

2-3. Definizione di un'impedenza.

2-3,1. Definizione di impedenza.

L'impedenza di un elemento di circuito, in condizioni di regime sinusoidale, è definita dal rapporto:

$$Z = \frac{\dot{V}}{I}$$

fra la tensione presente tra una coppia di morsetti e la corrente che circola fra tali morsetti (fig. 2-1). Le parti, reale ed immaginaria, dell'operatore Z sono le componenti, ohmica e reattiva, dell'impedenza equivalente, alla frequenza di misura.

Questa procedura è tuttavia insufficiente, quando si vuole che l'impedenza Z sia ben individuata, in va-

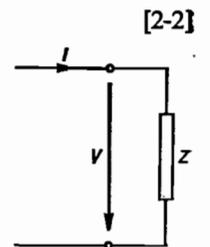


Fig. 2-1

lore e fase, indipendentemente dagli elementi estranei che possono presentarsi, sia in serie, sia in parallelo.

Esamineremo il problema considerando dapprima il caso della definizione di una resistenza in c.c., poi quello di generiche impedenze in c.a., dove gli effetti degli elementi estranei sono tanto più importanti quanto più elevata è la frequenza.

2-3,2. Principio dei quattro morsetti.

Un resistore, al pari di ogni altro elemento, deve essere collegato al resto del circuito, in cui è inserito, mediante collegamenti mobili; il contatto avviene generalmente mediante morsetti a pressione che, per quanto bene possano essere realizzati, introducono sempre delle *resistenze di contatto* dell'ordine di $10^{-3} \div 10^{-4} \Omega$.

Per la definizione corretta del valore di un resistore, occorre perciò evitare di comprendere in esso anche le resistenze di contatto: ciò si ottiene dotando il resistore di *quattro morsetti*: due morsetti amperometrici esterni, generalmente contraddistinti da maggiori dimensioni, che servono per la connessione al circuito esterno; due morsetti voltmetrici, disposti internamente ai precedenti, fra i quali è definito il valore della resistenza (fig. 2-2).

I morsetti amperometrici sono talvolta disposti in modo da poter effettuare le connessioni mediante pozzetti di mercurio, che hanno bassa resistenza di contatto, indipendente dal serraggio; in genere, la resistenza di contatto è tanto minore quanto maggiore è la pressione esercitata sul contatto. I morsetti voltmetrici possono anche essere fissati sui blocchi di conduttore cui fanno capo i morsetti amperometrici, purché ne siano sufficientemente distanti da permettere una distribuzione della corrente nel blocco indipendente dalle condizioni del contatto amperometrico. Anche i morsetti voltmetrici hanno loro resistenze proprie, ma esse non influenzano la definizione e l'uso della resistenza campione, se non sono percorse da corrente, o sono percorse da corrente molto piccola.

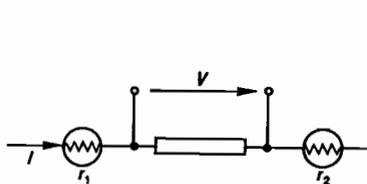


Fig. 2-2

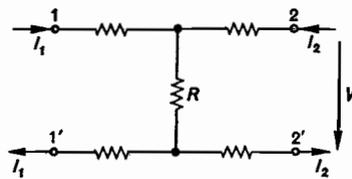


Fig. 2-3

Il resistore può allora essere meglio rappresentato da un doppio bipolo, del tipo di fig. 2-3, dove si ha:

$$R = \left[\frac{V_{22'}}{I_1} \right]_{I_1=0}$$

ossia dove la resistenza R è definita dal rapporto fra la tensione ai morsetti 22' a vuoto e la corrente che circola nei morsetti 11'.

2-3,3. Conduttanze di dispersione.

Una situazione duale di quella precedente si ha quando un resistore può essere influenzato dalle conduttanze di dispersione esistenti verso gli oggetti circostanti. Queste conduttanze, che supporremo concentrate nei nodi del circuito (fig. 2-4), esistono sempre e sono, in particolare, ben definite se il resistore è posto internamente ad un involucro metallico. In questo caso, il valore della corrente entrante nel morsetto 1 non coincide con quello della corrente al morsetto 1', ma entrambe dipendono dal potenziale che questi morsetti assumono, rispetto all'involucro.

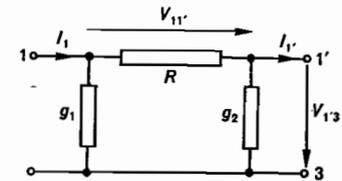


Fig. 2-4

Per definire un valore di resistenza, occorre pertanto fissare questo potenziale; la soluzione migliore è porre $V_3 = V_1$, in modo da annullare la corrente nella conduttanza g_2 fra 1' e 3. Si ha allora:

$$R = \left[\frac{V_{11'}}{I_1} \right]_{V_3=V_1} \quad [2-3]$$

Si vede quindi l'utilità di disporre di un apposito schermo, per poterne regolare a piacere il potenziale con metodi opportuni. Si vede chiaramente, dagli esempi sopra riportati, che è più facile individuare il valore di resistenze mutue, riferite a coppie di morsetti diversi, che non quello di un elemento con una sola coppia di morsetti.

Unendo le due rappresentazioni, si giunge ad uno schema a cinque morsetti: due amperometrici, due voltmetrici ed uno di schermo (fig. 2-5)

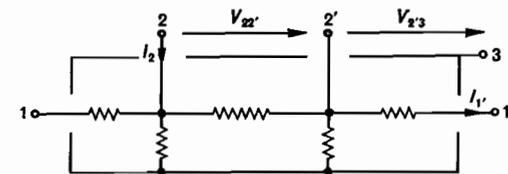


Fig. 2-5

nel quale si pone:

$$R = \left[\frac{V_{22'}}{I_1'} \right]_{I_2=0, V_1=0} \quad [2-4]$$

Dati i valori delle resistenze di contatto r e delle conduttanze di dispersione g è in generale sufficiente, per ogni resistore, uno dei due schemi equivalenti semplificati di fig. 2-2 o fig. 2-4.

2-3.4. Impedenze in c.a.

Per un'impedenza in c.a. si possono usare, con le opportune modifiche, gli stessi schemi usati in c.c., quando si tenga conto anche dell'induttanza delle connessioni e delle capacità fra le varie parti, capacità che pure supporremo concentrate nei nodi del circuito.

Nel caso di c.a., specie se di frequenza elevata, l'influenza degli elementi parassiti può essere notevole, non tanto sul modulo dell'impedenza, quanto sulla sua fase.

In prima approssimazione, l'impedenza Z potrà rappresentarsi nella forma:

$$\dot{Z} = \dot{Z}_0(1 + \delta)$$

ossia come un'impedenza ideale \dot{Z}_0 collegata ad una rete con funzione di trasferimento:

$$\dot{g}(\omega) = 1 + \delta \quad [2-5]$$

con δ funzione complessa della pulsazione ω ($\delta \ll 1$). Se gli elementi parassiti influiscono soprattutto sulla fase, la [2-5] assume la forma:

$$\dot{g}(\omega) = 1 + j\delta$$

e la grandezza:

$$T_0 = \frac{\delta}{\omega}$$

può assumere il significato di costante di tempo generalizzata del sistema, nell'ambito della validità della [2-5].

2-3.5. Effetti induttivi.

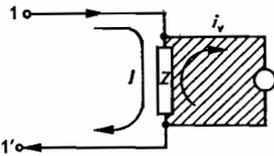


Fig. 2-6

Si consideri ora un elemento Z , privo di ammettenze parassite verso gli altri oggetti e con morsetti voltmetrici chiusi su un voltmetro ideale (senza assorbimento di corrente) (fig. 2-6). Quando Z è percorso dalla corrente I , il circuito chiuso formato dall'elemento Z e

dalle connessioni voltmetriche può essere sede di un flusso che, se variabile nel tempo, induce in esso una f.e.m.

Supponendo, per semplicità che sia $\dot{Z} = R + j\omega L$, si vede che il flusso concatenato con il circuito chiuso comprendente il voltmetro è del tipo:

$$\phi = (L + M)I$$

ossia comprende il flusso di autoinduzione proprio dell'elemento Z più un flusso di mutua induzione, che dipende soprattutto dalla disposizione delle connessioni voltmetriche. Questa mutua induttanza ha generalmente segno negativo, dato che, per produrre lo stesso flusso, le correnti I e i_p devono essere di segno opposto, avendo assunto la corrente i_p positiva in modo che il voltmetro misuri come positiva la tensione RI .

2-3.6. Circuiti a parametri distribuiti.

Le considerazioni dei paragrafi precedenti sono basate sull'ipotesi di avere ammettenze concentrate ai nodi del sistema, il che costituisce una prima approssimazione; in particolare, in presenza di elementi di dimensioni non trascurabili rispetto alla lunghezza d'onda dei fenomeni periodici in gioco, tale approssimazione non può essere mantenuta.

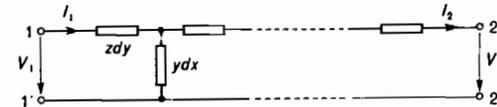


Fig. 2-7

Si consideri allora un insieme di tratti infinitesimi dx (fig. 2-7) dotati dell'impedenza serie $z dx$ e dell'ammettenza derivata $y dx$. Supponendo z e y costanti sulla lunghezza l , si perviene ad un doppio bipolo caratterizzato dalle relazioni:

$$V_2 = V_1 \cos hal - Z_s I_1 \frac{\text{sen} hal}{al}$$

$$-I_2 = \frac{V_1 al}{Z_s} \text{sen} hal - I_1 \cos hal$$

avendo posto:

$$al = \sqrt{zy}l = \sqrt{Z_s Y_d} \quad \text{ossia:} \quad Z_s = zl; \quad Y_d = yl.$$

Si vede facilmente che l'impedenza definita come in 2-3,3 per lo schema di fig. 2-7, è:

$$Z = \left[\frac{V_1}{I_2} \right]_{v_s=0} = Z_s \frac{\sin hal}{al} \cong Z_s \left(1 + \frac{a^2 l^2}{3!} + \dots \right) = Z_s \left(1 + \frac{1}{6} Z_s Y_d + \dots \right).$$

Se in prima approssimazione si può porre $al = 0$ e quindi $Z = Z_s$, in molti casi è sufficiente tener conto del solo termine successivo. Sia per esempio in regime sinusoidale $Z_s = R$; $Y_d = j\omega C$, ne risulta un'impedenza:

$$\dot{Z} = R \left(1 + j\omega \frac{RC}{6} \right)$$

con una costante di tempo $RC/6$; allo stesso risultato si perviene considerando anche i termini successivi dello sviluppo in serie e calcolando la costante di tempo generalizzata.

Se invece è: $Z_s = 1/j\omega C_s$ e $Y_d = j\omega C_d$ (condensatore con capacità parassite), risulta:

$$\dot{Z} = \frac{1}{j\omega C_s} \left(1 + \frac{C_d}{6C_s} \right)$$

ossia la capacità che si misura appare ridotta, nel rapporto $(1 + C_d/6C_s)$ rispetto a quella che si avrebbe in assenza di capacità parassite.

Relazioni più complesse possono tener conto di elementi parassiti non uniformemente distribuiti. I risultati precedenti possono essere formalmente estesi a qualunque tipo di funzionamento, anche non periodico, mediante l'uso delle impedenze in forma operatoriale. È tuttavia da osservare che, dipendendo l'importanza dei vari parametri parassiti dalla forma delle tensioni e correnti in gioco, non è sempre possibile ricondursi a schemi equivalenti di tipo semplice.

2-4. Campioni per corrente continua.

2-4.1. Campioni di f.e.m.

Il migliore campione di forza elettromotrice attualmente in uso è la pila Weston (pila al cadmio-mercurio); essa è costituita da un recipiente di vetro neutro, a forma di H (fig. 2-8) con due conduttori di platino saldati alle estremità inferiori, per assicurare il contatto con gli elettrodi.

La pila è formata dalla seguente catena di elementi: anodo di Hg — soluzione satura di Hg_2SO_4 (depolarizzatore) — soluzione di $CdSO_4$ in soluzione decimale di H_2SO_4 — catodo di amalgama di Cd in fase solida e liquida.

Quando la soluzione di $CdSO_4$ è satura, con presenza di cristalli sull'anodo, il valore della f.e.m. a vuoto risulta di 1.0186 volt a 20 °C e si

mantiene, con ottima stabilità, nel tempo; diminuisce di circa $40 \mu V$ per un grado di aumento della temperatura.

Per campioni secondari sono più usate pile *non sature*, il cui valore di f.e.m. è un po' maggiore, dipende dalla concentrazione dell'elettrolita ed è meno permanente (diminuisce) nel tempo; risultano però meno influenzate dalla temperatura (da -3 a $-5 \mu V/^\circ C$) e più robuste.

Le dimensioni del contenitore non influenzano il valore della f.e.m. ma solo quello della resistenza interna delle pile, che è normalmente dell'ordine delle centinaia di ohm.

La conservazione e l'uso delle pile richiedono diverse precauzioni; esse sono infatti sensibili alle variazioni termiche, agli urti meccanici, all'esposizione alla luce, ma soprattutto agli effetti depolarizzanti dovuti all'erogazione di corrente; questi fenomeni si presentano come variazioni della f.e.m. che si stabilizzano solo dopo diverse ore o diversi giorni.

Una pila campione può erogare solo qualche μA per qualche secondo; il suo impiego è perciò limitato a metodi di zero realizzati con opportune protezioni.

Per superare queste limitazioni, si sono recentemente impiegati come campioni sistemi a semiconduttori (vedi 5-4,6).

Il coefficiente di temperatura delle pile sature è la risultante di coefficienti molto più elevati (dell'ordine di $300 \mu V/^\circ C$), di opposto segno per i due elettrodi; occorre perciò assicurare alla pila un'uniformità di temperatura che, per i campioni primari, deve raggiungere qualche millesimo di grado.

I confronti fra campioni primari mostrano che la loro stabilità, per tempi anche di una ventina d'anni può mantenersi nell'ordine di qualche ppm.

2-4.2. Materiali per campioni di resistenza.

La costruzione di resistori campioni, di caratteristiche note, costanti nel tempo ed indipendenti dai fattori esterni, dipende in primo luogo dalla scelta del materiale. Esso deve avere principalmente le seguenti

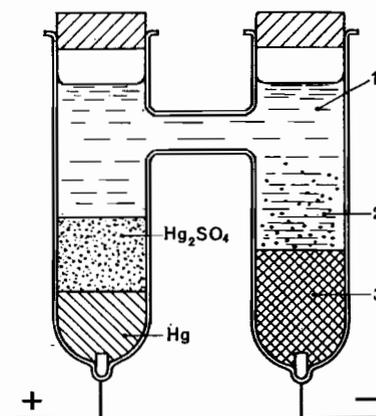


Fig. 2-8
Pila campione Weston: 1 = soluzione di solfato di cadmio; 2 = cristalli di $CdSO_4$ (pila satura); 3 = amalgama di Cd.

proprietà:

- basso coefficiente di variazione della resistività con la temperatura;
- resistenza alle ossidazioni e alle corrosioni;
- assenza di fenomeni di invecchiamento, che ne alterino le caratteristiche col tempo;
- piccole f.e.m. termoelettriche rispetto al rame, che è il materiale più usato per le connessioni ai circuiti esterni al resistore.

A questi requisiti si aggiungono in genere quelli di una elevata resistività, che consente dimensioni di ingombro limitate, e di una buona resistenza meccanica, che permette l'avvolgimento di fili sottili.

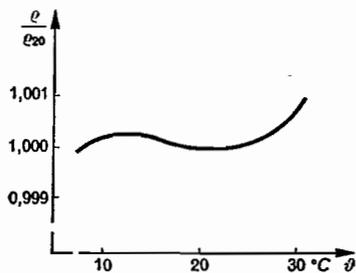


Fig. 2-9

I metalli puri, che non presentano fenomeni di invecchiamento, hanno in genere un elevato coefficiente di temperatura; più usate sono perciò quelle leghe ad alta stabilità, la cui resistività varia in funzione della temperatura, secondo andamenti del tipo rappresentato in fig. 2-9; la zona di minor variazione di resistività dipende dalla composizione della lega e dai trattamenti termici cui essa è sottoposta e può quindi coincidere con la zona

di temperature di normale impiego per il resistore.

Il materiale più diffuso è la *manganina* (86% Cu, 12% Mn, 2% Ni) che ha resistività dell'ordine di $0,5 \mu\Omega\text{m}$ e f.e.m. rispetto al rame di circa $2 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$. Il coefficiente di temperatura è di $\pm 10^{-5}$ fra i 20 e i 30 $^\circ\text{C}$, e si mantiene inferiore a $20 \cdot 10^{-5}$ fino a circa 60 $^\circ\text{C}$.

La *costantina* (60% Cu, 40% Ni) ha proprietà simili alla manganina, anzi coefficiente di temperatura leggermente minore; essa presenta inoltre il vantaggio di essere più economica e più facilmente lavorabile, mentre ha l'inconveniente di una maggior f.e.m. termoelettrica rispetto al rame ($40 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$).

Materiali meno usati sono; le leghe Cu-Mn-Al, in cui l'aggiunta di piccole quantità di ferro riduce considerevolmente la f.e.m. termoelettrica; le leghe Ni-Cr, con l'aggiunta di Al e Cu (leghe Isohm, Evanohm, Karma, ecc.) che hanno resistività attorno a $1,3 \mu\Omega\text{m}$ e che possono essere lavorate in fili sottili fino a $10 \div 15 \mu\text{m}$, per la costruzione di resistori aventi valore elevato; le leghe di Pt, Ir, Ag depositate sotto vuoto su supporti ceramici.

2-4.3. Costruzione dei campioni di resistenza per c.c.

La costruzione di un campione di resistenza deve essere curata in modo da garantirne l'inalterabilità nel tempo e di consentire un buon smaltimento del calore prodotto (fig. 2-10). I morsetti per i collegamenti ai circuiti esterni sono disposti secondo i principi indicati in 2-3.

Il conduttore viene ricoperto da un isolamento, anche per protezione dagli agenti esterni; per evitare le deformazioni meccaniche nell'isolamento, per effetto dell'umidità ambiente, che possono ripercuotersi sul filo conduttore, si impiegano isolamenti in nylon o in miscuglio di cotone e seta. Questo isolamento è generalmente impregnato in vernice o cera, che riducono l'assorbimento di umidità. L'impiego di olio e di paraffine è stato abbandonato, poiché essi danno luogo, dopo un certo tempo, a prodotti acidi che intaccano il resistore. Moderni resistori di grande stabilità sono montati in involucri a tenuta stagna, in gas inerte.

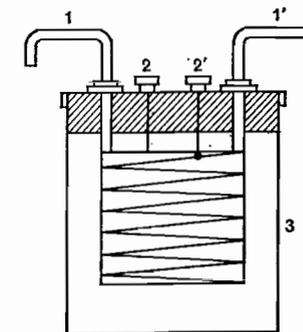


Fig. 2-10
Resistore campione: 1, 1' = morsetti amperometrici; 2, 2' = morsetti voltmetrici; 3 = involucro metallico.

La protezione del conduttore ostacola, in genere, la dispersione del calore da esso prodotto e limita la potenza dissipabile; questa è dell'ordine di qualche watt, con salti di temperatura dell'ordine di $10 \div 15 \text{ }^\circ\text{C}$. Per potenze superiori, i resistori vengono immersi in una vasca con circolazione d'olio o scambiatori di calore olio-acqua. La dispersione del calore risulta favorita se il resistore viene avvolto su un cilindro cavo metallico che viene a contatto con l'aria o con l'olio di raffreddamento.

Dopo il montaggio, la resistenza viene stabilizzata con una ricottura prolungata per alcuni giorni. Se il resistore, nel corso del suo impiego, viene sottoposto, anche per un tempo limitato, a temperature troppo elevate (dell'ordine di 150 $^\circ\text{C}$ per la manganina, 300 \div 400 $^\circ\text{C}$ per le leghe Ni-Cr) si ha un'ulteriore ricottura che produce un'alterazione permanente. Si usa perciò talvolta rivestire il conduttore con una vernice che si altera, con emissione di vapore, prima che sia raggiunta la temperatura critica per il resistore.

Come già si è visto, il valore di un resistore può essere determinato sia mediante misure assolute, sia con riferimento ad altri campioni primari. È assai difficile, tuttavia, al termine della fabbricazione, riuscire a pervenire al valore esatto voluto, con il desiderato numero di zeri (per es. 10.000,0 Ω).

Per evitare di introdurre correzioni nei calcoli, qualora ciò possa avere importanza, si ricorre pertanto a dispositivi con resistori di aggiustaggio (detti trimmer) come nello schema di fig. 2-11.

Nei campioni di valore basso l'aggiustaggio avviene mediante schemi duali con elementi in parallelo.

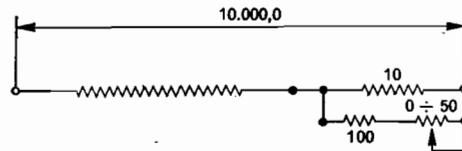


Fig. 2-11

2-4.4. Resistori a cassetta e a decadi.

Nelle applicazioni, è utile poter disporre anche di resistori variabili, il cui valore sia noto, in ogni posizione, con una determinata precisione. Ciò viene realizzato raggruppando in modo diverso, in serie o parallelo, più resistori di valore noto, costruiti con modalità analoghe a quelle usate per i campioni fissi.

Nei resistori a cassetta, l'inserzione avviene mediante la manovra di spine coniche (fig. 2-12) che inseriscono o cortocircuitano singoli resistori.

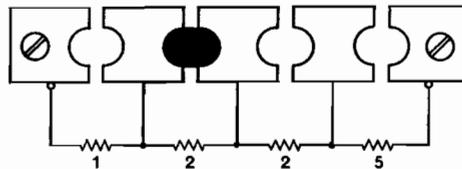


Fig. 2-12

È facile verificare che con quattro resistori di valore 1-2-2-5 Ω si possono realizzare tutti i valori interi da 1 a 10 Ω , e così per le decadi successive, cosicché bastano, ad esempio, 12 resistori per realizzare tutti i valori interi, da 1 a 1110 Ω . Nelle varie condizioni sono però presenti in diverso numero le resistenze di contatto proprie delle spine; esse possono essere mantenute ad un valore basso, curandone la pulizia e la pressione nelle rispettive sedi. Si evita tuttavia di scendere con i resistori al di sotto del valore di 0,1 Ω .

Per rendere costante la resistenza di contatto, indipendentemente dal valore inserito, si ricorre a resistori a decadi con inserzione a spine o con

la più pratica disposizione a commutatore rotante (fig. 2-13); essi risultano però più costosi poiché per realizzare la serie di valori interi da 1 a 10 sono necessari 10 resistori uguali.

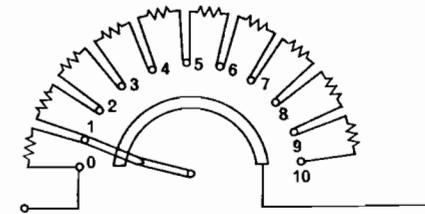


Fig. 2-13

Il contatto, nel commutatore rotante, è formato da una spazzola di lamelle di rame che agiscono indipendentemente, a pressione, su un bloccetto fisso; la resistenza relativa, pur curando la pulizia delle superfici, scende difficilmente al di sotto di $10^{-4} \Omega$.

Mediante particolari artifici è anche possibile realizzare i valori di una decade combinando un numero minore di resistori, pur riducendo a uno solo il contatto mobile in serie al circuito.

L'insieme di più resistori nello stesso involucro limita la potenza dissipabile da ognuno di essi; sono abituali valori di 1-2 W per resistore, indipendentemente dal loro valore.

2-4.5. Resistori variabili di basso valore.

Le limitazioni imposte dalle resistenze di contatto impediscono la costruzione di decadi o cassette di precisione, per valori inferiori a $10^{-2} \Omega$.

Per realizzare resistori variabili in questo campo, è possibile far ricorso a fili calibrati, di sezione e resistività uniformi, che consentono variazioni continue nella resistenza; ad essi va naturalmente applicata, almeno sulla parte variabile, un morsetto voltmetrico distinto da quello amperometrico.

Per ottenere fili uniformi e inalterabili sotto l'attrito del cursore, si usano diametri non inferiori al millimetro, il che comporta spesso una notevole lunghezza (dell'ordine dei metri).

La variazione di una resistenza per valori inferiori all'ohm evitando l'influenza delle resistenze di contatto, può essere realizzata con la disposizione di fig. 2-14;

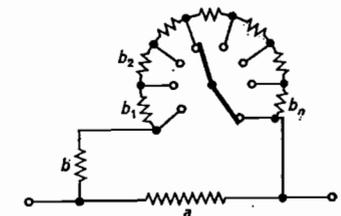


Fig. 2-14.

scegliendo opportunamente i valori di resistori $a, b, b_1, b_2, \dots, b_{10}$, è possibile fare in modo che la resistenza totale vari da un valore A a un valore $A + 1$ (ovvero $+0,1$, o $+0,01$), per gradini uniformi al variare della posizione del cursore.

La resistenza di contatto del cursore è sempre in serie con resistori di valore relativamente elevato (decine di Ω).

2-4,6. Resistori campioni di valore elevato.

I campioni di resistenza nel campo da 10^7 a $10^{14} \Omega$ sono costruiti con tecniche di deposito di materiali ad alta resistività; fra questi è il carbone, che ha coefficiente di temperatura negativo. Essi possono presentare anche variazioni in funzione della tensione applicata, ma soprattutto fenomeni d'invecchiamento nel tempo. Sono normalmente racchiusi in involucri metallici che funzionano da schermatura.

2-5. Campioni di capacità.

2-5,1. Requisiti dei condensatori campioni.

Un condensatore campione deve avere come requisiti essenziali:

a) un valore di capacità ben definito e costante; questo valore deve risultare indipendente dalle condizioni ambientali (p. es. temperatura) e di funzionamento (p. es. frequenza, tensione ecc.);

b) assenza di assorbimento di potenza attiva, in modo da realizzare la perfetta quadratura fra tensione e corrente (in regime sinusoidale).

A questi requisiti può aggiungersi talvolta quello di avere un valore calcolabile dalle dimensioni geometriche.

La possibilità di soddisfare questi requisiti dipende in gran parte dalla scelta del dielettrico, che è generalmente mica, quarzo o polistirolo per capacità elevate (> 1000 pF) e tensioni modeste (qualche centinaio di volt) o un dielettrico gassoso, negli altri casi.

Il dielettrico gassoso più semplice e conveniente è l'aria la cui costante dielettrica varia di qualche ppm per variazioni di un mbar nella pressione o di 1% nell'umidità relativa. Queste variazioni possono essere eliminate con condensatori a tenuta ermetica, ma subentra allora una variazione con la temperatura, di qualche ppm per $^{\circ}\text{C}$. Per avere maggiore rigidità dielettrica (e quindi minor volume a parità di energia immagazzi-

nata) si usa, specie per i condensatori ad alta tensione (> 20 kV) l'azoto o l'esaffluoruro di zolfo compresso da 2 a 15 bar.

I dielettrici solidi presentano il fenomeno dell'assorbimento, per effetto del quale, oltre a una dissipazione di potenza, si ha una variazione della costante dielettrica con la frequenza. Le variazioni con la temperatura sono dell'ordine di $+30$ ppm/ $^{\circ}\text{C}$ per la mica, -140 ppm/ $^{\circ}\text{C}$ per il polistirolo.

Le proprietà dei condensatori campioni dipendono anche, almeno in parte, dalle caratteristiche costruttive; questo è il caso ad esempio delle variazioni di capacità conseguenti a deformazioni geometriche, che possono essere provocate sia dalla temperatura sia dalla tensione.

Le connessioni possono inoltre introdurre un'induttanza parassita, che si aggiunge a quella delle armature; la presenza di un'induttanza L in serie alla capacità C_0 produce, alla pulsazione ω , una variazione ΔC sulla capacità apparente:

$$\frac{\Delta C}{C_0} \cong \omega^2 L C_0 = \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2$$

purché sia:

$$\omega \ll \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L C_0}}$$

In un diagramma logaritmico (fig. 2-15) delle variazioni di capacità, in funzione della frequenza, si distingue chiaramente l'errore dovuto all'induttanza propria, sul ramo ascendente della curva.

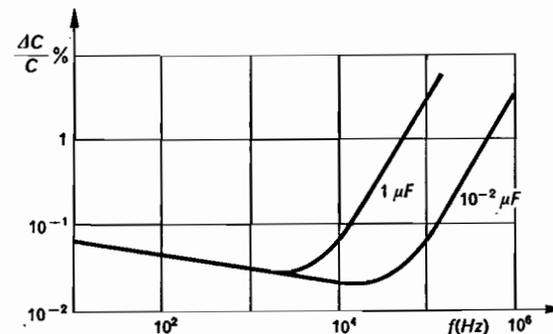


Fig. 2-15

2-5,2. Condensatori a tre morsetti.

Le armature (1, 2) di un condensatore presentano sempre una capacità parassita rispetto agli oggetti conduttori circostanti, in tensione o a massa

(fig. 2-16). Queste capacità, dell'ordine di qualche pF, alterano il valore della capacità misurabile fra gli elettrodi principali, facendo sì che essa dipenda anche dal potenziale di detti oggetti.

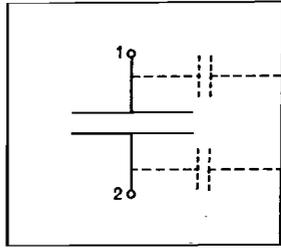


Fig. 2-16

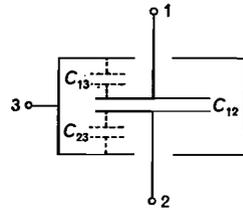


Fig. 2-17

Le capacità parassite possono assumere valori ben definiti disponendo, intorno agli elettrodi principali, uno schermo metallico che li circonda completamente (fig. 2-17); in questo caso è possibile determinare i valori delle capacità parziali C_{12} , C_{13} e C_{23} , ma il valore che si misura fra 1 e 2 è in ogni caso influenzato dal potenziale del punto 3, che è a sua volta determinato dalle capacità parassite esistenti fra schermo e oggetti circostanti.

L'effetto delle capacità parassite può essere completamente eliminato portando il punto 3 al potenziale del punto 2, senza connetterlo direttamente ad esso, come già visto in 2-3,3; la fig. 2-18 dà un esempio di una simile disposizione, in cui la corrente che fluisce nell'elettrodo 3 non attraversa l'utilizzazione, qui schematizzata dall'amperometro A .

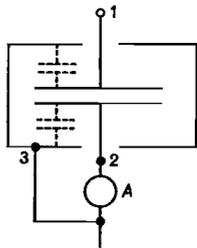


Fig. 2-18

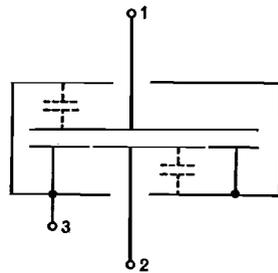


Fig. 2-19

Il terzo elettrodo può essere utilizzato anche per gli anelli di guardia (fig. 2-19); può anche servire ad eliminare l'influenza delle perdite in even-

tuali dielettrici solidi, interposti, ad esempio per ragioni meccaniche, fra esso e gli elettrodi principali. Spesso lo schermo si prolunga sulle connessioni dell'elettrodo 2.

In mancanza del terzo elettrodo, la funzione dello schermo può essere assunta, in parte, dallo stesso elettrodo 1 (fig. 2-20); si presentano così condensatori con l'elettrodo in tensione esterno, che viene percorso dalla corrente della capacità parassita, che però non interessa l'elettrodo di misura.

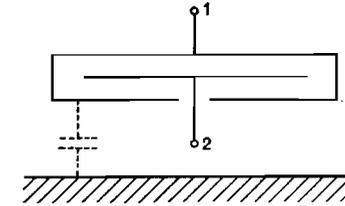


Fig. 2-20

2-5,3. *Angolo di perdita.*

Come è noto, in un condensatore reale esistono varie cause di dissipazione di energia, in gran parte attribuibili al dielettrico (conduttanza di dispersione non nulla, perdite per isteresi dielettrica, ecc.), od alle armature (effetto Joule nei collegamenti o nelle armature); ad esse possono aggiungersi effetti combinati quali quelli provocati da effluvi ai bordi o da depositi (ad esempio ossidazione) sulle armature.

Per caratterizzare queste perdite, si ricorre alla definizione dell'angolo δ che la corrente nel condensatore reale presenta rispetto a quella di un condensatore ideale; è allora (fig. 2-21):

$$\tan \delta = \frac{P}{Q}$$

essendo rispettivamente P e Q la potenza attiva e reattiva assorbite dal condensatore reale.

Negli schemi equivalenti, il condensatore con perdite può essere rappresentato, ad una certa frequenza, da una capacità C ideale con una resistenza R_s in serie o R_p in parallelo (fig. 2-22); risulta:

$$\tan \delta = \omega R_s C = \frac{1}{\omega C R_p};$$

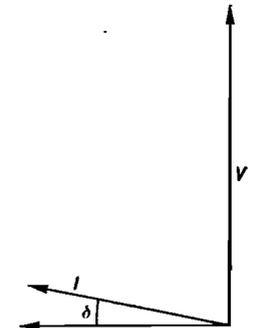


Fig. 2-21

e poiché δ è sempre piccolo, si può scrivere:

$$\dot{Z}_c \cong -jX_c(1 + j\delta).$$

Il quarzo, la mica, il polistirolo hanno angolo di perdita dell'ordine di 10^{-4} ; esso varia con la frequenza, come mostra ad esempio la fig. 2-23. Con gli isolanti gassosi si ottengono valori inferiori a 10^{-5} .

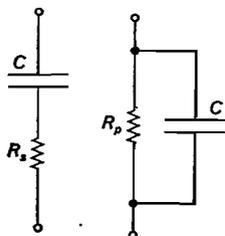


Fig. 2-22

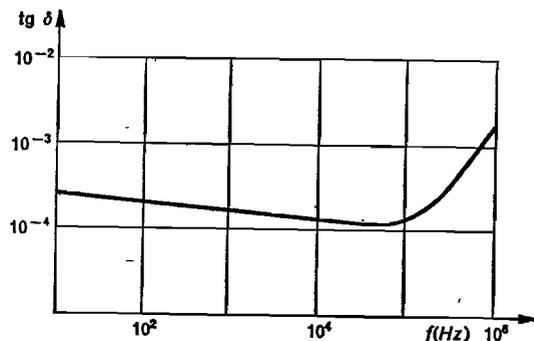


Fig. 2-23

2-5.4. Campioni di valore calcolabile.

I tipi più semplici di condensatori calcolabili sono ovviamente i condensatori a piani paralleli dotati di convenienti anelli di guardia, per delimitare la zona utile a campo uniforme. Altri esempi sono costituiti da condensatori sferici o da cilindri coassiali, anche questi con opportuni elettrodi di guardia. La loro capacità risulta determinata dalle dimensioni geometriche e dalla costante dielettrica del dielettrico impiegato, che è generalmente l'aria (o, in qualche caso, il vuoto).

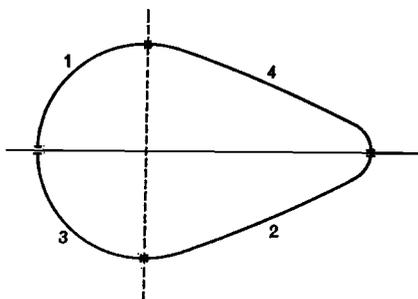


Fig. 2-24

È stata però dimostrata la possibilità di costruire condensatori campioni di capacità determinata da un'unica misura di lunghezza. Si consideri un cilindro indefinito, con sezione di forma qualsiasi, purché provvisto di un'asse di simmetria (fig. 2-24); si suddivida la sezione con un altro asse, normale al precedente, ottenendo quattro settori. Un teorema di elettrostatica (Lampard) mostra che la capacità fra due opposti settori (p. es. 1 e 2), gli altri due essendo connessi come terzo elettrodo, è indipendente dalla forma e dimensioni della sezione, e vale:

$$C_0 = \frac{\epsilon_0}{\pi} \ln 2 = 1,95354849 \text{ pF/m.}$$

Questa relazione è anche valida per disposizioni cilindriche con sezione di forma qualsiasi purché le capacità C_a (fra gli elettrodi 1 e 2) e C_b (fra gli elettrodi 3 e 4) siano fra loro eguali. Se le condizioni di simmetria non sono perfettamente rispettate, la media C_m delle capacità C_a e C_b vale:

$$C_m = C_0 \left[1 + \frac{\ln 2}{8} \left(\frac{C_a - C_b}{C_0} \right)^2 - \frac{(\ln 2)^2}{192} \left(\frac{C_a - C_b}{C_0} \right)^4 + \dots \right]$$

cossiché con dissimmetria $(C_a - C_b)/C_0 = 10^{-3}$ il valore di C_m si discosta solo di 10^{-7} da quello teorico.

Per ridurre l'effetto della separazione finita fra settori, i condensatori campioni basati su questo principio sono realizzati mediante cilindri affiancati (fig. 2-25); si hanno naturalmente sia elettrodi terminali di guardia, per evitare effetti di estremità, sia schermi verso l'esterno; le realizzazioni più accurate sono di tipo differenziale, ottenute per spostamento di una sbarra di schermo interna, e con misure interferometriche di lunghezza.

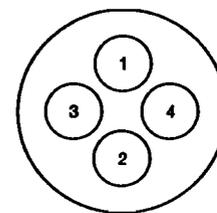


Fig. 2-25

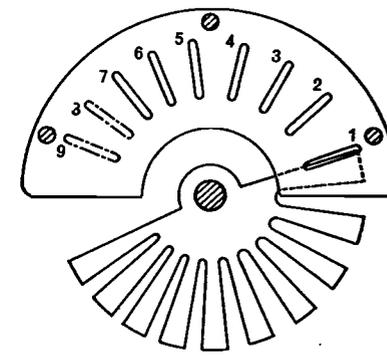


Fig. 2-26

2-5,5. Tipi di condensatori campioni.

I condensatori di capacità sopra i 1000 pF sono generalmente a dielettrico solido, con elettrodi a foglio o, meglio, a deposito di argento. Essi possono essere raggruppati in cassette a spine o a decadi.

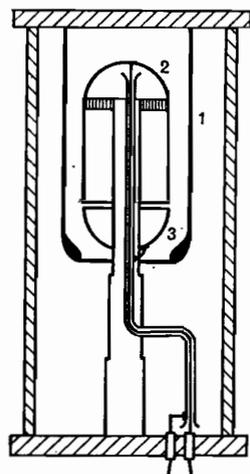


Fig. 2-27

I condensatori in aria sono invece formati da una o più coppie di elettrodi affacciati, disposti in recipiente ermeticamente chiuso; i supporti degli elettrodi sono generalmente in quarzo o altro materiale a bassa perdita; con lo stesso sistema, facendo ruotare un'armatura, si ottengono capacità variabili (fig. 2-26). Una costruzione particolare, con gas in pressione, per capacità a tensione elevata (fino a 500÷1000 kV) è mostrata in fig. 2-27.

Particolari cure, specie per le schermature, sono richieste per la costruzione di campioni, fissi o variabili, di piccolissima capacità (< 1 pF). La fig. 2-28 mostra un simile campione ricavato depositando un film conduttore nell'interno di un tubo di quarzo; in questo film sono ricavati i due elettrodi principali mentre il resto costituisce lo schermo.

Se gli elettrodi, anziché affacciati, sono spostati assialmente l'uno rispetto all'altro, si ottengono capacità anche molto piccole.

La maggiore stabilità si ottiene poi mantenendo il sistema sotto vuoto spinto, in un contenitore metallico che agisce anche come schermo verso gli oggetti esterni.

Per realizzare condensatori variabili, si ricorre ad una costruzione del tipo di fig. 2-29, dove l'elettrodo 2 si muove nell'interno di un « pozzo di guardia ». Gran parte delle linee di forza uscenti dall'elettrodo 1 sono deviate verso lo schermo 3 senza interessare l'elettrodo 2.

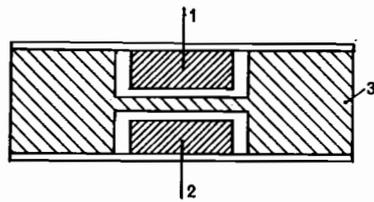


Fig. 2-28

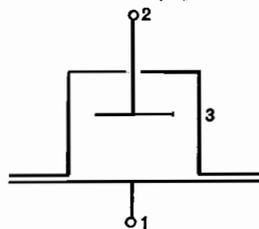


Fig. 2-29

2-6. Altri campioni per corrente alternata.

2-6,1. Resistori campioni per c.a.

Un resistore campione per corrente alternata, oltre a soddisfare ai requisiti richiesti per l'uso in corrente continua, deve garantire la costanza della resistenza, al variare della frequenza, e l'assenza di componenti reattive (induttanza o capacità). Per soddisfare al primo requisito è necessario evitare correnti parassite, sia nell'interno del conduttore che negli oggetti circostanti; il resistore sarà perciò in filo sottile e montato su supporti isolanti, anziché metallici.

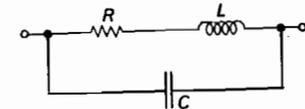


Fig. 2-30

Risulta invece sempre presente un'induttanza parassita, corrispondente al flusso concatenato col resistore stesso quando questo è percorso da corrente, ed una capacità parassita, corrispondente alle correnti nel dielettrico esistente fra punti del resistore a diverso potenziale; entrambi questi parametri sono distribuiti lungo il resistore stesso. Per definire le proprietà del resistore in regime variabile conviene pertanto far riferimento alla sua costante di tempo (generalizzata) T_0 definita, in base alla [1-40] come il rapporto δ/ω , essendo δ l'angolo di sfasamento fra tensione applicata e corrente nel resistore, alla pulsazione ω ; questo parametro è pressoché costante al variare della frequenza e viene in genere convenzionalmente misurato intorno a 1 kHz; ricordando (1-5,3) che per il semplice schema equivalente di fig. 2-30 si ha:

$$T_0 = \frac{L}{R} - RC;$$

si riconosce la possibilità di costanti di tempo sia positive, quando prevale l'effetto induttivo (resistori di valore basso) sia negative, quando prevale l'effetto capacitivo (con resistenze elevate). Il punto di compensazione dei due effetti dipende dalle modalità di costruzione del resistore, ed è realizzabile per resistori dell'ordine del centinaio di ohm⁽¹⁾.

I tipi più comuni di avvolgimento sono quelli bifilari, tali cioè da chiudere al massimo la spira formata dal resistore (avvolgimenti su sottili lastre isolanti o con due fili in parallelo, avvolti in sensi opposti).

Oltre agli effetti di capacità propria, un resistore può presentare effetti di capacità verso gli oggetti circostanti. In generale, perciò i resistori cam-

(1) Alcune norme classificano i resistori per c.a. nei riguardi della loro costante di tempo con un indice pari al logaritmo in base 10 di T_0 , espresso in nanosecondi (cioè un resistore classe 2 ha $T_0 \leq 100$ ns).

pioni sono contenuti in cassette munite di opportuni schermi metallici. Si realizzano costanti di tempo dell'ordine di $10^{-7} \div 10^{-9}$ s, specie per resistori di dimensioni fisiche limitate. Per misure di precisione sono stati costruiti campioni con costanti di tempo calcolabili entro 10^{-9} , almeno fino a frequenze dell'ordine di qualche kHz.

2-6.2. Campioni di induttanza.

Un campione di induttanza è formato da un avvolgimento dotato di un ben definito valore del coefficiente di autoinduzione; nelle varie condizioni d'impiego, esso dovrà anche presentare una resistenza abbastanza piccola, rispetto alla reattanza induttiva.

Il coefficiente di autoinduzione di un avvolgimento è legato alle sue dimensioni geometriche ed alla permeabilità del mezzo interessato dalle linee di flusso; gli induttori campione sono perciò montati su supporti non magnetici e poco deformabili con la temperatura e l'umidità, come il marmo, l'ebanite, la ceramica, il plexiglas, ecc.

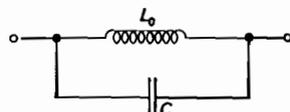


Fig. 2-31

Per evitare variazioni d'induttanza e perdite supplementari, dovute a correnti parassite, deve essere evitato nei supporti l'impiego di materiali conduttori; l'avvolgimento stesso deve inoltre essere di sezione tale da

non risentire dell'effetto pelle, eventualmente suddividendo il conduttore in più fili elementari, intrecciati, fra loro isolati.

La principale causa di variazione della induttanza (apparente) con la frequenza, è dovuta alle capacità proprie (fra spire, fra strati) dell'avvolgimento. È infatti, per il circuito di fig. 2-31:

$$Z = \frac{j\omega L_0}{1 - \omega^2 L_0 C}$$

e perciò, introducendo la pulsazione di risonanza dell'avvolgimento:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0 C}}$$

si ha:

$$L = \frac{L_0}{1 - \omega^2 L_0 C} \cong L_0 \left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right).$$

Nelle buone costruzioni, la capacità parassita risulta dell'ordine da 1 a 50 pF; ne segue che la frequenza limite d'impiego potrà essere dell'ordine dei kHz, per induttori di alcuni mH, e salirà ai MHz per induttori dell'ordine dei μ H.

Nei riguardi delle perdite, un induttore è caratterizzato dalla tangente del suo angolo di perdita δ o, più comunemente, dal suo inverso (fattore di merito):

$$Q_L = \frac{1}{\tan \delta} = \frac{\omega L}{R}.$$

Talvolta, specie per basse frequenze, si dà il valore della costante di tempo L/R che, come è noto, dipende dalla forma e dimensioni dell'avvolgimento, ma non dal suo numero di spire.

Per l'esatta definizione dell'induttanza, è necessario che l'induttore rappresenti un circuito perfettamente chiuso e che non abbia effetti di mutua induttanza con circuiti esterni (per collegamenti ecc.).

2-6.3. Tipi di induttori campioni.

La forma degli avvolgimenti è, in generale, dettata dalla necessità di realizzare un valore d'induttanza calcolabile con precisione, specie quando il numero di spire N è così piccolo da non fornire possibilità di aggiustaggio. La forma di fig. 2-32 dà, ad esempio, con buona approssimazione:

$$L = 2,459a^2 N^2 \times 10^{-6}$$

e:

$$T = \frac{L}{R} \cong 12a^2$$

(per rame a 20°), e consente valori di T da 10^{-1} a 10^{-3} s, se a è dell'ordine dei centimetri. L'avvolgimento toroidale ha il pregio di ridurre la mutua induttanza con i circuiti esterni; esso fornisce però, a parità di peso di avvolgimento, un minor valore della costante di tempo.

Valori più elevati della costante di tempo, specie per induttori di valore elevato, possono essere ottenuti con circuiti toroidali avvolti su nuclei ferromagnetici costituiti da polveri sinterizzate (permeabilità relative dell'ordine di $5 \div 10$); l'induttanza varia naturalmente con la corrente ma tale variazione può essere mantenuta in limiti ristretti (per es. $< 1\%$) in un opportuno campo di correnti. Il minor numero di spire necessario riduce la capacità propria dell'avvolgimento, mentre la presenza di perdite, rappresentabili con una resistenza in parallelo con L_0 , introduce un'altra causa di variabilità dell'induttanza equivalente con la frequenza.

Gli induttori fissi possono essere combinati in cassette a decadi, come i resistori.

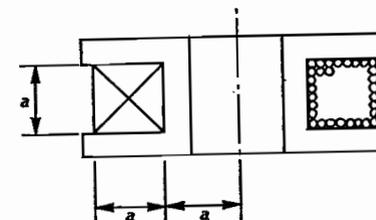


Fig. 2-32

2-6.4. Mutui induttori campioni.

Un campione di mutua induttanza fissa può servire sia per misure assolute sia per produrre, quando è percorso da una corrente nota I , un valore noto di flusso concatenato MI . Più diffuse sono le applicazioni in regime sinusoidale in cui il mutuo induttore serve a produrre una f.e.m. secondaria (a vuoto) in quadratura con la corrente primaria; in questo caso si utilizzano generalmente mutui induttori variabili.

Per ottenere la costanza del valore della mutua induttanza e la condizione di quadratura fra la f.e.m. secondaria e la corrente primaria, è necessario evitare la presenza di correnti indotte; la resistenza propria degli avvolgimenti non ha invece influenza.

La variabilità della mutua induttanza con la frequenza ed il suo errore di fase sono invece legate alla presenza delle capacità proprie dei singoli avvolgimenti, C_p e C_s , e di quella fra i due avvolgimenti, C_M dello schema equivalente più completo di fig. 2-33.

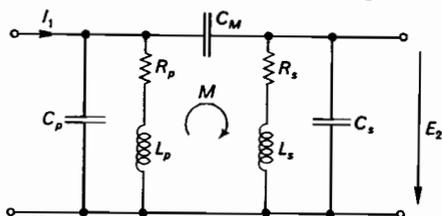


Fig. 2-33

Si vede come l'avvolgimento secondario sia percorso da corrente, anche quando i suoi morsetti siano aperti, per effetto delle capacità C_M e C_s ; ampiezza e fase della f.e.m. secondaria E_2 vengono perciò a dipendere anche dalla resistenza e induttanza dei due avvolgimenti.

Per limitare le capacità parassite, i mutui induttori campioni fissi si costruiscono come in fig. 2-34; tipi più semplici, di minor precisione, sono realizzati come in fig. 2-35. Per rendere gli induttori insensibili ai

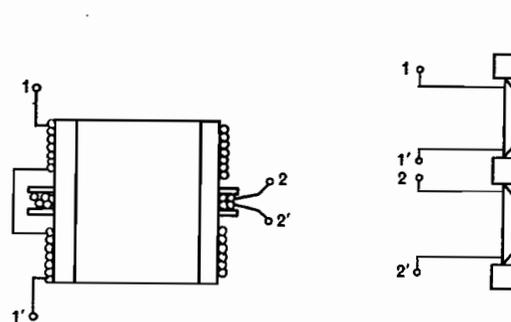


Fig. 2-34

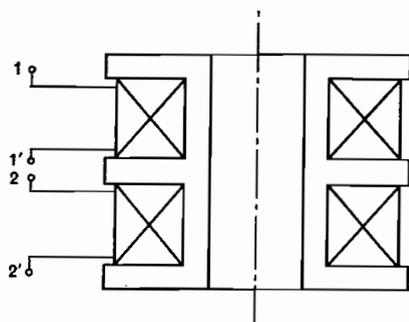


Fig. 2-35

campi di origine esterna, anziché disposizioni toroidali, che presenterebbero forti capacità fra avvolgimenti, si usano sistemi costituiti da coppie di avvolgimenti uguali, orientati in senso opposto rispetto a campi esterni uniformi.

2-6.5. Induttori variabili.

L'induttanza totale di due avvolgimenti, fra loro in serie, con coefficienti di autoinduzione L_1 e L_2 e mutua induzione M vale, come è noto:

$$L = L_1 + L_2 + 2M;$$

una mutua induttanza variabile consente quindi di ottenere anche un'autoinduttanza variabile.

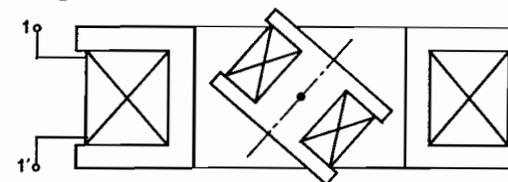


Fig. 2-36

La disposizione più semplice si ha con due bobine circolari, l'una fissa e l'altra mobile per 180° nell'interno della precedente, in modo da far variare la mutua induttanza fra un massimo positivo e uno negativo, quando gli assi delle bobine sono coincidenti (fig. 2-36). Per ottenere una variazione pressoché lineare di M con l'angolo di rotazione, la bobina interna deve essere di diametro circa metà di quello della bobina esterna. La scala è però praticamente sempre tracciata per via empirica.

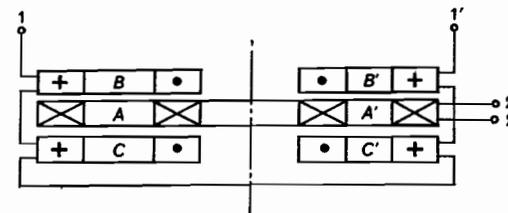


Fig. 2-37

Una disposizione meno sensibile ai campi magnetici di origine esterna è quella di fig. 2-37. Una coppia di bobine mobili AA' può ruotare intorno ad un asse allontanandosi da due coppie di bobine fisse BC e $B'C'$. Le bobine A, B e C hanno verso opposto rispetto alle $A'B'C'$, in modo sia di eliminare l'effetto dei campi uniformi sia di permettere il rovesciamento del segno della M . La forma delle bobine è studiata in modo da realizzare una variazione uniforme con l'angolo di rotazione e di ottenere una buona costante di tempo.