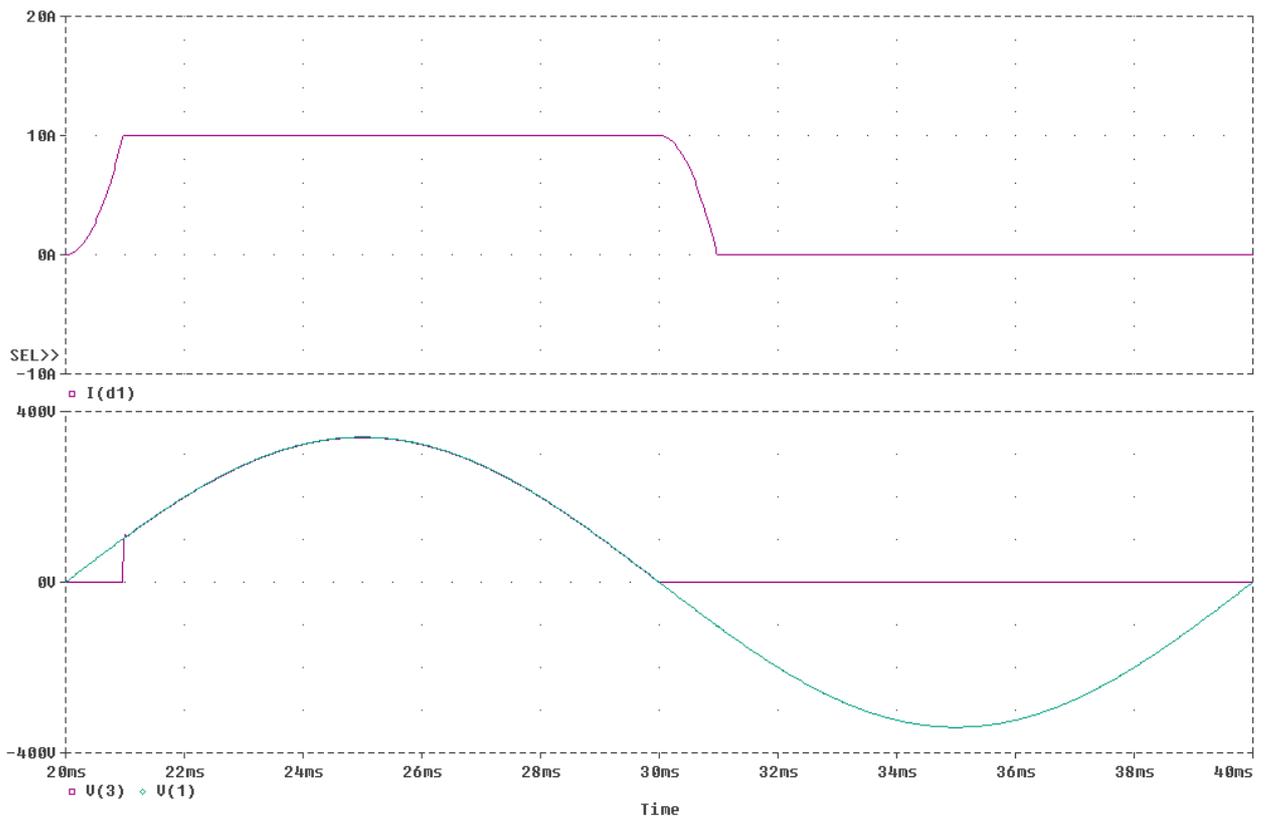


Fig.9: Andamento temporale delle grandezze del circuito di Fig.8

Per il circuito in esame è possibile definire le condizioni valide fino all'istante iniziale della prima commutazione ($\omega t \leq 0$) e a termine di tale fase di commutazione ($\omega t \geq \mu$).

Si ha:

$$\omega t \leq 0: \quad V_s < 0 \begin{cases} D_1 = OFF : id_1 = 0 \\ D_2 = ON : id_2 = Id \end{cases}$$

$\omega t \geq \mu$:

$$V_s > 0 \begin{cases} D_1 = ON & id_1 = Id \\ D_2 = OFF & id_2 = 0 \end{cases}$$

Durante la fase di commutazione ($0 \leq \omega t \leq \mu$) sia D_1 che D_2 sono in conduzione e vale il circuito di Fig. 10 per il quale è possibile calcolare le grandezze caratteristiche all'ingresso ed all'uscita.

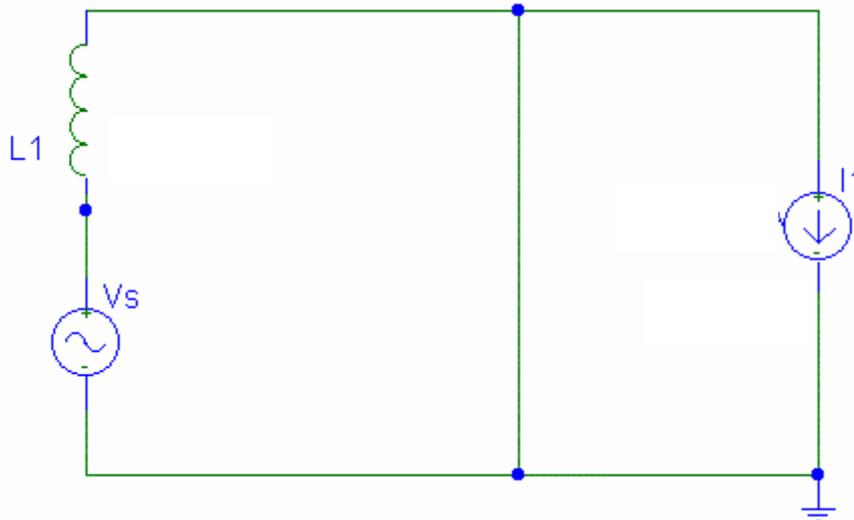


Fig. 10: Circuito durante la fase di commutazione

- *Andamento della corrente assorbita dal sistema elettrico di alimentazione*

Per $0 \leq \omega t \leq \mu$, valgono le seguenti relazioni:

$$v_s = L \frac{di}{dt}$$

$$\sqrt{2}V_s \sin \omega t dt = L di$$

$$\frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L} \sin \omega t d\omega t = di \Rightarrow$$

$$i(\omega t) = i(\omega t = 0) + \int_0^{\omega t} \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L} \sin \omega t d\omega t =$$

$$= \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L} [-\cos(\omega t)]_0^{\omega t} = \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L} [1 - \cos \omega t]$$

$$\text{posto } I_s = \frac{V_s}{\omega L} \Rightarrow i(\omega t) = \sqrt{2}I_s - \sqrt{2}I_s \cos \omega t$$

L'andamento della corrente durante la fase di commutazione è non più a gradino, ma piuttosto caratterizzata da una derivata che dipende dall'induttanza L_s e dalla tensione v_s (Fig.9).

Per calcolare la durata dell'angolo μ è sufficiente imporre la condizione finale alla espressione della corrente i_{D1} :

$$i_{D1}(\omega t = \mu) = Id = \sqrt{2}I_s - \sqrt{2}I_s \cos \mu$$

$$\cos \mu = \frac{\sqrt{2}I_s - Id}{\sqrt{2}I_s} = 1 - \frac{Id}{\sqrt{2}I_s} = 1 - \frac{Id\omega L}{\sqrt{2}V_s}$$

La durata della commutazione dipende dal rapporto tra Id ed I_s . In particolare, a parità di Id , all'aumentare di L la fase di commutazione è più lunga e, in modo duale, a parità di L , μ aumenta all'aumentare di Id (Fig. 11)

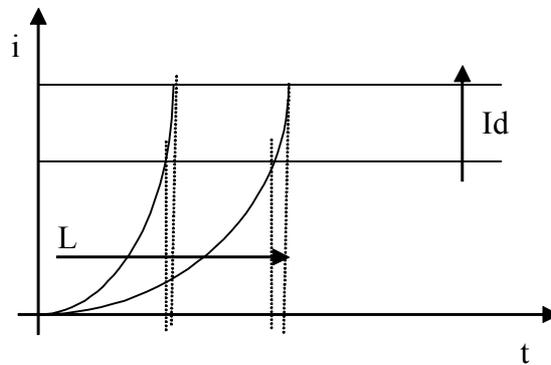


Fig. 11 : Variazione della durata di commutazione al variare di Id e di L

Tra π e $\pi + \mu$ l'andamento della corrente i_{D1} avrà per simmetria un andamento analogo a quello ricavato tra 0 e μ , ma decrescente. Si ha:

$$\pi \leq \omega t \leq \pi + \mu : \begin{cases} v_s = \omega L_s \frac{di_s}{dt} \\ \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s} \sin \omega t d\omega t = di \end{cases}$$

Con le seguenti condizioni :

$$\begin{cases} \omega t = \pi \Rightarrow i_s(\omega t) = Id \\ \omega t = \pi + \mu \Rightarrow i_s(\omega t) = 0 \end{cases}$$

$$\int_{\pi}^{\omega t} di = \int_{\pi}^{\omega t} \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s} \sin \omega t d\omega t \Rightarrow$$

$$i(\omega t) - Id = \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L} [-\cos \omega t]_{\pi}^{\omega t} = \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L} (\cos \pi - \cos \omega t)$$

$$i(\omega t) = Id - \left[\sqrt{2}I_s (1 + \cos \omega t) \right]$$

In definitiva, linearizzando l'andamento della corrente negli intervalli di commutazione l'andamento ottenuto è riportato nella Fig.12:

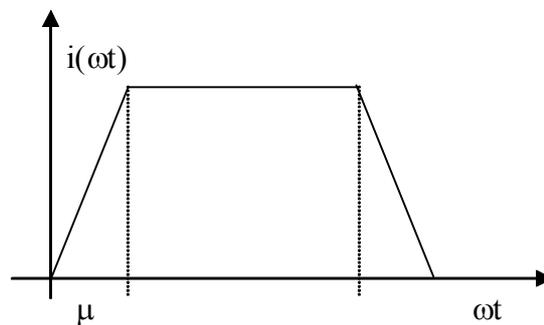


Fig. 12: Andamento linearizzato della corrente assorbita

- *Riduzione del valore medio della tensione ai capi del carico*

Il valore medio della tensione ai capi del carico è calcolabile tramite le seguenti relazioni:

$$V_0' \Big|_{\mu \neq 0} = V_0 \Big|_{\mu \neq 0} - \frac{1}{2\pi} \int_0^{\mu} \sqrt{2}V_s \sin \omega t d\omega t =$$

$$\cong 0,45V_s - \frac{\sqrt{2}V_s}{2\pi} [-\cos \mu + 1] \cong 0,45V_s - \frac{Id}{2\pi} \omega L_s$$

Sistemi di conversione c.a./c.c. a doppia semionda

I sistemi di conversione a doppia semionda sono realizzati mediante strutture di conversione a ponte (Fig. 13) con due morsetti di ingresso per l'alimentazione della diagonale del ponte e due morsetti di uscita per la connessione ad un sistema di carico.

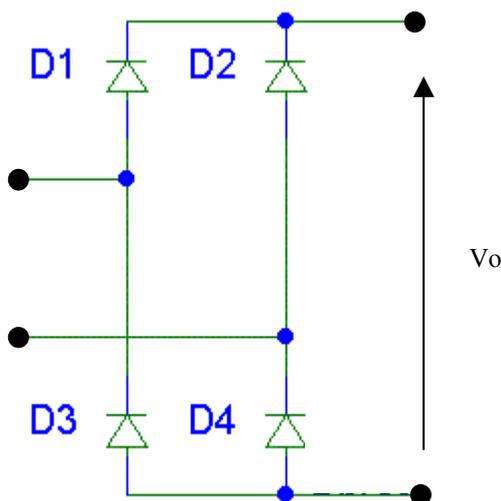


Fig. 13 : Struttura di conversione a ponte monofase

Come si evince dalla Fig.7, vi sono due diodi, D1 e D2, che hanno il catodo allo stesso potenziale (catodo comune) e due diodi, D3 e D4, che hanno l'anodo allo stesso potenziale (anodo comune).Pertanto, tra il diodo D1 ed il diodo D2 andrà in conduzione quello con la tensione anodica più alta e, in modo duale, tra D3 e D4 andrà in conduzione quello con tensione catodica più bassa.

- *Carico resistivo*

Si consideri il circuito di Fig.14 nel quale un carico puramente resistivo è alimentato da un sistema

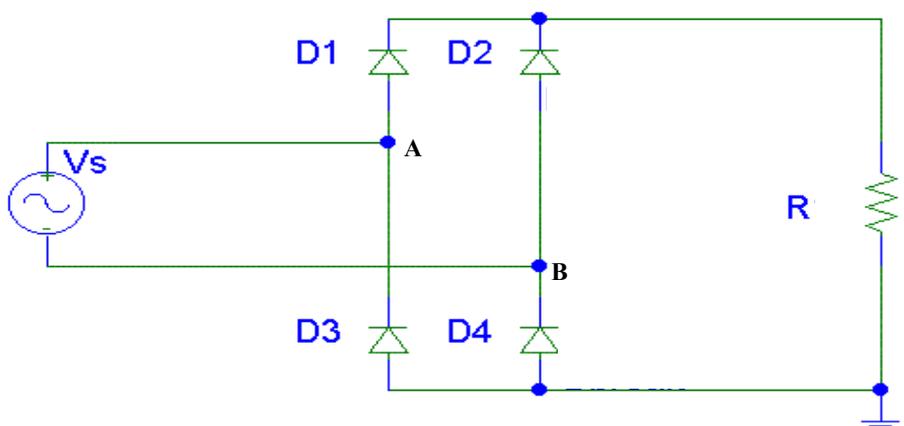


Fig. 14: Convertitore a doppia semionda che alimenta un carico resistivo

di alimentazione ideale tramite un ponte monofase.

La Fig. 15 mostra l'andamento temporale delle grandezze di interesse del circuito di Fig.9 (tensione di alimentazione v_s , tensione di uscita v_o , corrente di uscita i_o).

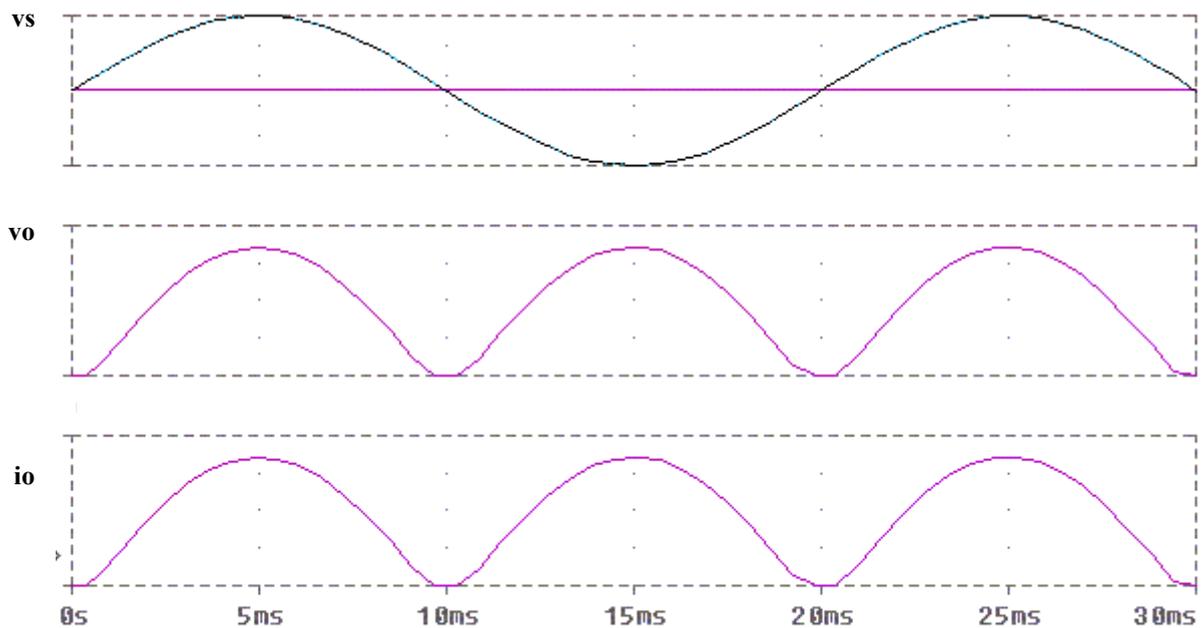


Fig. 15: Andamento temporale delle grandezze elettriche del circuito di Fig. 9

I valori assunti dalla tensione v_s determinano lo stato di conduzione dei diodi. In particolare si ha:

- per $\omega t \in [0, \pi] \Rightarrow v_{AB} > 0 \rightarrow v_A > v_B$ sono in conduzione i diodi D1 e D4;
- per $\omega t \in [\pi, 2\pi] \Rightarrow v_{AB} < 0 \rightarrow v_A < v_B$ sono in conduzione i diodi D2 e D3.

E' immediato verificare che il valore medio di v_o è doppio rispetto a quello di un sistema di conversione a semionda. Infatti si ha:

$$V'_o \triangleq \frac{1}{T} \int_T V_o(\omega t) d\omega t = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi V_o(\omega t) d\omega t = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \sqrt{2}V \sin(\omega t) d\omega t = 2V_o \cong 0.9 \cdot V$$

Infine per tali sistemi di conversione si definisce il numero di pulsazioni q quel numero che individua il numero di maglie indipendenti che si chiudono in un periodo della fondamentale di alimentazione. Nel caso in esame $q=2$ e tale numero individua anche il numero di pulsazioni che in 2π caratterizzano la tensione di uscita v_o .

- Carico equivalente ad un generatore ideale di corrente continua

Si consideri il caso di un carico equivalente ad un generatore ideale di corrente continua alimentato da un sistema ideale tramite un ponte monofase (Fig.16).

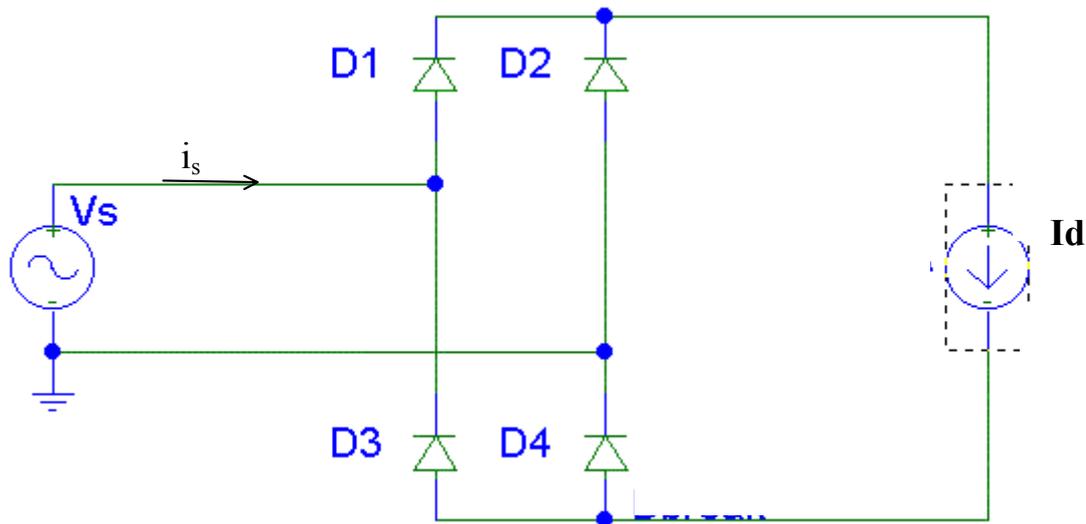


Fig. 16: Carico equivalente ad un generatore ideale di corrente continua alimentato da un ponte monofase

Valgono considerazioni analoghe al caso precedente circa lo stato di conduzione delle coppie di diodi, ossia nell'intervallo $[0, \pi]$ conducono D1 e D4 e la corrente i_s è uguale I_d ; nell'intervallo $[\pi, 2\pi]$ conducono i diodi D2 e D3 e la la corrente i_s è uguale a $-I_d$ (Fig. 17).

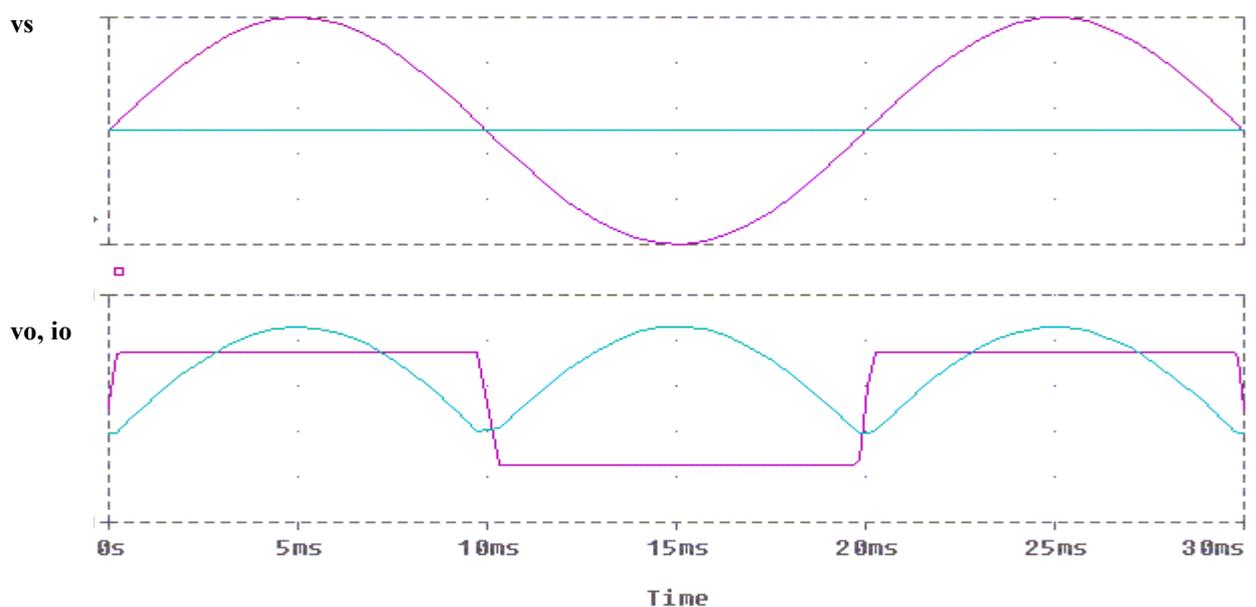


Fig. 17: Andamento temporale delle grandezze elettriche del circuito di Fig. 11

Per la tensione di uscita v_o , valgono le stesse considerazioni fatte nel caso precedente ($V_o \cong 0.9V_s$; $q \cong 2$).

Con riferimento alla corrente i_s , si osserva che essa è non sinusoidale. E' infatti una forma d'onda rettangolare alternativa e periodica.

Applicando la scomposizione in serie di Fourier si ha :

$$i_s(\omega t) = A_o + \sum_{h=1}^{\infty} A_h \sin(h\omega t) + B_h \cos(h\omega t)$$

Dove :

$$h = \text{ordine di armonicit\`a} = \frac{\omega_h}{\omega_1} = \frac{f_h}{f_1}; f_1 = \frac{1}{T}$$

$$A_o = \text{valore medio della grandezza} = \frac{1}{T} \int_T i_s(\omega t) d\omega t$$

$$\begin{cases} A_h = \frac{2}{T} \int_T i_s(\omega t) \sin(h\omega t) d\omega t \\ B_h = \frac{2}{T} \int_T i_s(\omega t) \cos(h\omega t) d\omega t \end{cases}$$

Nel caso in esame i_s è a simmetria dispari quindi:

$$B_h = 0;$$

$$A_o = 0;$$

$$\begin{aligned} A_h &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_s(\omega t) \sin(h\omega t) d\omega t = \\ &= \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\pi} Id \sin(h\omega t) d\omega t + \int_{\pi}^{2\pi} (-Id) \sin(h\omega t) d\omega t \right] = \\ &= \frac{Id}{\pi} \left[\int_0^{\pi} \sin(h\omega t) d\omega t - \int_{\pi}^{2\pi} \sin(h\omega t) d\omega t \right] = \\ &= \frac{Id}{h\pi} \left\{ [-\cos(h\omega t)]_0^{\pi} + [\cos(h\omega t)]_{\pi}^{2\pi} \right\} = \\ &= \frac{Id}{h\pi} \left\{ 1 - \cosh \pi + \cosh 2\pi - \cosh \pi \right\} = \\ &= \frac{2Id}{h\pi} \{ 1 - \cosh \pi \} \end{aligned}$$

$$i_s(\omega t) = \sum_{h=1}^{\infty} \underbrace{\frac{2Id}{h\pi}}_{\text{ampiezza}} (1 - \cosh \pi) \sin(h\omega t)$$

Poichè

$$1 - \cos(h\pi) = 0 \quad \text{per } h \text{ pari}$$

$$1 - \cos(h\pi) \neq 0 \quad \text{per } h \text{ dispari} = 2h + 1$$

$i_s(\omega t)$ è composta dalle sole armoniche di ordine dispari ($h=2k+1=qk+1$) per le quali valgono le seguenti espressioni.

$$A_1 = \frac{4Id}{\pi} = \text{valore max della fondamentale}$$

$$\begin{cases} I_1 = \frac{A_1}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} Id = \text{valore efficace della fondamentale della corrente } i_s; \\ I_h = \frac{I_1}{h} = \text{valore efficace della } h^{\text{-ma}} \text{ armonica della corrente } i_s. \end{cases}$$

Le armoniche di ordine superiore al primo decrescono, rispetto alla fondamentale con legge $1/h$, come è mostrato nella Fig.18.

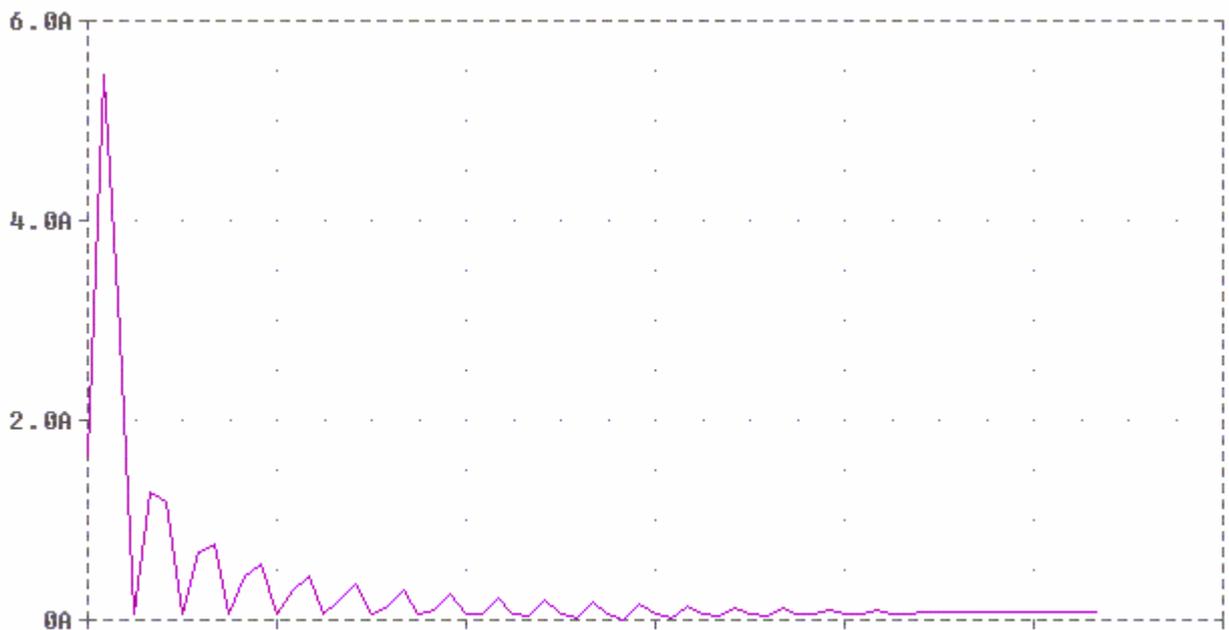


Fig. 18: Spettro della corrente i_s

La Fig. 19 mostra l'andamento temporale della v_s , della i_s e della componente a 150 Hz di i_s .

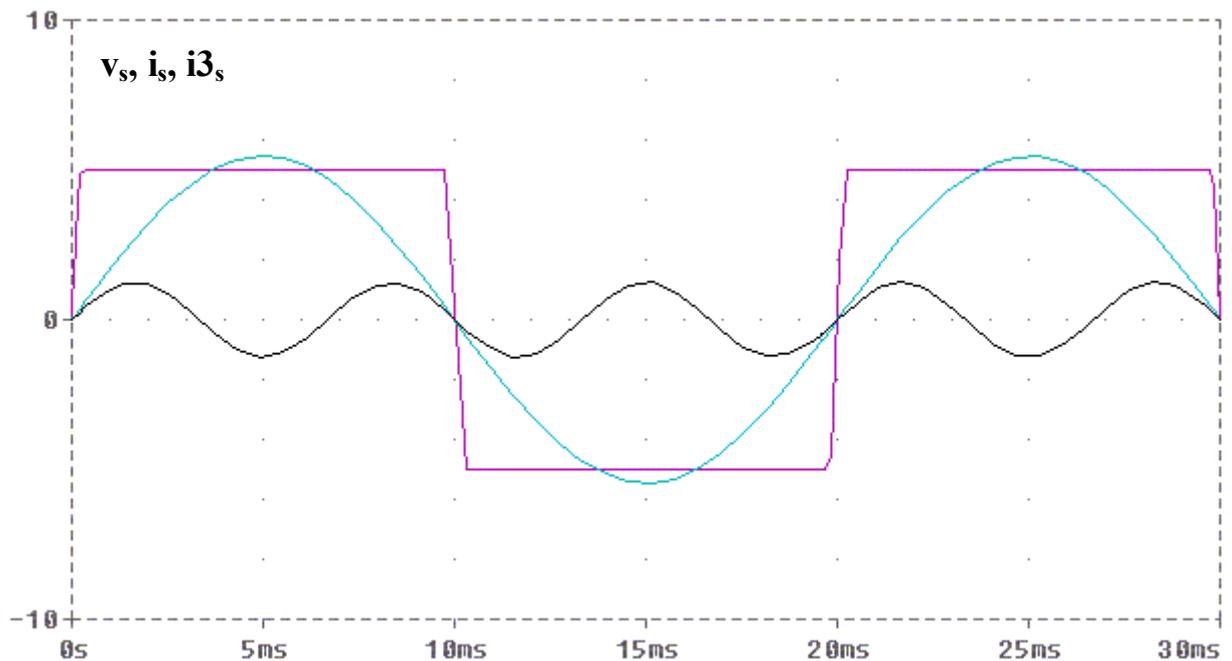


Fig. 19 Andamento temporale di v_s , i_s e della componente a 150 Hz della corrente i_s .

▪ Alcune considerazioni circa la deformazione della corrente i_s

a) Il valore efficace della corrente i_s è espresso dalla seguente relazione

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T i_s^2(\omega t) d\omega t} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\sum_h A_h \sin(h\omega t) \right]^2 d\omega t}$$

Poiché l'integrale su 2π dei doppi prodotti sono identicamente nulli, si ha:

$$I_{RMS} = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + \dots + I_h^2}$$

Il valore efficace della corrente deformata i_s è maggiore del valore efficace della sua fondamentale.

b) Si definisce l'indice di distorsione totale di una forma d'onda non sinusoidale, THD, la grandezza espressa dalla seguente relazione specificata per la corrente:

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} I_h^2}}{I_1} \cdot 100$$

c) Come noto, la potenza attiva, la potenza reattiva e la potenza apparente in un sistema monofase sono date dalle relazioni

$$P=EI \cos \varphi;$$

$$Q=EI \sin \varphi;$$

$$S=E \cdot I;$$

$$\text{con } \varphi = \arctan \frac{Q}{P}$$

E' possibile definire le stesse grandezze anche nel caso di tensione sinusoidale ($E_{RMS}=E_1$, $E_3=0 \dots$) e corrente deformata. SI ha:

$$P_1=E_1 I_1 \cos \varphi_1;$$

$$Q_1=E_1 I_1 \sin \varphi_1;$$

con $\cos \varphi_1 =$ fattore di sfasamento alla fondamentale.

Il fattore di potenza $\cos \varphi$ è dato per definizione dalla relazione seguente

$$\cos \varphi = \frac{P_1}{S} = \frac{I_1 \cos \varphi_1}{I_{RMS}} = \frac{I_1}{I_{RMS}} \cos \varphi_1 < \cos \varphi_1$$

d) Si consideri un sistema di alimentazione trifase a quattro fili simmetrico e sinusoidale che alimenta tre carichi monofase che rappresentano per il sistema un carico trifase equilibrato (Fig.20)

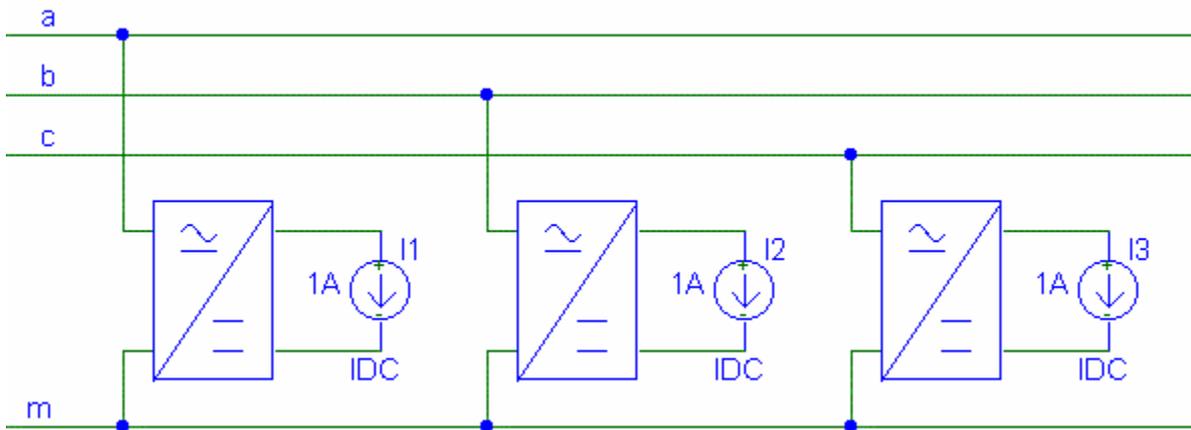


Fig. 20 : Sistema trifase che alimenta tre carichi monofase a ponte

Il circuito equivalente alla armonica d ordine h è mostrato in Fig. 21.

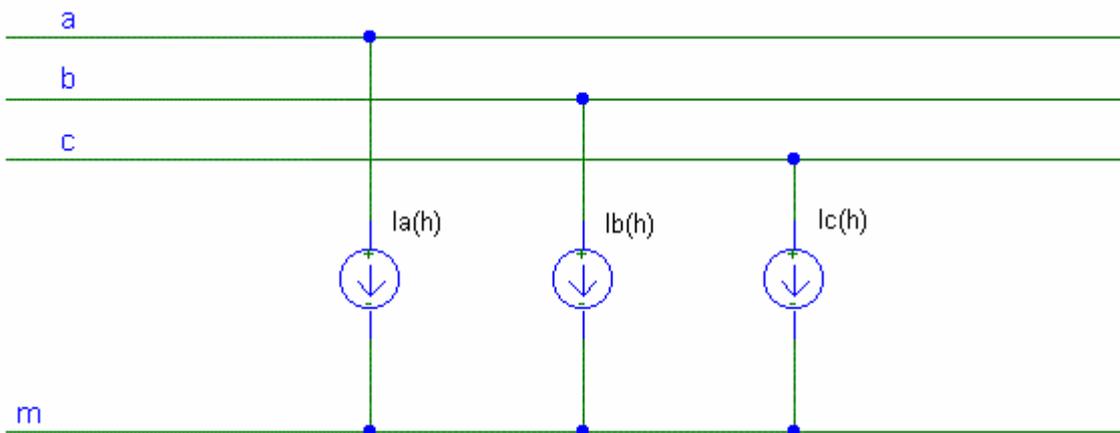


Fig. 21: Circuito equivalente alla armonica di ordine h del sistema di Fig. 20

L'aver assunto il carico equilibrato comporta:

$$|\bar{I}_a^h| = |\bar{I}_b^h| = |\bar{I}_c^h| = I^h$$

per cui la terna di vettori $\bar{I}_a^h, \bar{I}_b^h, \bar{I}_c^h$ è data dalle relazioni:

$$\begin{cases} \bar{I}_a^h = I^h e^{i\phi_h} \\ \bar{I}_b^h = I^h e^{i\phi_h - h \cdot 120^\circ} \\ \bar{I}_c^h = I^h e^{i\phi_h - h \cdot 240^\circ} \end{cases}$$

Applicando il principio di scomposizioni nelle terne di sequenza si ha:

$$\begin{cases} \bar{I}_d^h = \frac{1}{3} [\bar{I}_a^h + \alpha \bar{I}_b^h + \alpha^2 \bar{I}_c^h] \\ \bar{I}_i^h = \frac{1}{3} [\bar{I}_a^h + \alpha^2 \bar{I}_b^h + \alpha \bar{I}_c^h] \\ \bar{I}_o^h = \frac{1}{3} [\bar{I}_a^h + \bar{I}_b^h + \bar{I}_c^h] \end{cases}$$

dove

$$\alpha = e^{i120^\circ}$$

Sostituendo :

$$\begin{cases} \bar{I}_d^h = \frac{\bar{I}^h}{3} [(\cos \varphi_h + i \sin \varphi_h) + [(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ) \cdot (\cos(\varphi_h - h120^\circ) + i \sin(\varphi_h - h120^\circ))] + \dots \\ \bar{I}_i^h = \dots \\ \bar{I}_o^h = \dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{I}_d^h = \frac{1}{3} \bar{I}^h \left\{ 1 + 2 \cos \left[\frac{2(h-1)\pi}{3} \right] \right\} \\ \bar{I}_i^h = \frac{1}{3} \bar{I}^h \left\{ 1 + 2 \cos \left[\frac{2(h+1)\pi}{3} \right] \right\} \\ \bar{I}_o^h = \frac{1}{3} \bar{I}^h \{ 1 + 2 \cos() \} \end{cases}$$

Quindi

$$\bar{I}_d^h \neq 0 \Leftrightarrow h = 3k + 1 = 1, 4, 7, \dots$$

$$\bar{I}_i^h \neq 0 \Leftrightarrow h = 3k + 2 = 2, 5, 8, \dots$$

$$\bar{I}_o^h \neq 0 \Leftrightarrow h = 3k = 3, 6, 9, \dots$$

Va ricordato che, come detto precedentemente, solo le armoniche di corrente di ordine dispari sono diverse da zero.

Si osserva che, in particolare, le terze armoniche sono di tipo omopolare, cioè le tre correnti di fase a 150 Hz sono rappresentate da tre vettori in fase che si sommano nel neutro ($I_{a_0} + I_{b_0} + I_{c_0}$).

Per cui

$$\bar{I}^h \text{ neutro} \neq 0 \Leftrightarrow h = 3k \Rightarrow \overset{h=3}{\Rightarrow} \bar{I}_N = 3I^3$$

$$I_{RMS,neutro} = \sqrt{\sum_1^{\infty} I_h^2} = \sqrt{9(\bar{I}^3)^2 + 81(\bar{I}^3)^2} \cong \sqrt{9\bar{I}_3^2} \cong 3\bar{I}^3$$

$$THD_{NEUTRO} = \frac{\sqrt{\sum_2^{\text{MAX}} I_h^2}}{I_{1 \rightarrow 0}} = \frac{3I_3}{0} = \infty \Rightarrow \cong 200 - 300\%$$

Il fenomeno della commutazione

Si consideri il circuito di Fig. 22; per tale circuito durante la fase di commutazione tutti e quattro i diodi conducono e si realizza, dunque, una fase di corto circuito.

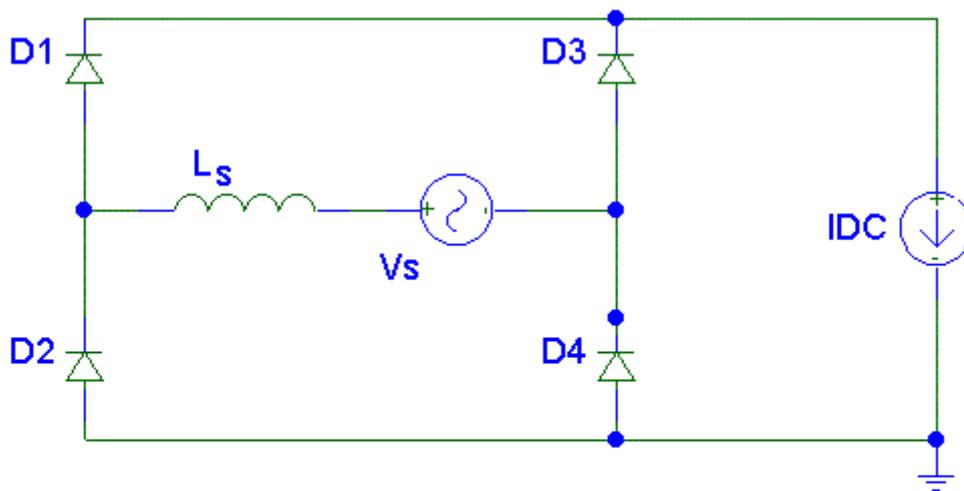


Fig. 22: Convertitore a doppia semionda

Per il circuito in esame è possibile definire le condizioni valide fino all'istante iniziale della prima commutazione ($\omega t \leq 0$) e a termine di tale fase di commutazione ($\omega t \geq \mu$).

Si ha:

$$\omega t \leq 0$$

$$i_{d1} = i_{d4} = 0$$

$$i_{d2} = i_{d3} = Id$$

$$\omega t \geq \mu:$$

$$i_{d2} = i_{d3} = 0;$$

$$i_{d1} = i_{d4} = Id$$

- Andamento della corrente assorbita dal sistema elettrico di alimentazione

Durante la fase di commutazione, $0^- \leq \omega t \leq \mu$, valgono le seguenti relazioni

$$v_s = v_L \Rightarrow \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s} \sin \omega t d\omega t = di_s$$

$$\int_0^{\omega t} \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s} \sin \omega t d\omega t = \int_{i_s(0)=-Id}^{i_s(\omega t)} di_s$$

$$\frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s} (1 - \cos \omega t) = i_s(\omega t) + Id$$

$$i_s(\omega t) = \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s} (1 - \cos \omega t) - Id = -Id + \underbrace{\sqrt{2}I_s - \sqrt{2}I_s \cos \omega t}_{\text{corrente di commutazione}}$$

Per calcolare la durata dell'angolo μ è sufficiente imporre la condizione finale alla espressione della corrente i_s :

$$i_s(\mu) = Id = -Id + \sqrt{2}I_s \cos \mu$$

$$\cos \mu = 1 - \frac{2Id}{\sqrt{2}I_s} = 1 - \frac{2Id\omega L_s}{\sqrt{2}V_s}$$

Si osservi che sviluppando in serie di Fourier la componente alla fondamentale della i_s è sfasata rispetto alla tensione di alimentazione di un angolo $\varphi_1 \cong \mu / 2$. A tale sfasamento, evidentemente, corrisponde l'assorbimento di potenza reattiva $Q_1 = EI_1 \sin\varphi_1 \neq 0$.

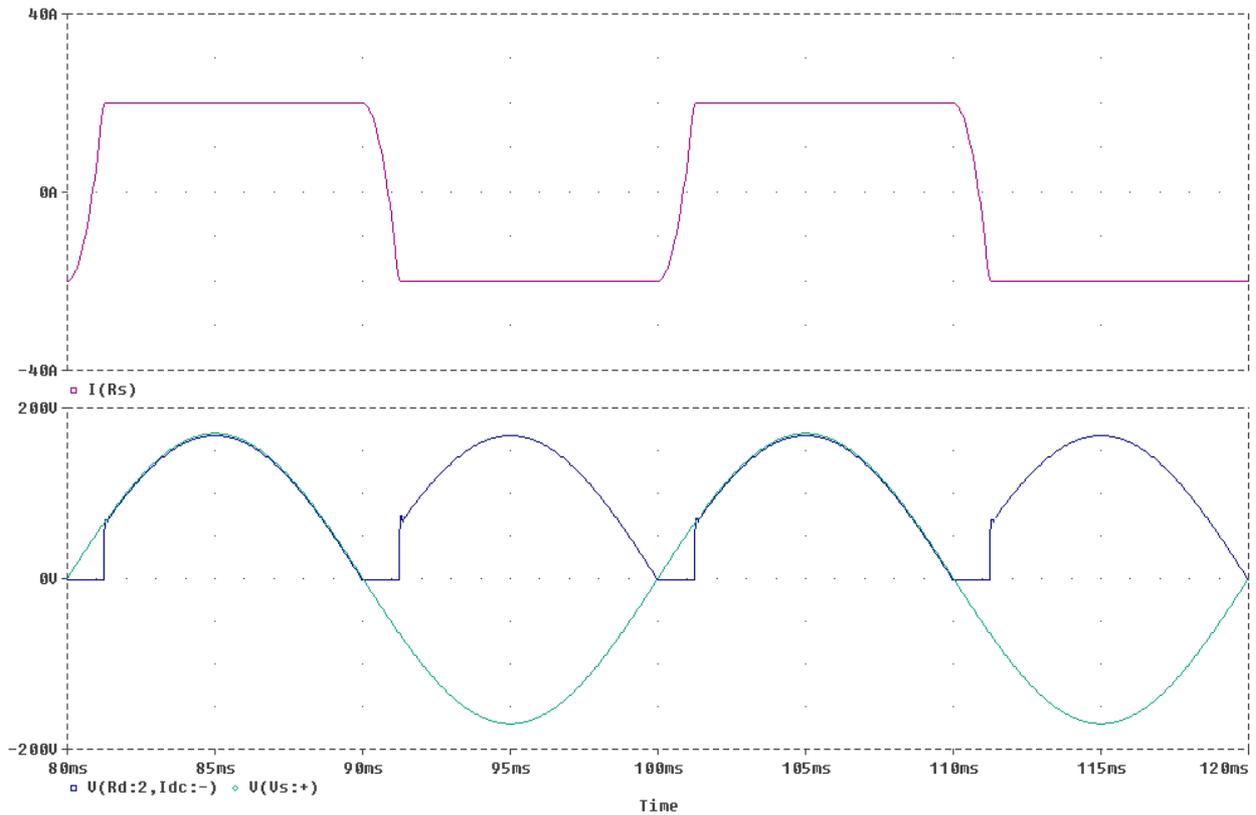


Fig. 23: Andamento temporale delle grandezze elettriche del circuito di Fig.22

- Riduzione del valore medio della tensione ai capi del carico

Durante la fase di commutazione il carico vede un vero e proprio corto circuito durante il quale si annulla la tensione ai suoi capi.

Il valore medio della tensione sul carico è calcolabile tramite la relazione:

$$V_0 \Big|_{\mu \neq 0} \cong 0,9V_s - \frac{A_0}{T} \cong 0,9V_s - \frac{2\omega L_s Id}{\pi}$$