Misure di angoli e definizione delle principali funzioni goniometriche

Misura dell'angolo in gradi

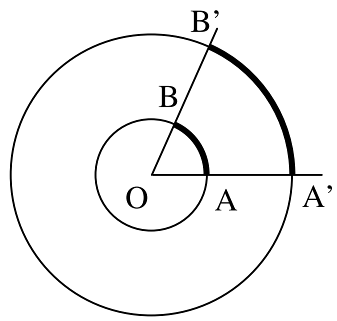
Comunemente gli angoli vengono misurati in gradi (°).
Si noti che le frazioni di grado possono essere determinate in due modi distinti:
Primi e secondi: 13° 25' 45"
Si tratta di un sistema *sessagesimale*

Frazioni decimali: 45.7809°

Nella pratica comune, il secondo modo è diventato più frequente.
Le calcolatrici e la maggior parte dei software di calcolo usano questa seconda rappresentazione.

Definizione di radiante

Dette ℓ, ℓ' degli archi AB, A'B', ed r, r' le lunghezze dei raggi OA, OA', vale la relazione di proporzionalità:



$\ell : \ell' = r : r'$

Pertanto, il rapporto $\frac{\ell}{r} = \frac{\ell'}{r'}$ non dipende dal raggio della circonferenza presa in considerazione, ma esclusivamente dall'ampiezza dell'angolo AOB. Tale rapporto è detto *misura dell'angolo* AOB *in radianti*.

La misura dell'angolo in radianti è proporzionale alla misura dell'angolo in gradi.
L'ampiezza α dell'angolo giro in radianti è data dal rapporto tra la lunghezza della circonferenza e il raggio:

$$\alpha = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$$

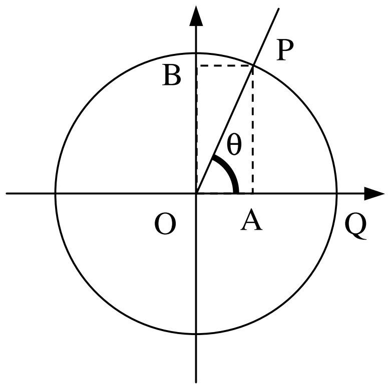
Dunque, l'ampiezza in radianti di un generico angolo θ soddisfa la proporzione:

$\theta\,(°) : \theta\,(\text{rad}) = 2\pi : 360°$

Circonferenza goniometrica e definizione delle funzioni seno, coseno, tangente

Sia r = OP il raggio di una circonferenza, e θ l'ampiezza dell'angolo AOP.

Si definiscono come segue le funzioni seno, coseno, tangente dell'angolo θ (espresso in *radianti*):



$$\text{sen}\,\theta = \frac{|OB|}{r}$$

$$\cos\theta = \frac{|OA|}{r}$$

$$\tan\theta = \frac{|OB|}{|OA|}$$

Approssimazioni utili del valore delle funzioni goniometriche per piccoli angoli.

Esprimendo le misure degli angoli in radianti, valgono le seguenti approssimazioni, di uso frequente in fisica:

$\text{sen}\,\theta \approx \theta$ $\quad\quad$ $\theta << 1$

$\tan\theta \approx \theta$ $\quad\quad$ $\theta << 1$

$\cos\theta \approx 1$ $\quad\quad$ $\theta << 1$

Relazioni utili tra funzioni goniometriche.

Le seguenti relazioni esprimono identità di uso abbastanza frequente. Gli angoli sono valutati in radianti nella colonna di sinistra, in gradi a destra.

$\operatorname{sen}(90° - \theta) = \cos\theta$	$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$
$\cos(90° - \theta) = \operatorname{sen}\theta$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \operatorname{sen}\theta$
$\operatorname{sen}(180° - \theta) = \operatorname{sen}\theta$	$\operatorname{sen}(\pi - \theta) = \operatorname{sen}\theta$
$\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$	$\cos(\pi - \theta) = -\cos\theta$
$\tan\theta = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$	
$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$	