I CONVERTITORI DC/DC (Chopper) 2

I.1 Generalità 2

§ I.1.1 Tecniche di controllo 2

§ I.1.2 Aspetti generali di un sistema di controllo in PWM 5

§ I.2. Convertitore Step-down 6

§ I.3 Convertitore Step-up 9

§ I.4 Convertitori nella configurazione a ponte 12

§ I.4.1.Classi di modulazione 12

II CONVERTITORI DC/AC (Inverter) 14

§ II.1 Introduzione 14

§ II.2 Principio di funzionamento 15

§ II.3 Categorie degli inverter "VSI". 15

§ II.3.a I Categoria 16

§II.3.b II Categoria 18

§ II.4 Inverter trifase 23

I CONVERTITORI DC/DC (Chopper)

I.1 Generalità

Lo schema di principio di tali convertitori è il seguente:

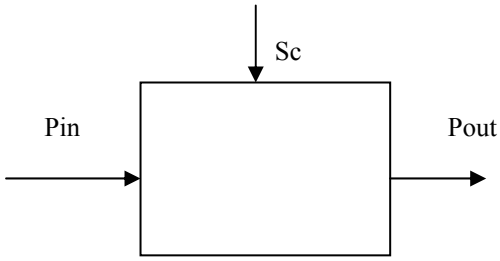


Fig.1: Schema di principio di un convertitore switching

La potenza di uscita, P_{out}, e la potenza di ingresso, P_{in}, sono in corrente continua. La grandezza S_c rappresenta l'insieme dei segnali di controllo da inviare agli interruttori statici in modo da regolare la P_{out}. Tali convertitori sono impiegati al fine di ottenere una potenza regolabile in uscita a partire da una potenza in ingresso non regolabile.

I convertitori di questo tipo possono essere :

1. - Convertitori abbassatori ("Step-down converter");
2. - Convertitori elevatori ("Step-up converter");
3. - Convertitori abbassatori/elevatori ("Step- down/up converter").

Le altre tipologie sono sempre una combinazione delle precedenti .

§ I.1.1 Tecniche di controllo

Si faccia riferimento allo schema circuitale in Fig.2, nel quale il carico è supposto resistivo.

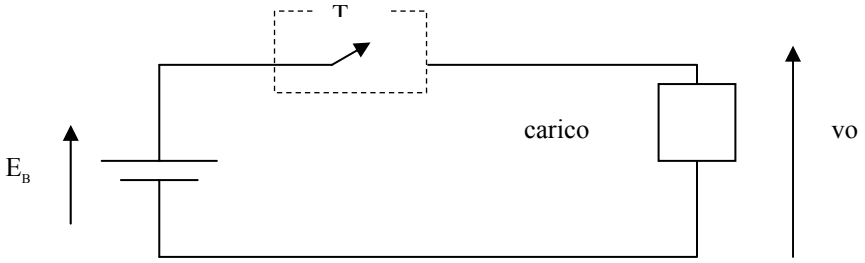


Fig.2

dove : E_B = tensione continua di alimentazione;

v_o = tensione di uscita.

In un convertitore di questo tipo, il valore medio della tensione in uscita è regolato controllando il tempo di chiusura dell'interruttore statico, τ_{on}, o durata della conduzione, ed il tempo di apertura τ_{off} , o durata dell'interdizione.

Si supponga che al tempo t=0 l'interruttore statico sia chiuso e si valuti il valore medio della v_o, che indicheremo Con V_o , facendo riferimento alla Fig.3.

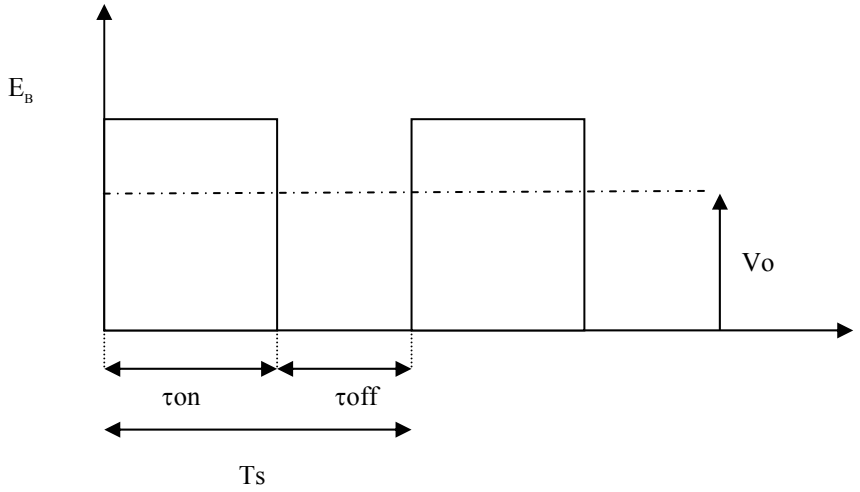


Fig.3

Sia $T_s = \tau_{on} + \tau_{off}$ il periodo di switching ossia il periodo di pilotaggio dell'interruttore statico corrispondente alla frequenza di switching f_s; il valore medio della v_o è allora pari a:

$$V_o = E_B [\tau_{on} / (\tau_{off} + \tau_{on})] = E_B [\tau_{on} / T_s]$$

Il valore V_o può essere controllato variando le grandezze τ_{on} e/o T_s attuando i differenti tipi di modulazione.

In particolare si ha:

A) Modulazione dell'ampiezza degli impulsi (" Pulse width modulation, PWM")

Tale tecnica si realizza mantenendo costante la frequenza di switching f_s e variando la durata del periodo di accensione τ_{on} (Fig.4).

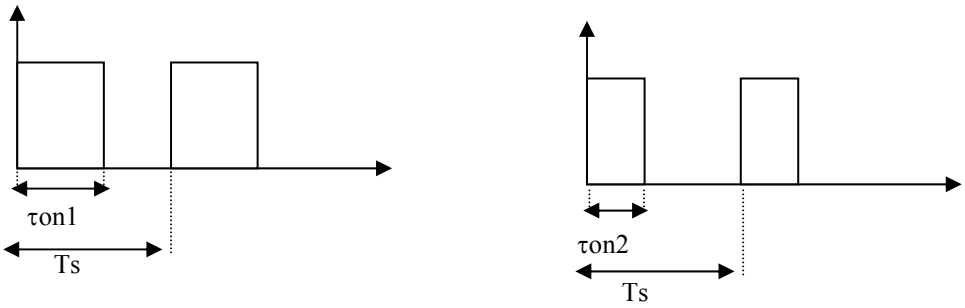


Fig.4

B)Modulazione della frequenza degli impulsi ("pulse frequency modulation PFM")

Tale tecnica si realizza mantenendo costante la durata di accensione τ_{on} e variando la frequenza di switching T_s (Fig.5).

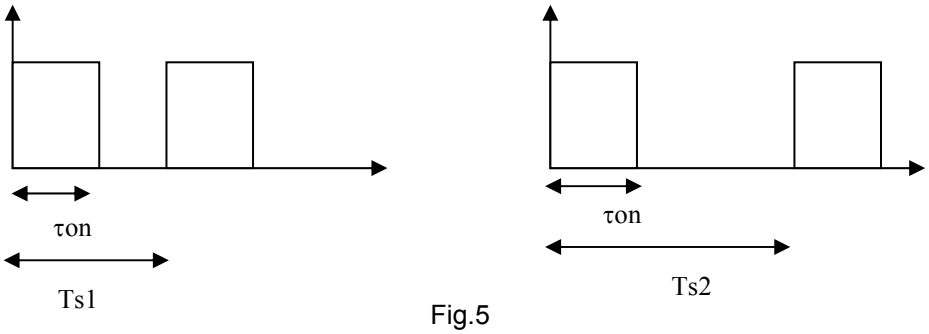


Fig.5

C) Modulazione del rapporto ("pulse rate modulation PRM").

Tale tecnica si realizza variando sia la durata di accensione τ_{on} sia la frequenza di switching e quindi T_s (Fig.6).

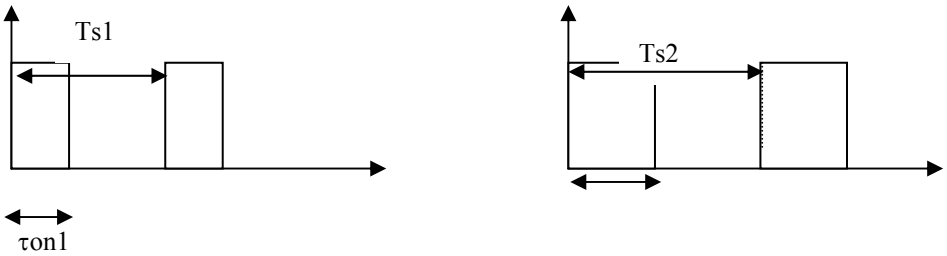


Fig.6

Di queste tecniche di modulazione quella universalmente usata è la PWM. La tecnica PFM è scarsamente impiegata in quanto comporta, all'aumentare della frequenza di pilotaggio degli interruttori statici ,f_S , perdite di commutazione notevolmente superiori rispetto a quelle tipiche per la tecnica PWM. L'ulteriore aspetto sfavorevole della tecnica PFM sta nella limitata profondità di regolazione se riferita al rapporto V_O/ E_B .Ciò è dovuto alla necessaria limitazione della frequenza di f_S imposta dalla sensibilità ai disturbi del carico alimentato in alternata . Nel seguito, quindi, si farà riferimento esclusivamente alla tecnica PWM.

§ I.1.2 Aspetti generali di un sistema di controllo in PWM

I segnali di accensione e di spegnimento che controllano lo stato dell'interruttore statico, T, con periodicità T_S ($T_S = 1/f_S$) sono generati confrontando una tensione di controllo V_S con una forma d'onda ripetitiva triangolare V_{St} come mostrato in Fig.7. Tali grandezze sono dette rispettivamente modulante e portante.

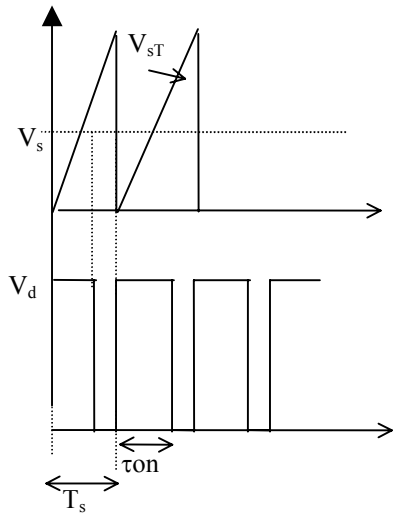


Fig.7

La frequenza f_S è fissata dalla frequenza di τon2 a sequenza di accensione e spegnimento degli interruttori statici è regolata dalle condizioni:

$$\tau_{on}: \; V_S > V_{St}$$
$$\tau_{off}: \; V_S < V_{St}$$

Il segnale di controllo è generalmente ottenuto amplificando la differenza tra il valore medio attuale della tensione di uscita V_0 ed il valore medio desiderato della stessa grandezza , V_0,rif secondo lo schema di principio in Fig.8.

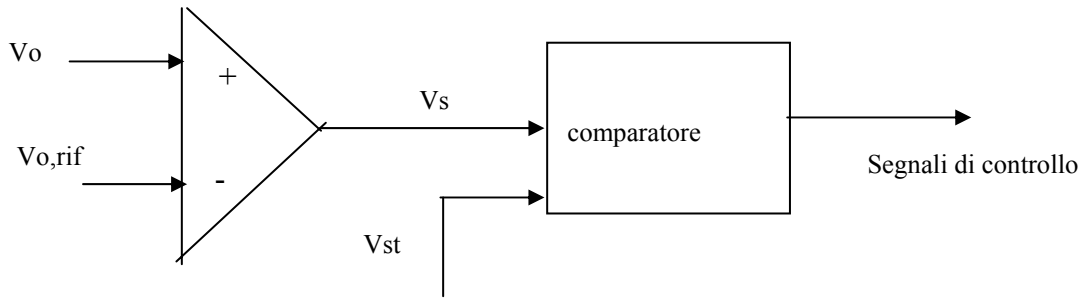


Fig.8

§ I.2. Convertitore Step-down

Si faccia riferimento alla Fig.9 nella quale , per generalità, il carico è rappresentato mediante un circuito ohmico-induttivo in serie ad una c.f.e.m.

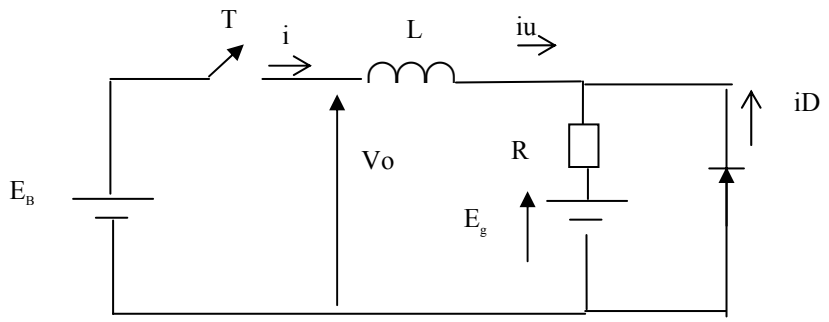


Fig.9

Il diodo D posto in parallelo al carico è un diodo di libera circolazione necessario negli istanti di interdizione dell'interruttore statico T a far circolare la corrente forzata dall'energia immagazzinata nell'induttore L.

Si vuole ricavare l'andamento a regime della corrente i_u del carico quando la ampiezza della tensione di uscita è modulata con periodo T_S ed ampiezza dell'intervallo di conduzione pari a τ_{ON}.

In condizione di regime si deve avere :

$$i(t)= I(t+nT_s)$$

o generalmente

$$i(nT_s) = i[(n+1)T_s] =I_0$$

$$i[(nT_s+ \tau_{ON})] = i[(n+1)T_s + \tau_{ON}] =I_1$$

dove con I_0 e con I_1 si è indicato, rispettivamente, il valore minimo ed il valore massimo tra i quali oscilla la corrente sul carico.

Per ricavare la forma d'onda della corrente si risolvono di seguito i due circuiti validi rispettivamente nella fase di conduzione dell'interruttore statico T e nella fase di interdizione dello stesso.

<u>Fase di conduzione</u> t $[nT_s ,nT_s+ \tau_{ON}]$

Trascurando la caduta di tensione sull'interruttore statico , il circuito da risolvere è riportato in Fig.10

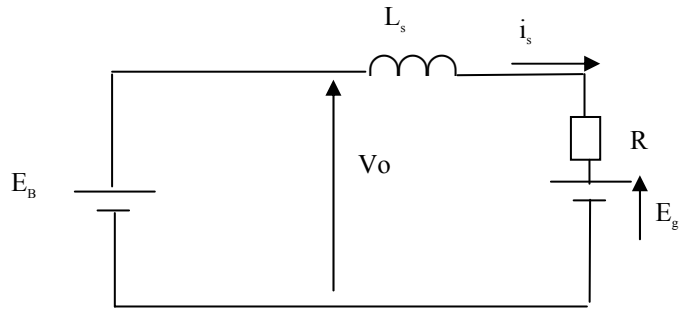


Fig.10

L' equazione differenziale nella grandezza i_u è:

$$E_B - E_G = R\, i_u + L\,(di_u / dt)$$

$$(E_B - E_G)/ R = i_u + L/R\,(di_u / dt)$$

con la condizione iniziale:

$$i_u(t=0) = I_0$$

Esprimendo la corrente i_u (t) soluzione della equazione differenziale sopra riportata come somma di una risposta libera $i_{ul}(t)$ e di una risposta forzata i_{uf} (t) si ha :

$i_u (t) = i_{ul} (t) + i_{uf} (t)$

dove :

$i_{ul} (t) = I_0\, e^{-(R/L)t}$

$i_{uf} (t) = (E_B - E_G)/ R\, [\, 1- e^{-(R/L)t}\,]$

si ottiene:

$i_u (t) = (E_B - E_G)/ R * [\, 1- e^{-(R/L)t}\,] + I_0\, e^{-(R/L)t}$

<u>Fase di interdizione</u> t $[nT_s + \tau_{ON}, (n+1)T_s]$

Trascurando la caduta di tensione sul diodo D, il circuito da risolvere è riportato in Fig.11

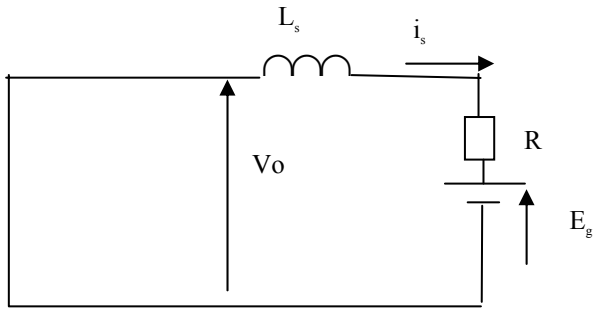


Fig.11

L' equazione differenziale nella grandezza $i_u = i_D$ è

$- E_G = R\, i_u + L\,(di_u / dt) = - E_G / R = i_u + L/R\,(di_u / dt)$

con la condizione iniziale sulla corrente tale da eguagliare il valore finale della corrente nella fase precedente di conduzione dell'interruttore statico T ;per cui si ha :

$i_u (t= \tau_{ON}) = I_1 = (E_B - E_G)/ R * [1- e^{-(R/ L)\tau_{ON}}] + I_0 e^{-(R/ L)\tau_{ON}}$

$i_{ul} (t) = I_1 e^{-(R/ L) (t-\tau_{ON})}$

$i_{uf} (t) = - E_G/ R [1- e^{-(R/ L)(t-\tau_{ON})}]$

Si ottiene pertanto :

$i_u (t) = - E_G/ R * [1- e^{-(R/ L)(t-\tau_{ON})}] + I_1 e^{-(R/ L)(t-\tau_{ON})}$

Ricapitolando si ha :

Fase di conduzione: $i_u (t) = (E_B - E_G)/ R * [1- e^{-(R/ L)t}] + I_0 e^{-(R/ L)t}$

Fase di interdizione: $i_u (t) = - E_G/ R * [1- e^{-(R/ L)(t-\tau_{ON})}] + I_1 e^{-(R/ L)(t-\tau_{ON})}$

Dalle espressioni ricavate si può tracciare l'andamento della corrente riportato in Fig.12. Si osserva che l'andamento della corrente, tipicamente esponenziale, può essere linearizzata se la periodicità degli impulsi di modulazione è molto inferiore alle costanti di tempo del circuito utilizzatore.

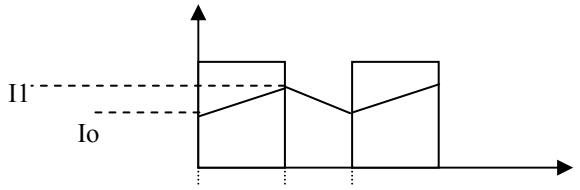
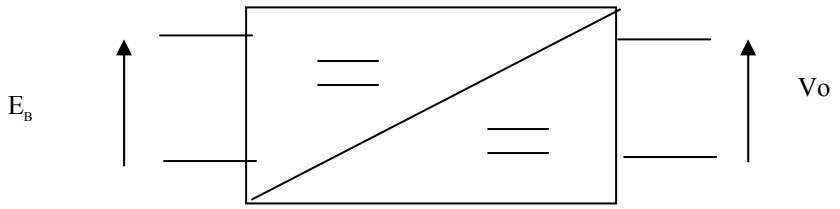


Fig.12

§ I.3 **Convertitore Step-up**

Questo tipo di convertitore è impiegato nei casi in cui è richiesto di trasferire energia da una sezione con tensione minore ad una sezione con tensione maggiore (Fig.13).



$$P \Longrightarrow$$
$$Vo>E_B$$

Fig.13

I tipici campi di applicazione sono nella frenatura di recupero dell'energia in un motore di trazione o ancora in particolari alimentatori in corrente continua. Tali applicazioni richiedono, infatti, che la potenza attiva in alcune fasi di funzionamento, vada dal carico alla sorgente in continua.(Fig.13)

Si consideri lo schema semplificato in Fig.14, nella quale è rappresentato il carico in continua alimentato dal convertitore con una resistenza equivalente. E' presente un condensatore C per garantire la condizione di costanza della tensione ai capi di R.

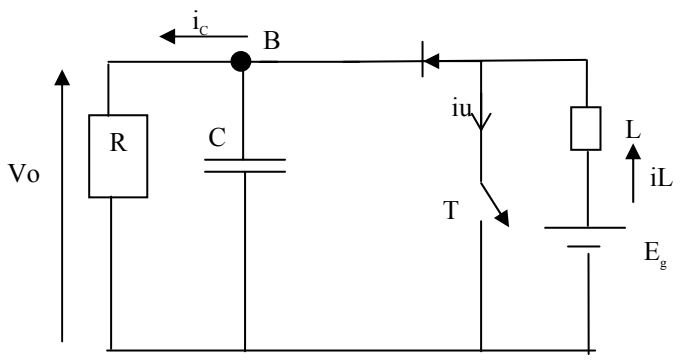


Fig.14

Si vuole ricavare l'andamento a regime della tensione e della corrente quando la ampiezza della tensione di uscita è modulata con periodo T_S ed ampiezza dell'intervallo di conduzione pari a τ_{ON} . Si analizzano ancora i due circuiti relativi alla fase di conduzione dell'interruttore statico e alla fase di interdizione.

Fase di conduzione

Si ipotizzi il condensatore C caricato alla tensione EG con il polo positivo al morsetto B. Se T è in conduzione, il punto P si porta a potenziale nullo e dunque il diodo D è contropolarizzato.

Fase di interdizione

In questo caso il diodo D entra in conduzione, facendo circolare la corrente forzata da E_B e da Ldi/dt verso il lato in D.C.

La valutazione del rapporto tra i valori medi delle tensioni in ingresso ed in uscita può esser facilmente dedotta a partire dall'andamento della tensione sull'induttore , v_L, il cui integrale in un periodo T_S deve essere nullo, stante l'ipotesi di condizione di regime.

Nella fase di conduzione dell'interruttore statico T si ha :

$E_G - v_L = 0 \Rightarrow \quad v_L = E_G$

Nella fase di interdizione dell'interruttore statico T si ha:

$E_G - V_o - V_L = 0 \Rightarrow \quad V_L = E_G - V_o$

Si ottiene pertanto l'andamento a regime della tensione v_L in Fig.17

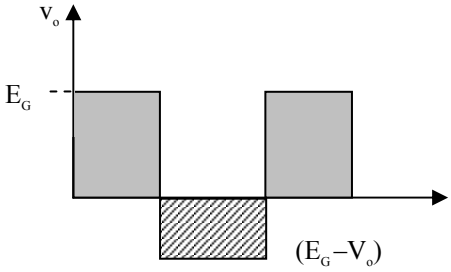


Fig.17

Dovendo essere l'integrale della tensione v_L nullo nel periodo T_S si ha:

$$\int_{\tau on} E_G \, dt + \int_{\tau off} (E_G - Vo) \, dt = 0 \Rightarrow$$

$$E_G \, \tau_{ON} + (E_G - V_o)\tau_{OFF} = 0 \Rightarrow$$

$$E_G \, \tau_{ON} / T + E_G \, \tau_{OFF} / T = V_o \, (\tau_{OFF} / T) \Rightarrow$$

$$E_G = V_o \, (\tau_{OFF} / T) \Rightarrow V_o = E_G(1 / 1 - \tau_{ON}/T) \Rightarrow$$

$$\boxed{V_o = E_G(1 / 1 - D)}$$

Dove $D = \tau_{ON} / T$ è per definizione il " duty ratio". Essendo D< 1 si ha che $Vo > E_G$

Per valutare il rapporto tra la corrente di ingresso e la corrente di uscita basterà porre uguali tra di loro la potenza di ingresso e la potenza di uscita, stante l'assenza di perdite:

$P_{IN} = P_{OUT}$

$I_o V_o = I_L E_G$

$I_o / I_L = E_G / V_o$

§ I.4 **Convertitori nella configurazione a ponte**

Tipico contesto di applicazione è l'alimentazione dei motori a corrente continua al fine di regolarne la velocità. Si faccia riferimento alla Fig.18

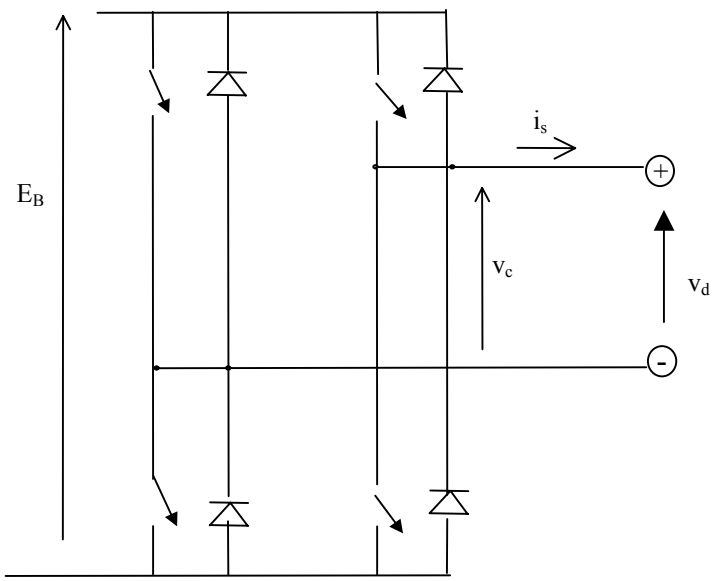


Fig.18

§ I.4.1.**Classi di modulazione**

Questo tipo di schema può essere controllato sia in PWM che in PFM . La modulazione secondo la tecnica PWM può essere effettuata secondo tre classi di modulazione:

a) unipolare e b) bipolare.

a) unipolare

Il convertitore a ponte lavora sempre tra lo zero e la piena tensione positiva (o tra lo zero e la piena tensione negativa) secondo la successione di impulsi riportata in Fig.19.

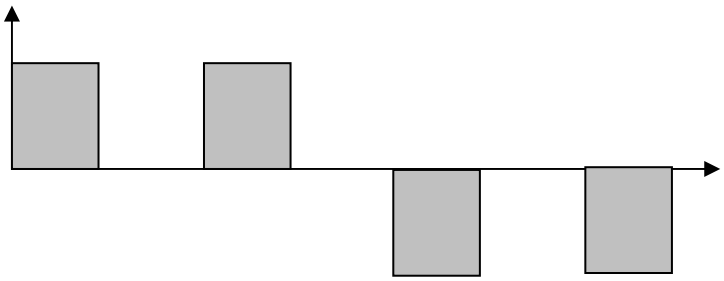


Fig.19

In questo caso la successione degli impulsi è ottenuta dalla comparazione tra un unico segnale modulante ed il segnale portante.

b) bipolare

Il convertitore lavora sempre tra la piena tensione positiva e la piena tensione negativa senza ritorno per lo zero (Fig.21)

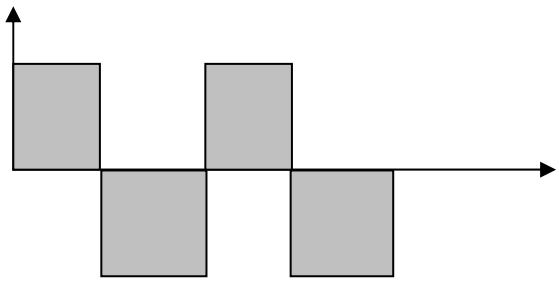


Fig.21

In questo caso la successione degli impulsi è ottenuta dalla comparazione tra due segnali modulanti, +vc e –vc, ed il segnale portante.

II CONVERTITORI DC/AC (Inverter)

§ II.1 **Introduzione**

Questo tipo di convertitore trova applicazione per l'alimentazione di motori in alternata e nei gruppi di continuità ("Uninterruptible Power System "U.P.S.), ossia quando è richiesta una forma d'onda in uscita sinusoidale controllabile in ampiezza e frequenza. Un primo schema di principio per un convertitore avente queste caratteristiche è riportato in Fig.22, nella quale l' inverter è alimentato da un primo convertitore raddrizzatore (AC/DC).

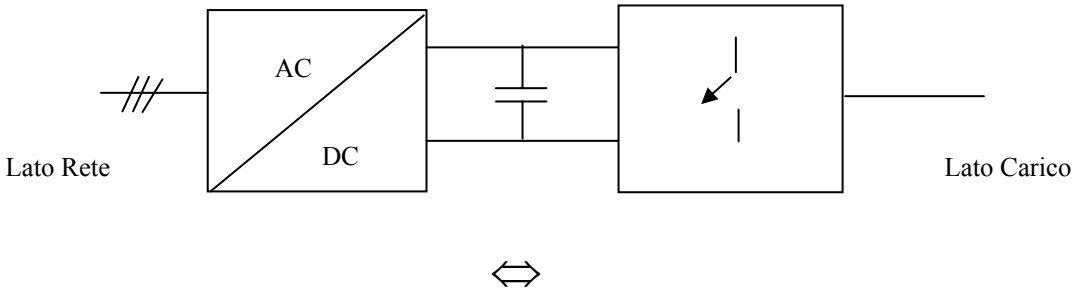


Fig. 22

Se tale schema deve essere applicato per smaltire l'energia cinetica associata alla inerzia del motore e di cio' che esso muove , nelle fasi di frenatura il motore si comporta da generatore e l'inverter da raddrizzatore . L'energia potrà essere dissipata su di un eventuale resistore posto in parallelo al condensatore o recuperata in rete. In tale ultimo caso è necessario avere anche il primo stadio di raddrizzamento reversibile.

Due sono i tipi di inverter realizzabili:

- Inverter a tensione impressa ("Voltage Source Inverter" V.S.I)
- Inverter a corrente impressa ("Current Source Inverter" C.S.I.)

Nel seguito si farà riferimento ad inverter a tensione impressa.

§ II.2 **Principio di funzionamento**

Si consideri un inverter monofase come quello il cui schema di principio è riportato in Fig.23.

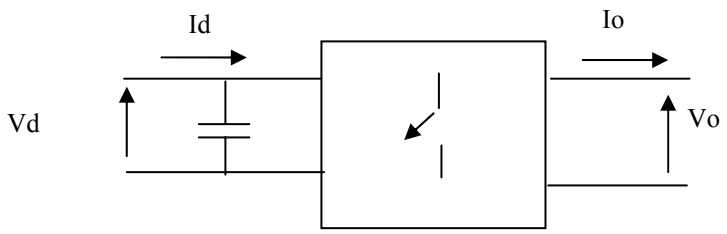


Fig.23

Si ipotizzi la presenza di un filtro passa basso di uscita, che realizza la sinusoidalità della tensione di uscita v_O. Essendo il carico tipicamente induttivo la corrente i_O risulta sfasata in ritardo rispetto la tensione secondo l'andamento riportato in Fig.24.

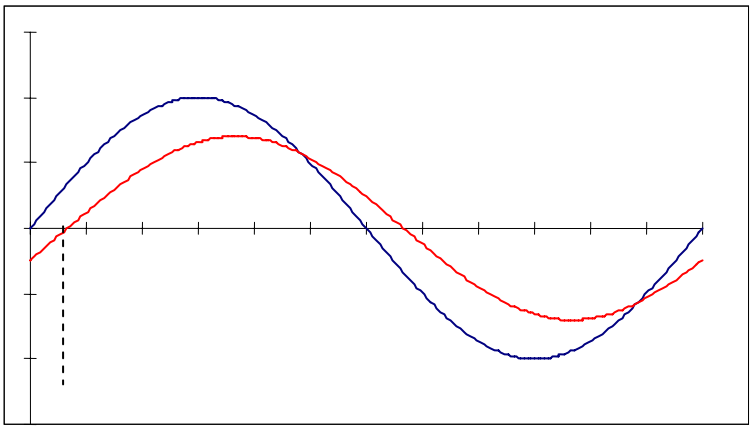


Fig.24

§ II.3 **Categorie degli inverter "VSI".**

Gli inverter a tensione impressa ("V.S.I.") possono essere suddivisi in 3 categorie in funzione delle caratteristiche delle grandezze di uscita:

I categoria: tecnica di modulazione impiegata :PWM con controllo del valore medio e della frequenza della tens

Forma d'onda della tensione di uscita: sinusoidale.

II categoria: tecnica di modulazione impiegata :PWM con controllo della frequenza. Il valore medio della tensione è regolato dallo stadio di raddrizzamento.

Forma d'onda della tensione di uscita: rettangolare

III categoria: tecnica di modulazione impiegata :PWM con controllo dal valore medio e della frequenza della tensione di uscita.

Forma d'onda della tensione :rettangolare.

Nel seguito si analizzano gli aspetti principali dei dispositivi di I e di II categoria.

§ II.3.a **I Categoria**

Si ricorda che , per il chopper, la ampiezza della tensione in uscita è regolata secondo la tecnica PWM mediante il confronto tra una tensione di controllo V_S (modulante) ed una tensione ripetitiva di forma d'onda rettangolare V_{ST} (portante). In questo caso il principio di regolazione sul valore medio della tensione è ancora lo stesso ed in più vi è la necessità di regolare la frequenza della tensione di uscita.

Si supponga di voler realizzare una tensione di uscita v_O sinusoidale ad una certa frequenza f. Siano V_S la modulante sinusoidale e $V_{S\,T\,,\,max}$ il valore di picco della portante $V_{S\,T}$ che stabilisce la frequenza degli impulsi di accensione ai due interruttori statici T_{A+} e T_{A-} in Fig.26.

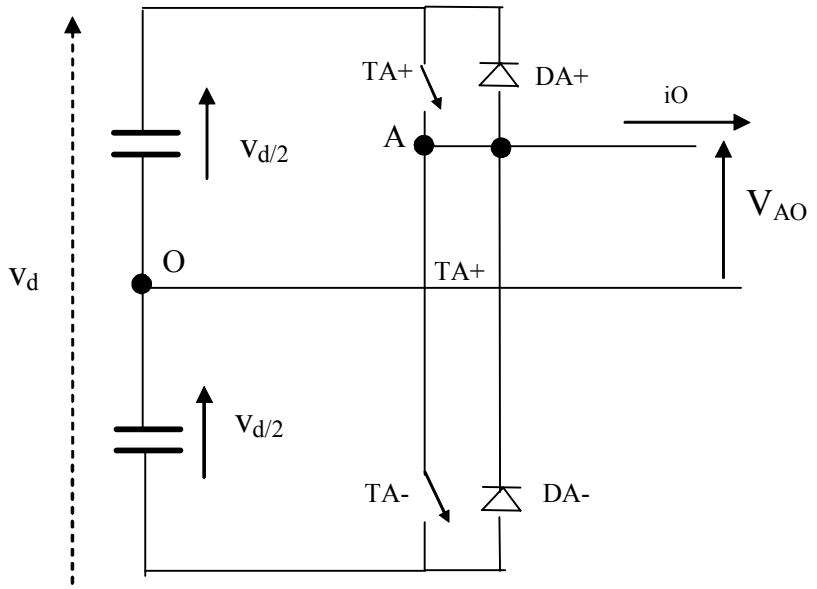


Fig.26

Siano f_s : frequenza della portante;

f_1 : frequenza della modulante;

$m_a = V_{S\,,\,max} / V_{S\,T\,,\,max}$: rapporto di modulazione dell'ampiezza

$m_f = f_S / f_1$: rapporto di modulazione della frequenza.

Con riferimento alla Fig.27 si ha che :

$V_S \geq V_{S\,T}$ T_{A+} è in stato di ON $V_{AO} = + V_D/2$;

$V_S \leq V_{S\,T}$ T_{A-} è in stato di ON $V_{AO} = - V_D/2$;

inoltre poichè i due interruttori statici non sono mai contemporaneamente in stato ON la tensione v_O fluttua tra + $V_D/2$ e - $V_D/2$ ed è caratterizzata da una componente fondamentale di frequenza pari a f_1 e di valore massimo pari a m_a (a condizione che m_a sia minore o uguale a 1).

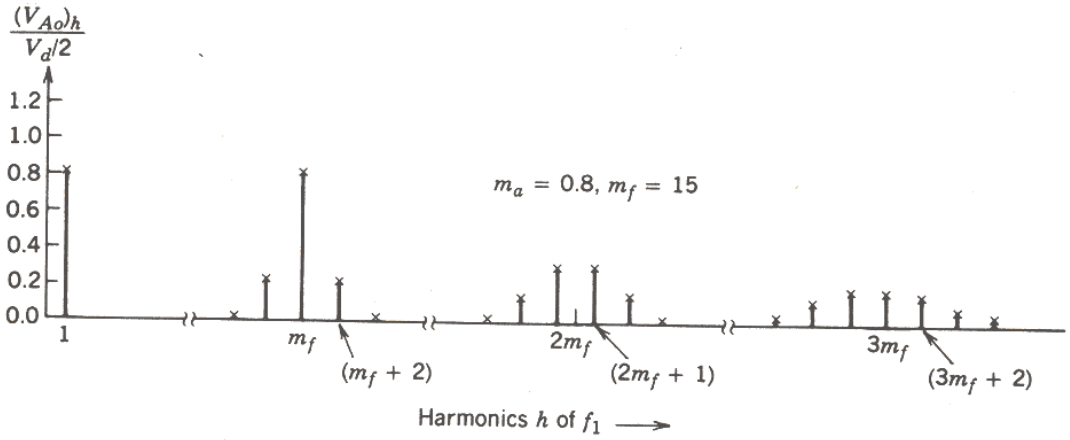


Fig.27

Le armoniche di ordine superiore ad 1 sono disposte in fasce centrate rispetto alle frequenza di ordine m_f, $2m_f$, $3m_f$, e sono dell'ordine $h=n(m_f)+k$, con n pari e k dispari e n dispari e k pari, ed hanno ampiezza decrescente rispetto all'ordine di armonicità..

E' preferibile scegliere m_f dispari. In tale caso si ha simmetria dispari della forma d'onda di uscita su mezzo periodo e quindi si avranno solo armoniche dispari (termini in solo seno).

§II.3.b **II Categoria**

Si può ancora fare riferimento alla Fig.26, ma in tale caso ogni interruttore statico è in stato di conduzione per mezzo periodo (Fig. 28).

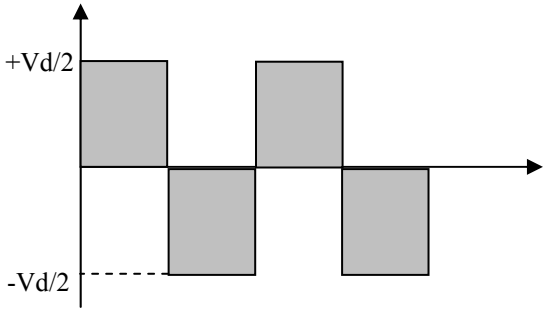


Fig. 28

Si valuti la ampiezza della prima armonica A_1 :

$$2/\pi \int_0^{\pi} V_A \text{ sen } \omega t \, d\omega t = \quad 2/\pi \int_0^{\pi} V_D/2 \text{ sen } \omega t \, d\omega t = 2\pi * V_D/2 * 2 =$$

$A_1 = 4/\pi \; V_D/2$; $A_h = 4/\pi * V_D/2 * 1/h$, con h dispari.

In questo caso è facile vedere come questa forma d'onda sia ottenibile ancora con un controllo del tipo PWM, nel quale però la $V_S > V_{ST,max}$

Si evince che la ampiezza della tensione di uscita è indipendente da m_a.

I fondamentali vantaggi nell'impiego di inverter V.S.I. di tale categoria sono legati al fatto che ogni interruttore statico cambia stato solo 2 volte in un periodo rendendo cosi' possibili anche applicazioni di potenza

Lo svantaggio fondamentale sta nella impossibilità di regolare la ampiezza della tensione di uscita con il solo inverter , per cui è necessario disporre di uno stadio iniziale di raddrizzamento controllato in modo da regolare a monte dell'inverter stesso la tensione di uscita.

§II .5 I categoria nella configurazione "full - bridge"

In questo caso la I Categoria può essere realizzata attraverso le due classi di modulazione per tecnica del tipo PWM che garantiscono l'inversione della polarità della tensione : bipolare e unipolare.

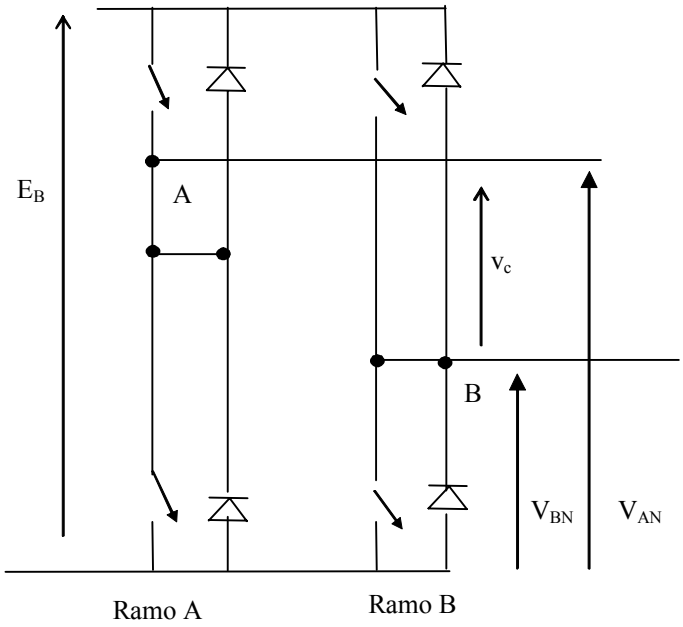


Fig.29

BIPOLARE

Con riferimento alla Fig.29, il comando di accensione arriva alternativamente alle coppie degli interruttori statici appartenenti a diagonali opposte, ossia alle coppie(T_{A+} & T_B); (T_{B+} & T_{A-}).

Con tale schema la tensione di uscita tra A e O, $v_{AO}(t)$, è identica a quella dell'inverter in configurazione "half-bridge", ottenuta ancora confrontando una modulante ed una portante. Si osservi inoltre che la $v_{BO}(t)$ è sempre di segno opposto a $v_{AO}(t)$.

Ad esempio, quando T_{A+} è in stato ON si ha che v_{AO} =+ V_D /2 ;quando T_{B+} è in stato ON si ha che v_{BO} =- V_D /2. Poichè $v_{AO}(t)$ =- $v_{BO}(t)$ e $v_O(t)$ = $v_{AO}(t)$ - $v_{BO}(t)$ sia che:

$v_O(t) = 2V_{AO}$

$v_{O,1,max} = m_a * V_D$ (se m_a <1)

La tensione di uscita oscilla tra $+V_D$ e $-V_D$ (Fig.30).

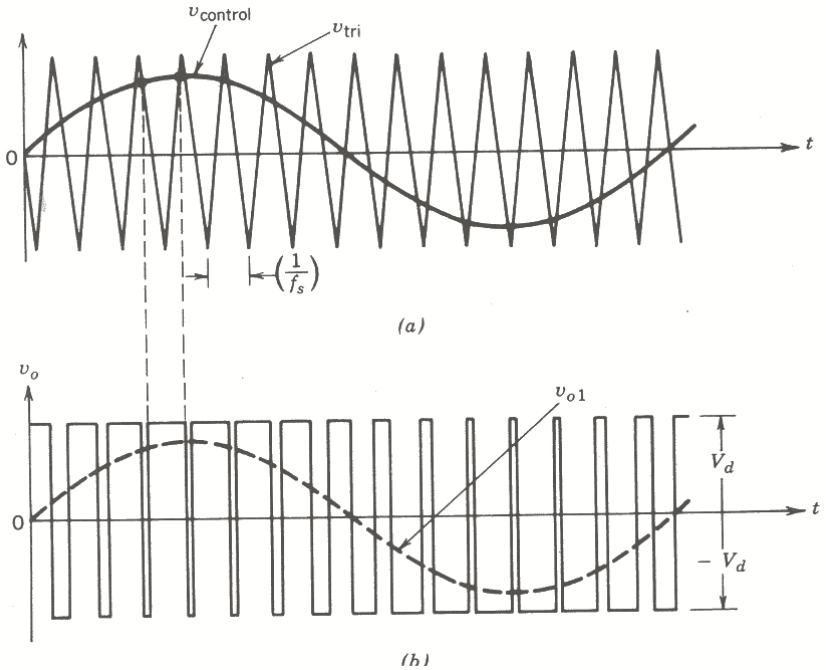


Fig. 30

UNIPOLARE

Per realizzare questo tipo di classe di modulazione si deve controllare l'accensione degli interruttori statici di ciascun ramo del ponte in Fig.29 separatamente sempre comparando la portante con due tensioni di controllo (modulanti) opposte tra di loro.

Si otterrà per il ramo degli interruttori "A" per $V_S > V_{ST}$ T_{A+} in stato ON , e quindi $V_{AN} = V_D$,e per $V_S < V_{ST}$ T_{A-} in stato ON , e quindi $V_{AN} = 0$

Per il ramo degli interruttori "B" $(-V_S) > V_{ST}$ T_{B+} in stato ON , e quindi $V_{BN} = V_D$, e per $(-V_S) < V_{ST}$ T_{B-} in stato ON , e quindi $V_{BN} = 0$. La combinazione che si ottiene è riportata in Fig.31.

Si osservi che la modulazione di questa classe realizza virtualmente una portante a frequenza doppia e ciò si riflette anche nello spettro delle armoniche, nel quale scompaiono le frequenze centrali dei fasci di armoniche e rimangono le bande laterali centrate sulle sole frequenze multiple pari a m_f (Fig.32).

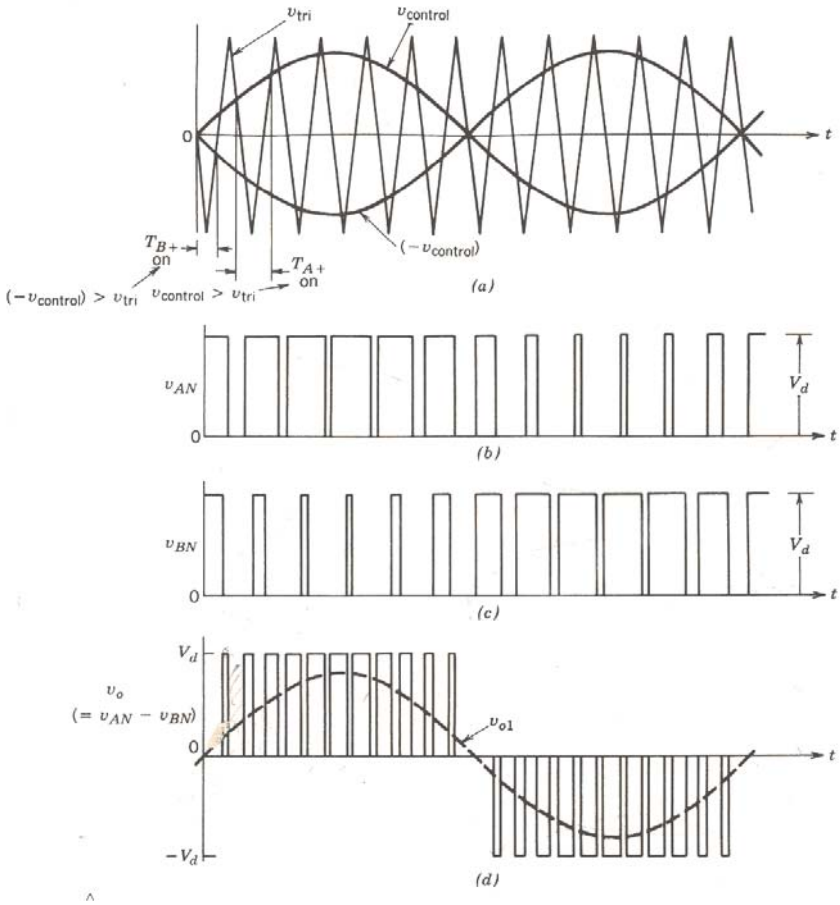

v_{tri}
$v_{control}$
0
t
T_{B+} on
T_{A+} on
$(-v_{control})$
$(-v_{control}) > v_{tri}$
$v_{control} > v_{tri}$
(a)
v_{AN}
V_d
(b)
v_{BN}
(c)
v_o
$(= v_{AN} - v_{BN})$
v_{o1}
$-V_d$
(d)

Fig. 31

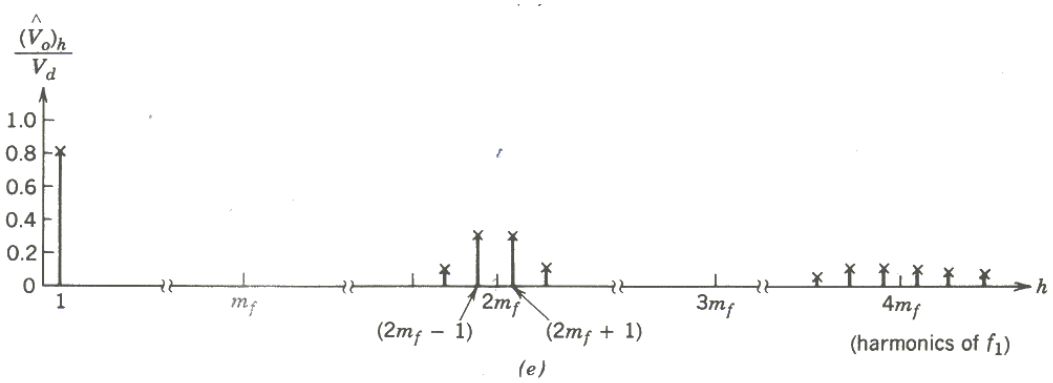

$\frac{(\hat{V}_o)_h}{V_d}$
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1
m_f
$2m_f$
$3m_f$
$4m_f$
h
$(2m_f - 1)$
$(2m_f + 1)$
(harmonics of f_1)
(e)

Fig. 32

§ II.4 Inverter trifase

In molte applicazioni come i sistemi di continuità (UPS), l'interfaccia con sistemi di generazione da fonte rinnovabile i convertitori in configurazione trifase sono quelli maggiormante impiegati. E' possibile ottenere una terna di tensioni in corrente alternata di sequenza diretta anche attraverso tre inverter monofase controllati con tre tensioni di controllo sfasate a 120°. Ci sono applicazioni dove tale configurazione è preferita per problemi legati essenzialmente alla necessità di punti di lavoro diversi sulle tre fasi, tuttavia tale struttura richiede inevitabilmente un maggior numero d componenti statici (dispositivi a semiconduttore e trasformatori). La struttura più frequente di un inverter trifase consiste in tre rami (ramo A, ramo B, ramo C di Fig.33) ciascuno dei quali è simile alla configurazione vista nel § II.3.a (Inverter di I Categoria). La tensione di uascita di ciascun ramo, per esempio la V_{AN}, dipende unicamente dalla tensione Vd e dallo stato dei dispositivi presenti sul ramo (T_A+ & T_A-). La tensione di uscita è indipendente dalla corrente di uscita lato corrente alternata in quanto uno dei due dispositivi presenti su ciascun ramo è sempre in fase di conduzione in ogni istante di tempo[1].

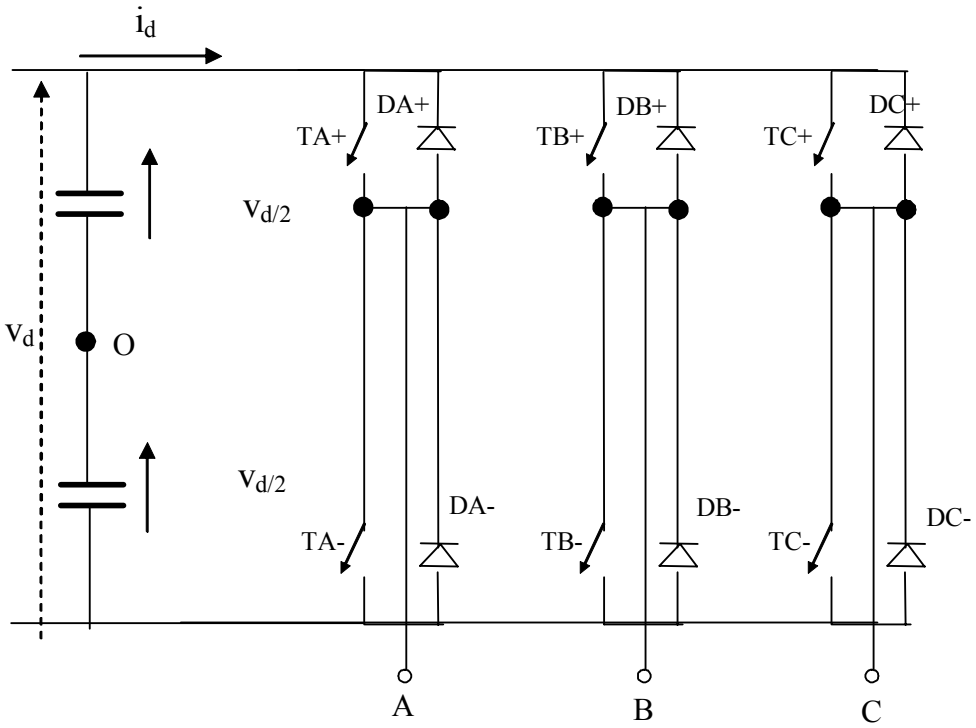


Figura 33 : Convertitore trifase

[1] Si trascura il *"blanking time"* introdotto volutamente dal sistema di controllo per portare in conto i tempi di transizione dallo stato di conduzione allo stato di interdizione, e viceversa, non nulli.

Nel caso del convertitore trifase l'obiettivo della modulazione PWM è ottenere tre tensioni ad una desiderata frequenza, pari alla fondamentale di esercizio per le applicazioni di interesse negli impianti elettrici, di ampiezza e fase regolabili a partire da una tensione assunta costante sul lato in corrente continua, Vd. A tal fine sono utilizzate tre tensioni di controllo sfasatae a 120° e comparate con una unica tensione portante, Vp (indicata coon il simbolo Vtri in Fig. 34).

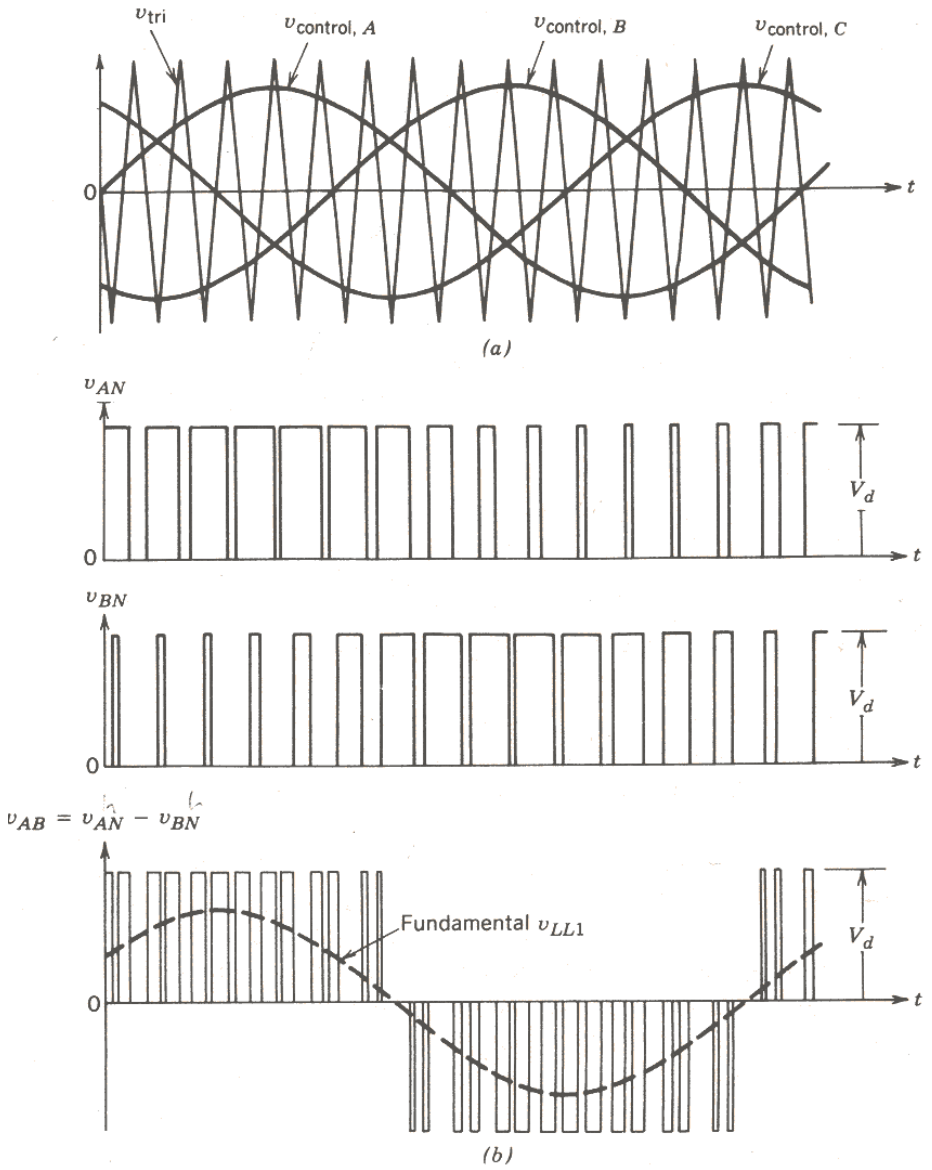


Fig. 34

Le armoniche presenti nelle tensioni di fase V_{An}, V_{BN}, V_{CN} sono identiche a quelle già viste per la struttura di I categoria (Vedi Fig. 27) dove sono presenti solo le armoniche di ordine dispari in fasce centrate lateralmente intorno ai multipli di mf, ammesso che mf sia dispari.

Le armoniche delle tensioni concatenate si possono derivare dalle armoniche delle tensioni di fase operando, ovviamente, le opportune operazioni di sottrazione. Se si considerano le armoniche di ordine mf (lo stesso ragionamento vale per tutte le armoniche multiple dispari di mf) delle tensioni di fase, per esempio della V_{An} e della V_{BN},tali armoniche sono sfasate tra di loro di un angolo mf1*20°. Questa differenza di fase è equivalente a zero, ossia è pari a 360° o suoi multipli, se mf è scelto dispar e multiplo di 3, come normalmente si fa. La Fig.35 mostra lo spettro tipico di una tensione concatenata nel caso di ma ≤1. Nella regione caratterizzata da tale condizione (ma ≤1, zona lineare), il valore di picco della componente alla frequenza fondamentale della tensione in una dei rami di uscita, ad esempio del ramo A è pari a:

$$\left(\hat{V}_{AN}\right)_1 = ma\frac{Vd}{2};$$

per cui il valore efficace della componente alla fondamentale della tensione concatenata è pari a:

$$V_{LL1} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} ma\left(\hat{V}_{AN}\right)_1 = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} ma\left(\hat{V}_{AN}\right)_1 Vd \cong 0.612maVd$$

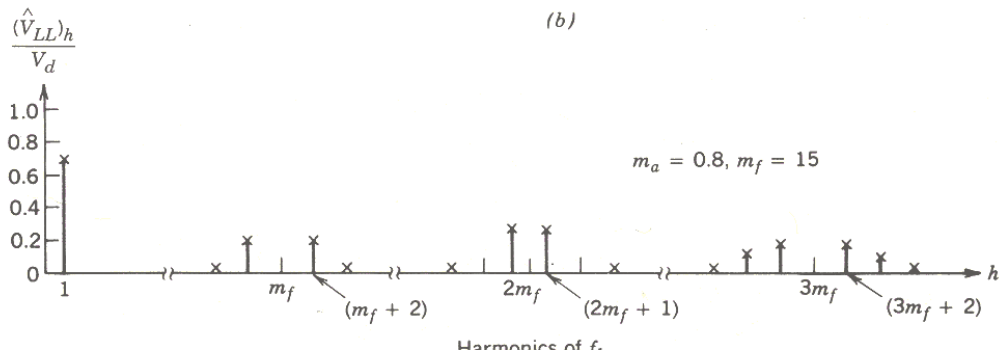


Fig.35