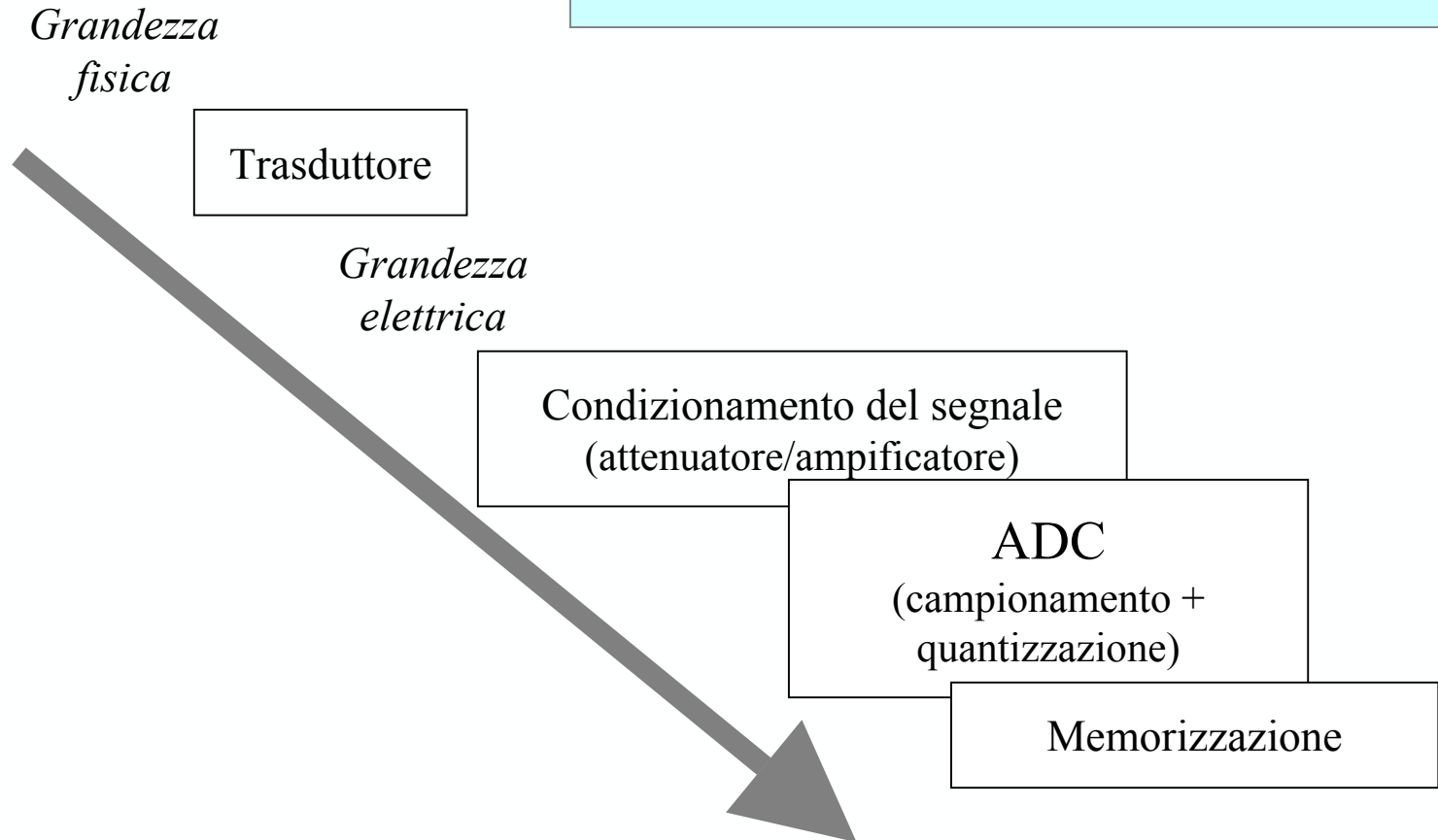


Corso di Sistemi Automatici di Misura

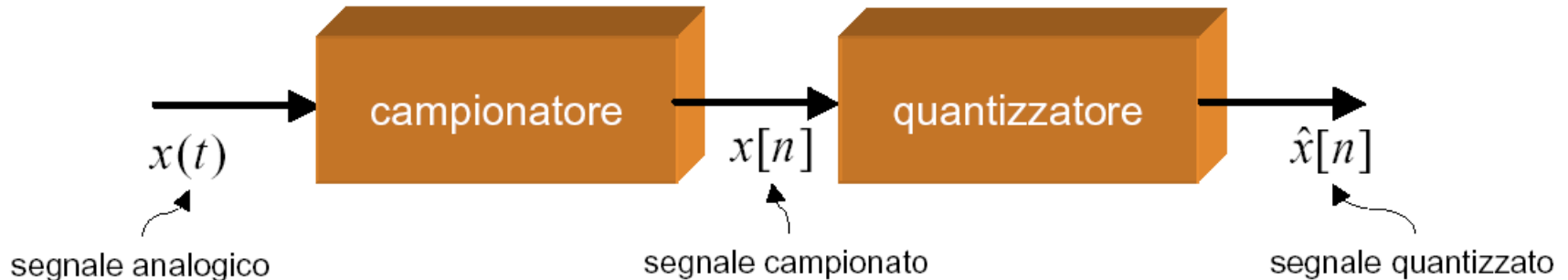
SECONDA LEZIONE:

**CAMPIONAMENTO E QUANTIZZAZIONE
I CONVERTITORI A/D**

Struttura di un sistema di Acquisizione Dati



La conversione A/D



- La conversione A/D effettua **due** distinte operazioni:
 - **campionamento**: discretizzazione dei tempi (dal tempo continuo al tempo discreto);
 - **quantizzazione**: discretizzazione delle ampiezze (dalle ampiezze continue alle ampiezze discrete).

Il campionamento: introduzione

Con il termine “campionamento” si indicano, in generale, le modalità di raccolta di una quantità discreta di informazioni che sia rappresentativa di un fenomeno.

Esempi:

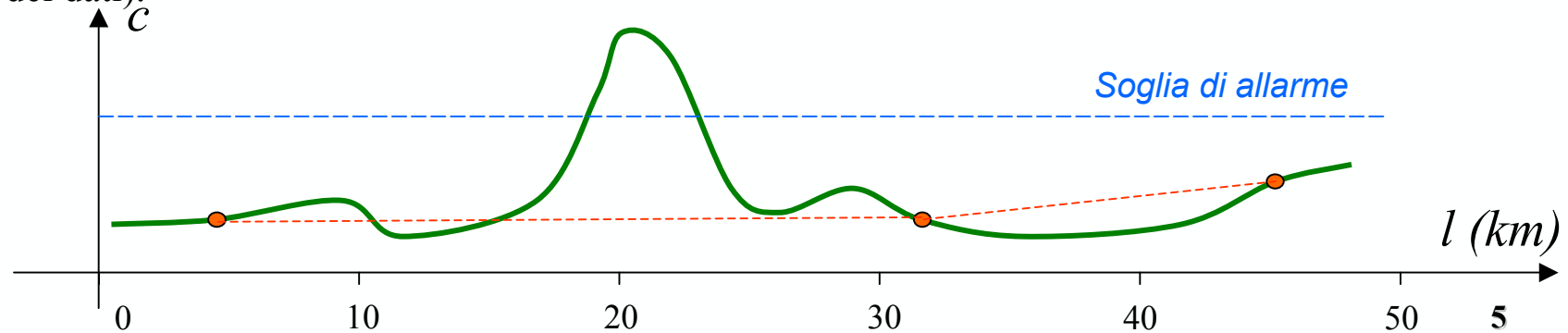
- Scelta di 1000 persone alle quali sottoporre un questionario da cui dedurre (“*inferire*”) le preferenze della popolazione di una città.**
- Raccolta dei valori della concentrazione di una sostanza inquinante lungo un fiume. Problema: in quali e quanti punti raccolgo i dati?**
- Monitoraggio della temperatura corporea di un paziente. Problema: con che cadenza (“*frequenza*”) raccolgo le misure?**
- Ricostruire nel migliore dei modi l’andamento di una grandezza fisica rispetto al tempo (“*segnale*”) nella memoria (che è discreta e limitata) di un calcolatore o di uno strumento numerico.**

Il problema della frequenza di campionamento

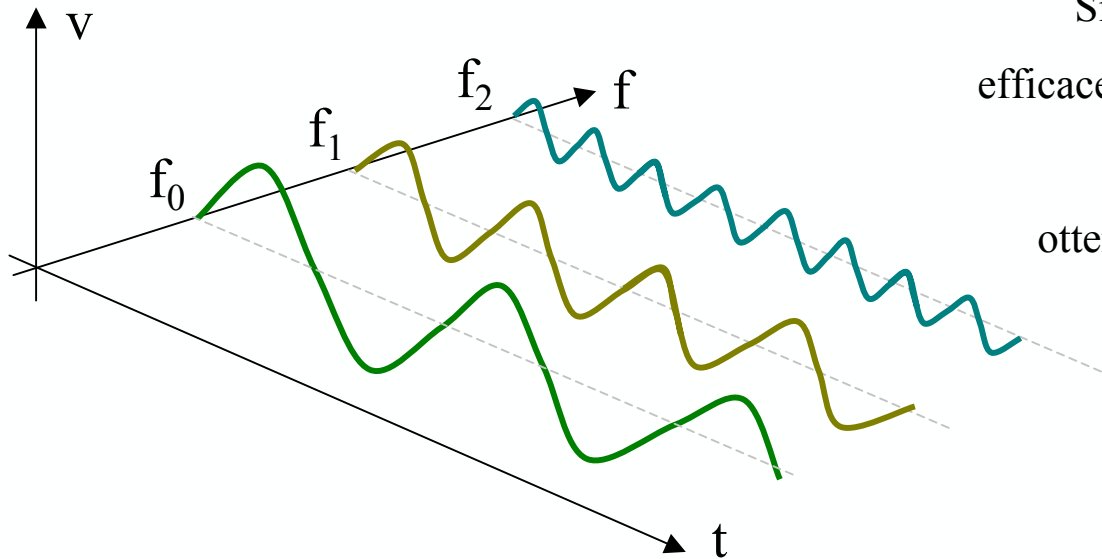
Quando si raccolgono valori discreti e si desidera che siano rappresentativi della grandezza continua dalla quale sono estratti, è fondamentale che i punti o gli istanti di campionamento siano **sufficientemente vicini** tra loro.

Punti di campionamento troppo distanti possono dare luogo a significative **perdite di informazione**.

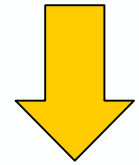
Punti di campionamento troppo vicini comportano uno **spreco di risorse** (tempo di misura, memoria per la conservazione dei dati).



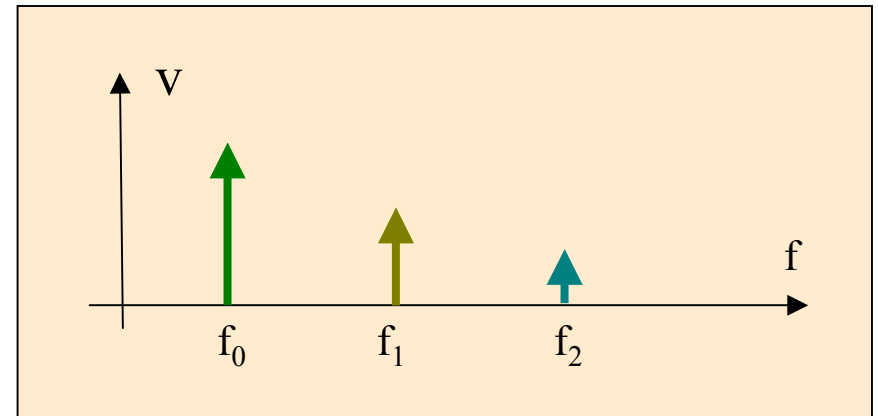
La rappresentazione nel dominio della frequenza (D.F.)



Si rappresenta il valore (massimo o efficace) di ampiezza di una componente armonica rispetto alla frequenza, ottenendo lo **spettro di ampiezza** del segnale.



La frequenza più elevata alla quale si trova una componente significativa del segnale individua la **banda** del segnale.



Teorema di Shannon

Dato un segnale a banda limitata $x(t)$, la cui trasformata di Fourier $X(f)$ soddisfi la condizione:

$$|X(f)| = 0 \quad \text{per} \quad |f| > B$$

il segnale è completamente determinato a partire dalla sequenza $x(nT)$ dei suoi campioni acquisiti ad intervalli uniformi di durata:

$$T_c \leq 1/2B \quad \text{ovvero} \quad F_c \geq 2B$$

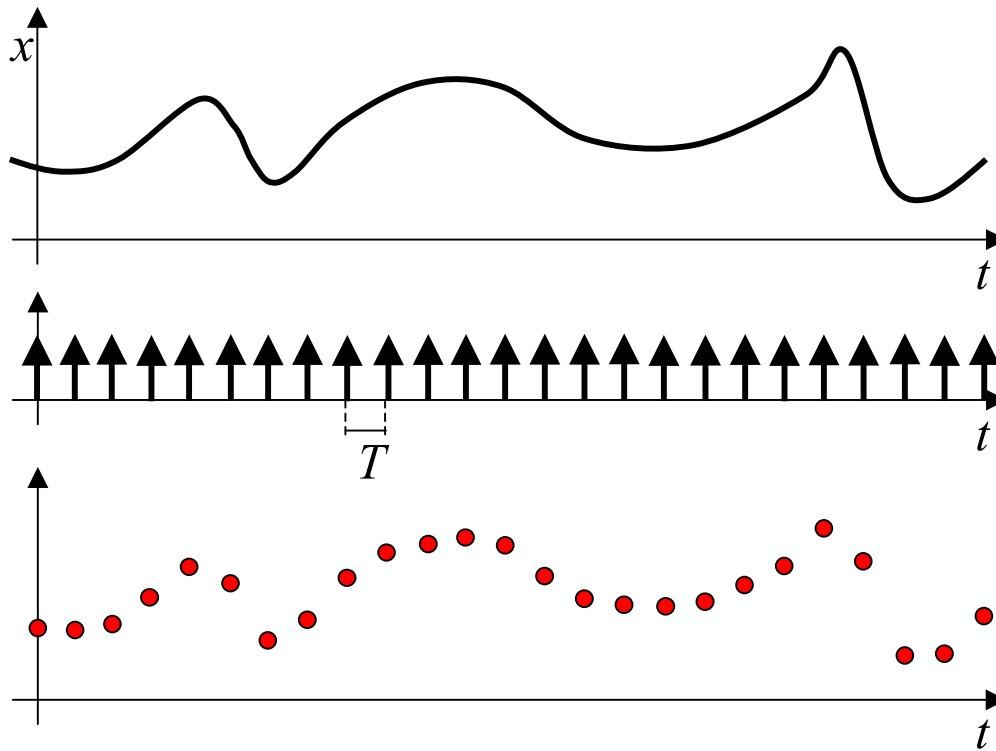
dove: $-\infty < n < +\infty$.

T_c = periodo di campionamento

F_c = frequenza di campionamento

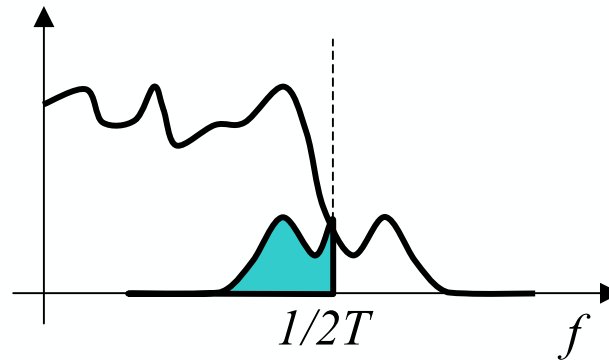
N.B.: un segnale a banda limitata non può avere durata limitata, quindi la sequenza ha infiniti campioni.

Campionamento

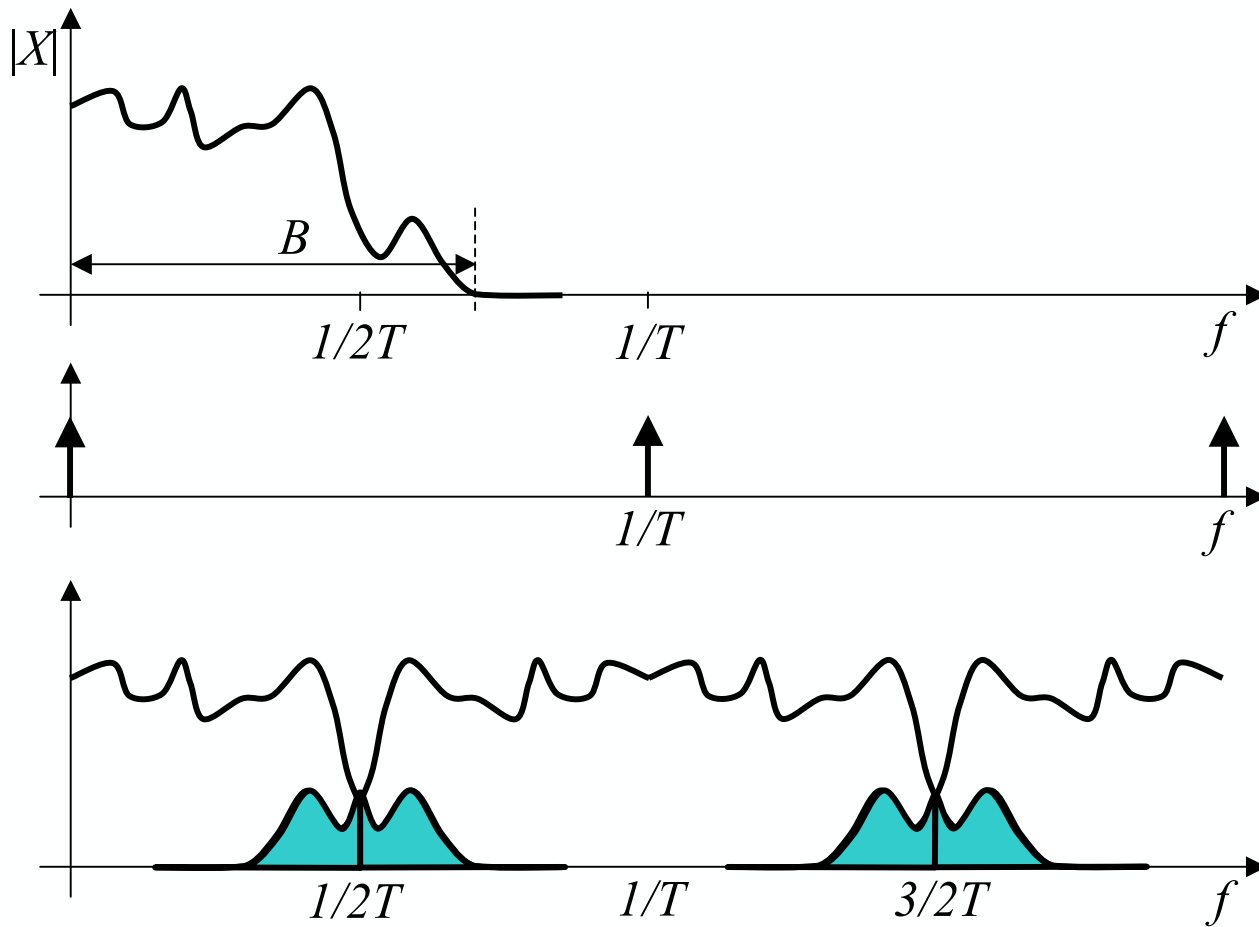


Aliasing

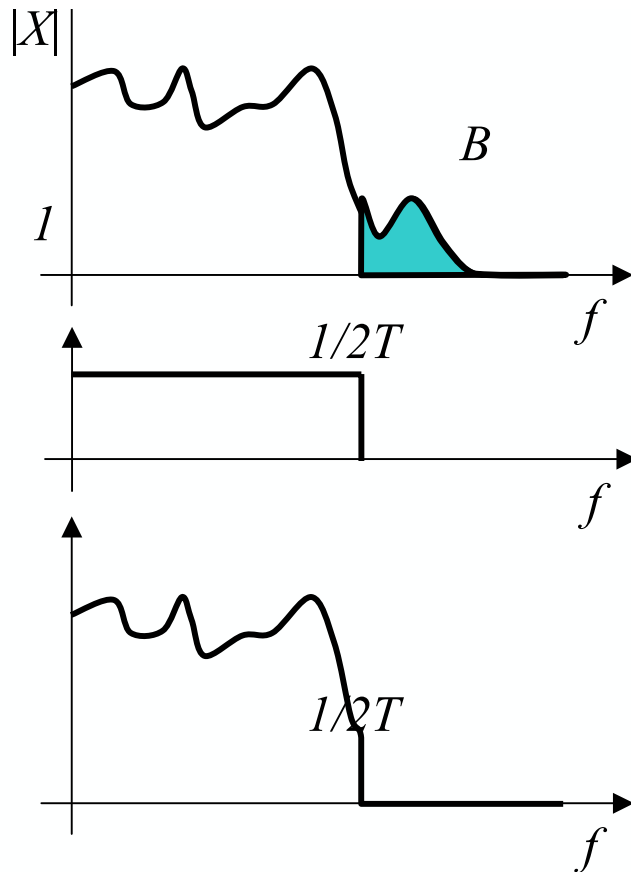
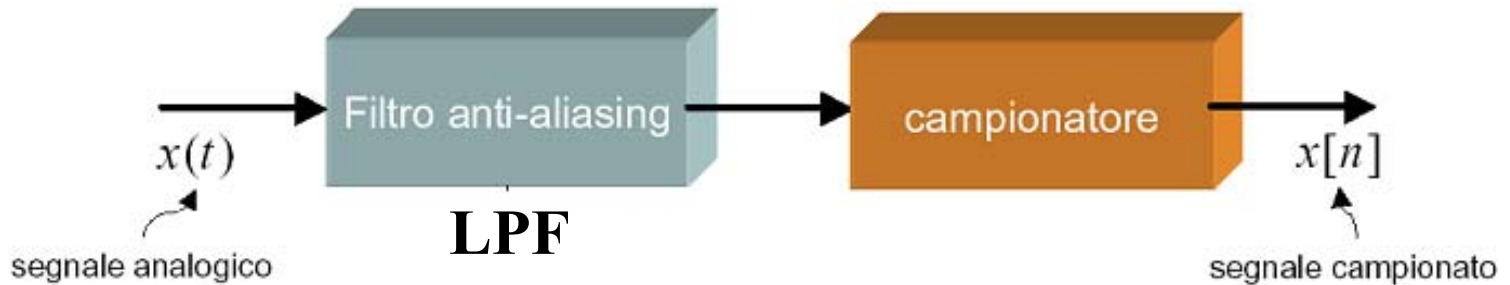
- ◆ se il segnale non è a banda limitata, o la frequenza di campionamento è $1/T < 2B$, alcune componenti spettrali vengono riprodotte in modo errato
- ◆ effetto: componenti a frequenza $|f_1| > 1/2T$ vengono riportate alle frequenze: $K \cdot (1/2T) \pm f_1$ (frequency folding); i relativi campioni sono indistinguibili



Aliasing



Filtro anti-aliasing

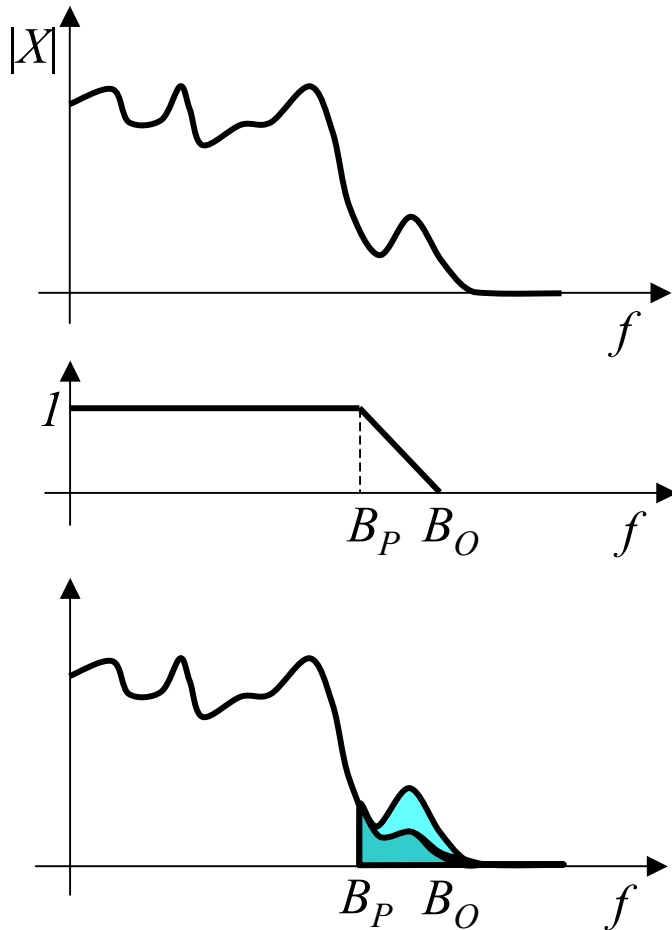


Nella forma enunciata, il teorema del campionamento si riferisce a segnali **a banda limitata**.

Filtro anti-aliasing

Limita la banda del segnale all'intervallo $(-1/2T, +1/2T)$. La ricostruzione in questo intervallo di frequenze è univoca.

Filtro anti-aliasing reale



Realizzabilità

un filtro reale ha una banda di transizione con estensione non infinitesima.

banda passante: B_P

banda attenuata: $B_O > B_P$

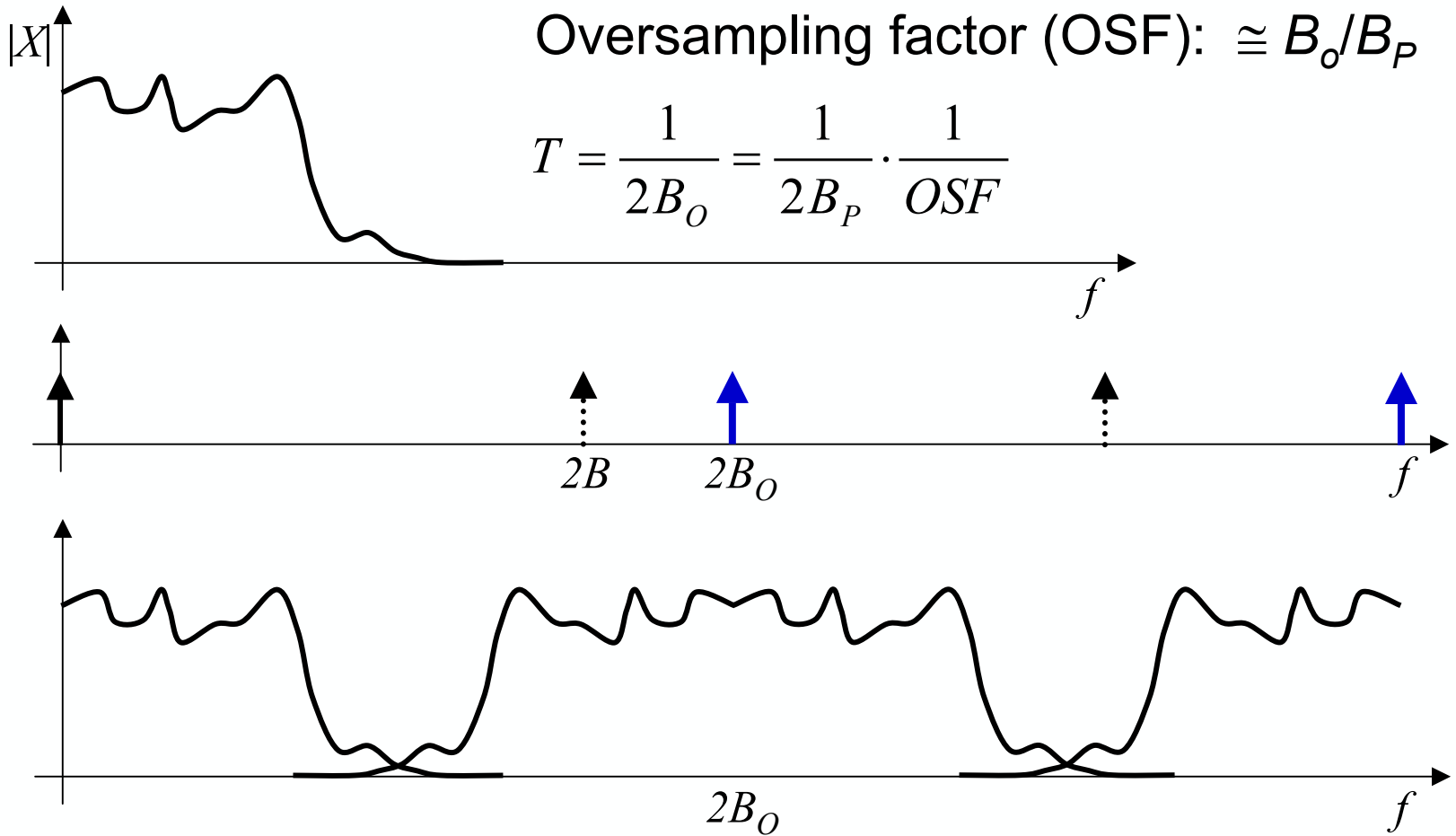
Filtro anti-aliasing reale

segnale “nullo” per $|f| > B_O$

segnale attenuato per

$$B_P < |f| < B_O$$

Sovracampionamento



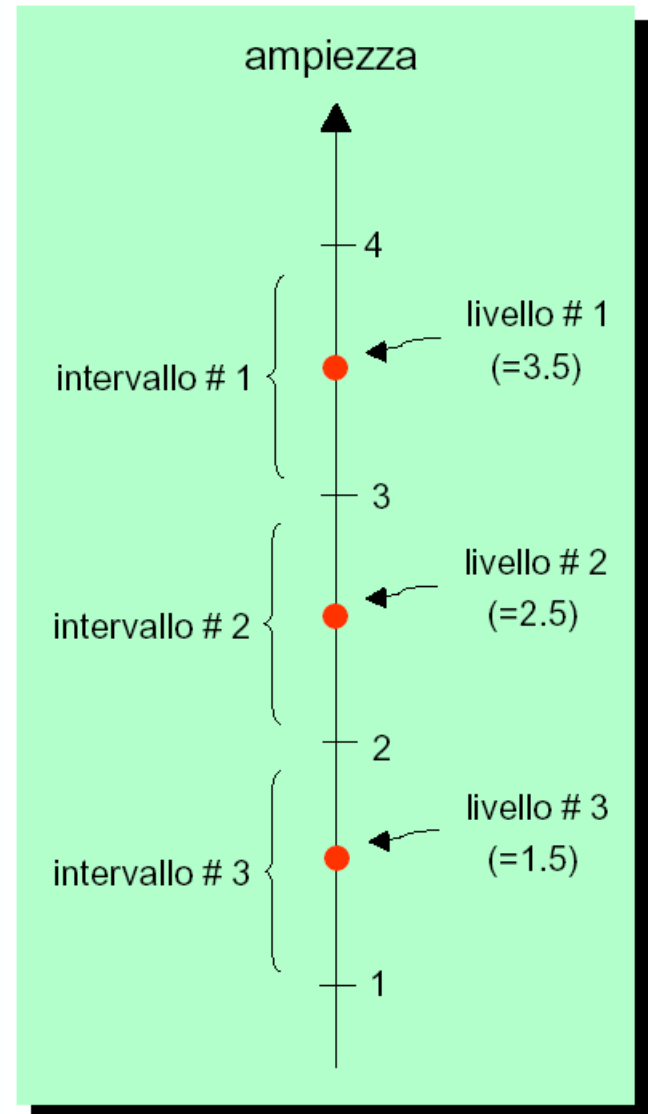
Quantizzazione

- Dopo avere discretizzato i tempi con il campionamento, è necessario **discretizzare le ampiezze**:

QUANTIZZAZIONE

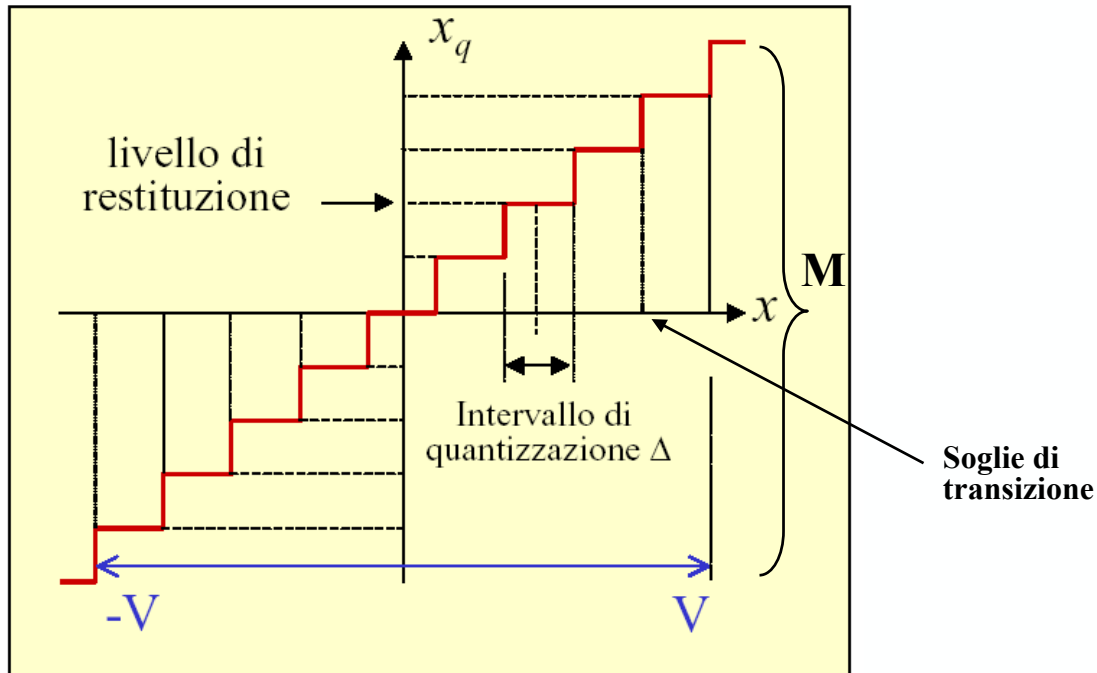
- In pratica l'intervallo di ampiezze del segnale (dinamica) viene suddiviso in **intervalli di quantizzazione**: tutti i valori di ampiezza appartenenti allo stesso intervallo vengono rappresentati con un **unico livello di quantizzazione**

- Esempio: Tutte le ampiezze appartenenti all'intervallo $[1,2]$ vengono restituite con valore 1.5

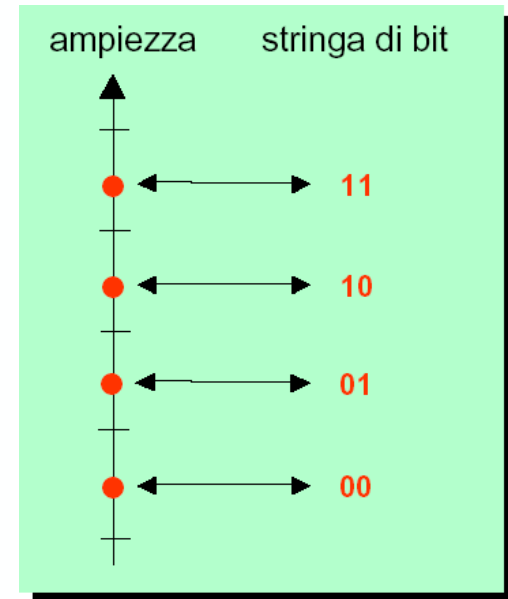


Quantizzazione

- Il quantizzatore è descritto da **due** parametri fondamentali:
 - 1) L'ampiezza Δ degli intervalli di quantizzazione
 - 2) Il numero **M** degli intervalli di quantizzazione
- Gli **M** livelli di quantizzazione possono essere rappresentati con stringhe di bit. Occorrono **$b = \log_2 M$** bit per rappresentare **M** livelli.



Esempio: ~~M~~ $M=4$ $b=2$ bit

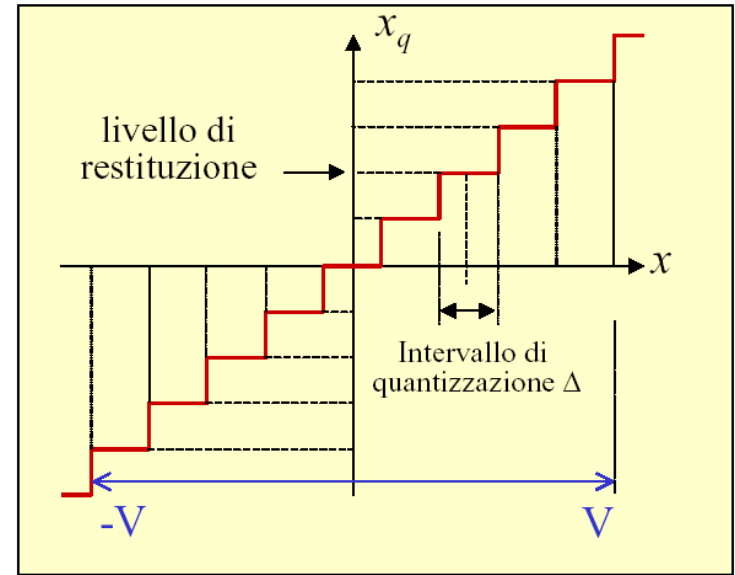


Quantizzazione

$V = V_{FS}$ = Tensione di fondo scala

$$\Delta = \frac{2V_{FS}}{M} = \frac{2V_{FS}}{2^N} = \frac{V_{FS}}{2^{N-1}} = \text{Risoluzione} = \text{LSB}$$

- A parità di V_{FS} la risoluzione migliora se aumenta N
- A parità di N la risoluzione migliora se diminuisce V_{FS}

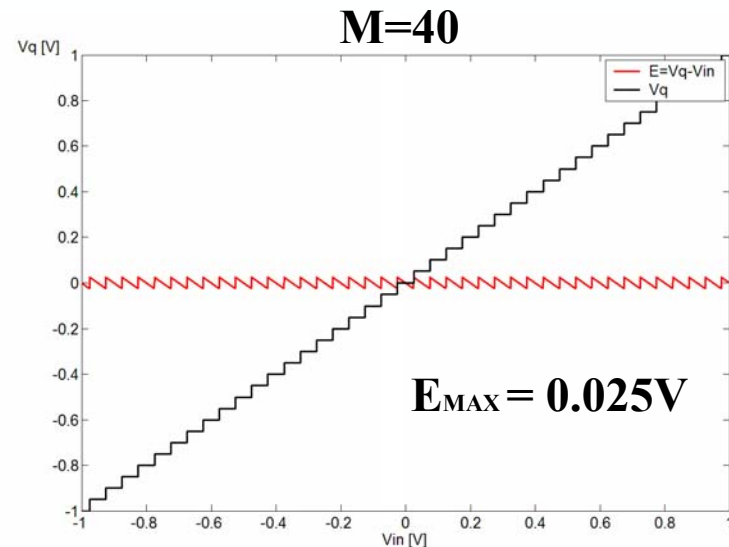
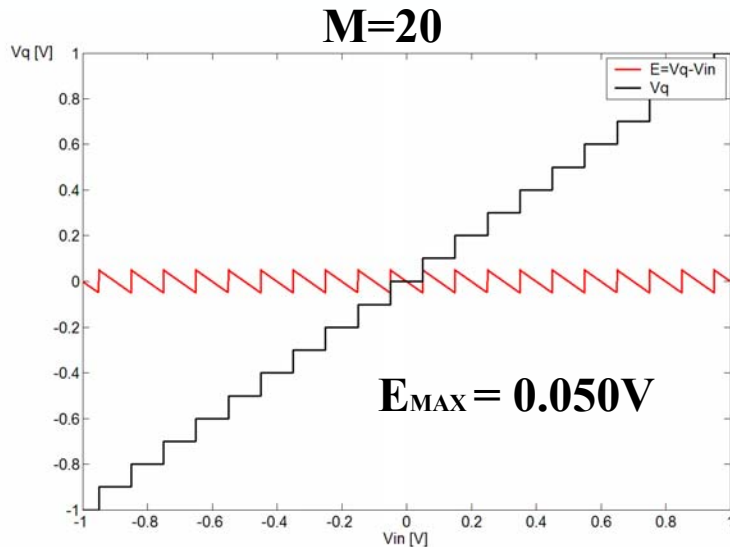


- La precisione di un quantizzatore **aumenta** al crescere M dei livelli di quantizzazione ma **aumenta** anche il numero di bit e quindi l'ingombro in memoria
- Esempio: 1 minuto di audio HI-FI (stereo) campionato a 44.1 kHz (qualità CD) e con 16 bit/canale corrisponde a:

2 canali * 60 s * 44100 campioni/s * 16 bit = **84 672 000** bit

N.B. 84 672 000 bit = 10 584 000 byte = 10 335 kB = **10 MB**

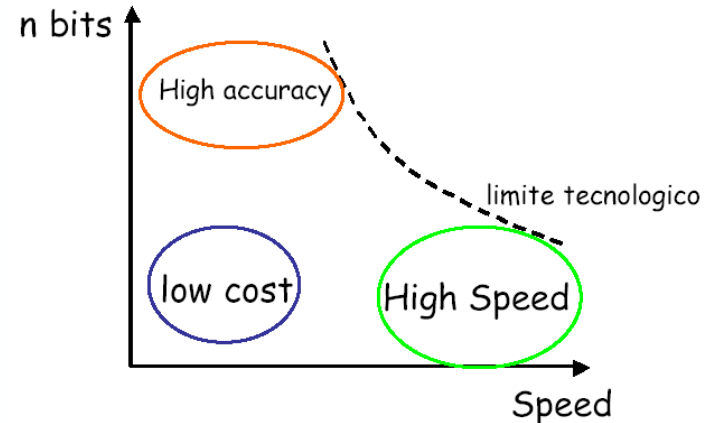
L'errore di quantizzazione



- Il valore massimo dell'errore di quantizzazione coincide con la risoluzione nominale del convertitore diviso 2
- A parità di fondo scala (1V) l'aumento di M (e quindi del numero di bit N) fa diminuire il valore massimo dell'errore di quantizzazione

Tempo di conversione

- $T_{ADC} = E'$ il tempo necessario affinché il campione in ingresso al convertitore venga digitalizzato
- T_{ADC} dipende dal tipo di convertitore
- Affinché non si abbia perdita di informazione è necessario che $T_{ADC} < T_C$
- Solitamente le schede di acquisizione dati utilizzano dei convertitori ad *approssimazioni successive* (SAR), *sigma-delta* o *pipeline* a seconda del tempo di conversione e livelli di accuratezza richiesti.
- Solitamente i convertitori veloci sono quelli che offrono le peggiori caratteristiche di accuratezza di conversione



...Riassumendo

- **La conversione A/D (analogico/digitale) consta di due passi:**

1) Campionamento (discretizzazione temporale)

2) Quantizzazione e codifica in binario (discretizzazione delle ampiezze)

I principali parametri caratteristici di un convertitore A/D sono:

- **Tipo di convertitore**
- **F_{cmax} = max frequenza di campionamento**
- **N =numero di bit nominali**
- **V_{FS} = tensione di fondo scala (massima tensione convertibile)**
- **T_{ADC} =tempo impiegato per la conversione**

Errori statici e dinamici di un A/D

ERRORI STATICI

Errore di Offset

Errore di Gain

Errore di Non Linearità: DNL e INL

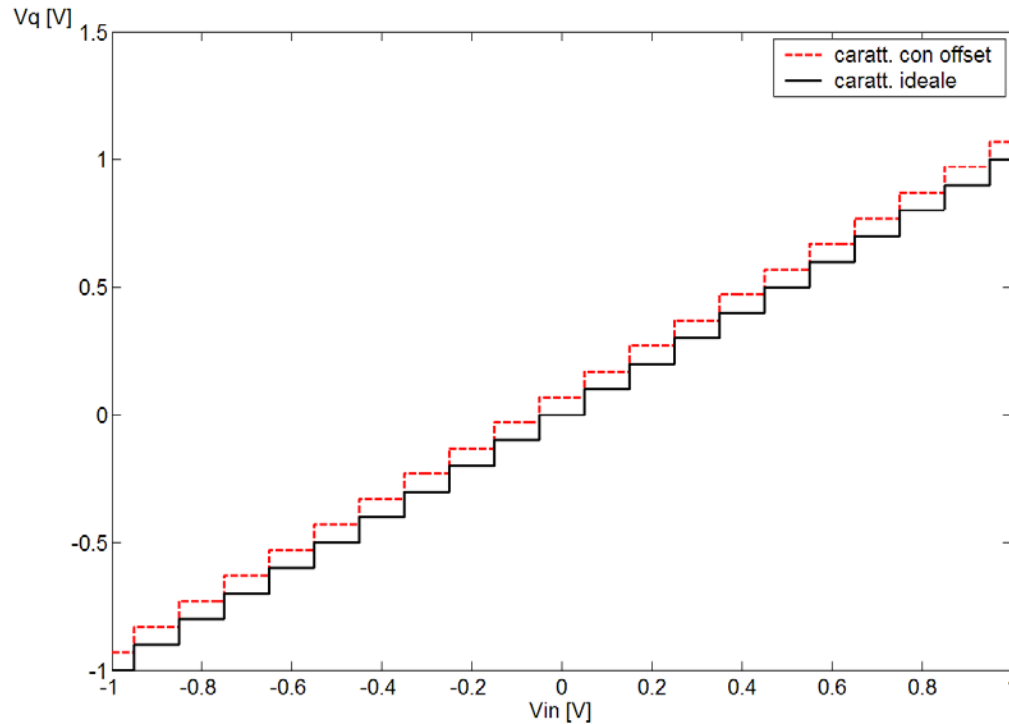
ERRORI DINAMICI

JITTER

Gli errori statici possono essere valutati e compensati preliminarmente, mentre quelli dinamici sono di più difficile valutazione e compensazione

Errori statici

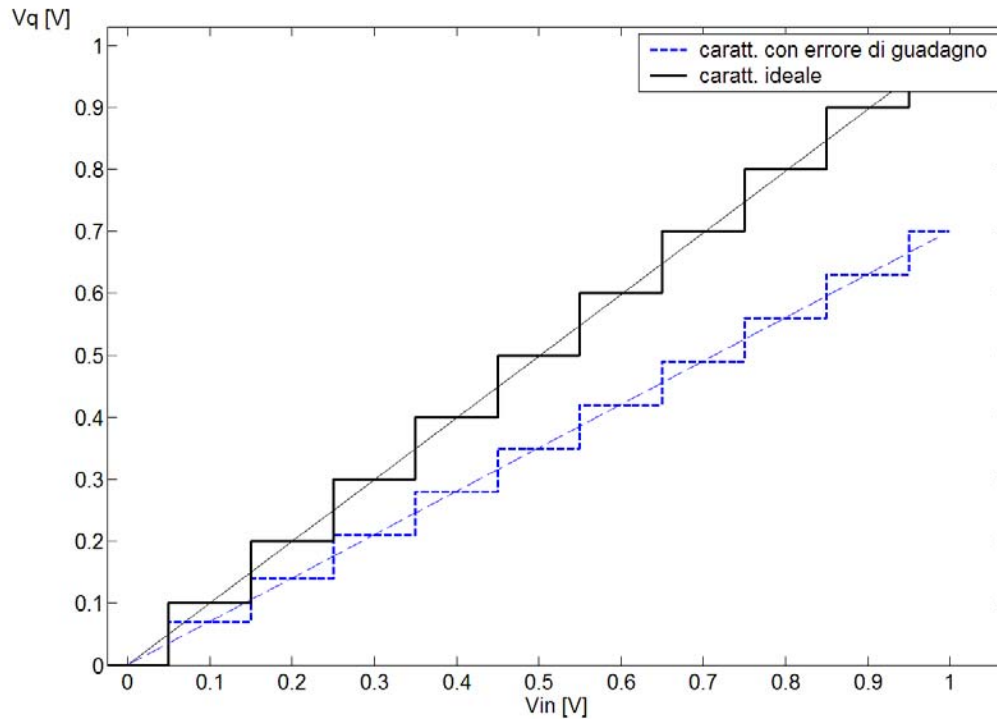
Errore di offset



- Rispetto a $V_{in} = 0.0\text{V}$ la caratteristica è traslata verso destra o verso sinistra
- A $V_{in} = 0.0\text{V}$ non corrisponde $V_q = 0.0\text{V}$

Errori statici

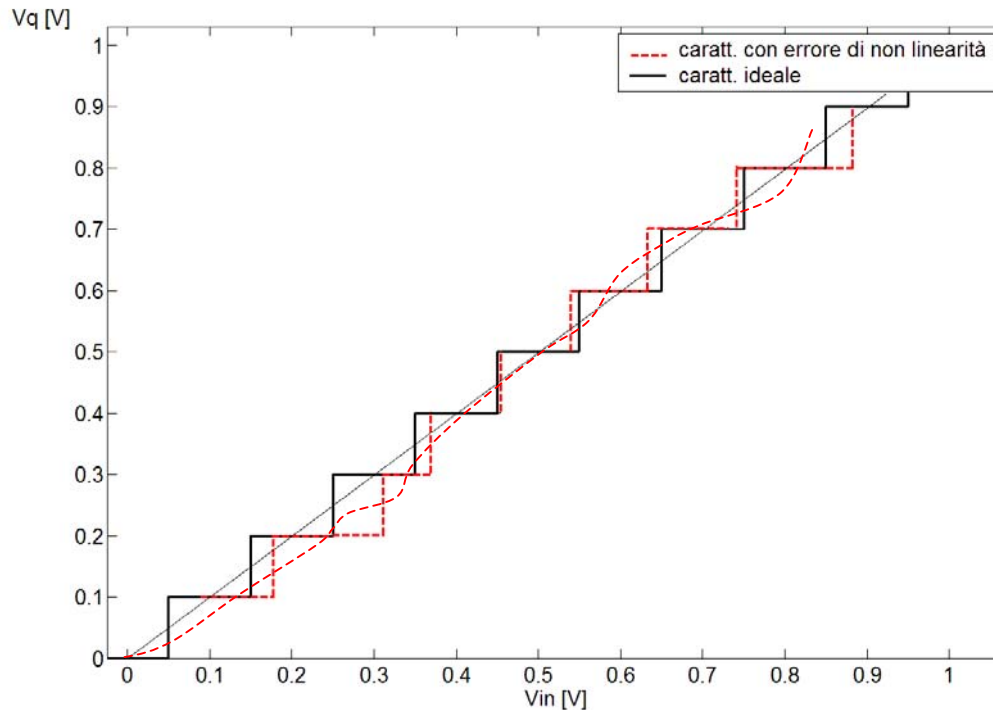
Errore di guadagno



- La caratteristica ha un'inclinazione diversa da 45°
- Spesso l'errore di offset e di guadagno sono presenti contemporaneamente

Errori statici

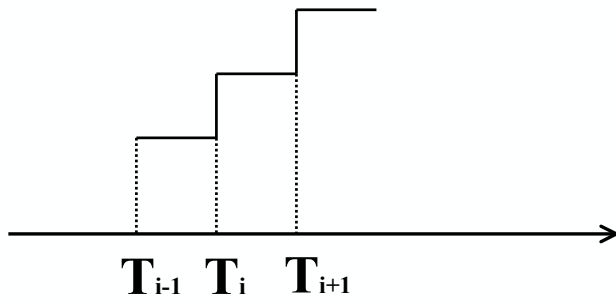
Errore di Non Linearità



- La caratteristica ha un andamento non lineare e può essere anche non monotona.
- Le non linearità della caratteristica vengono quantificate attraverso due indici: DNL (Non Linearità Differenziale) e INL (Non Linearità Integrale)

Errori statici

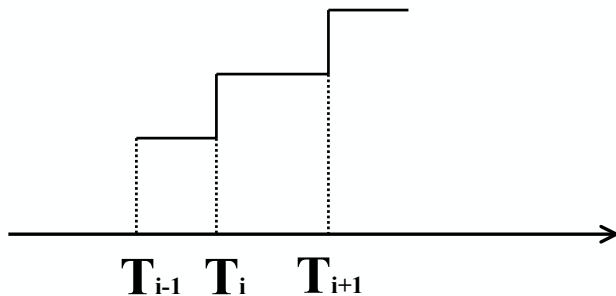
DNL



Caso ideale

$T_{i+1} - T_i = \Delta = \text{passo di quantizzazione nominale}$

$$\frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta} = 1 \quad \longrightarrow \quad \frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta} - 1 = 0$$



Caso reale

$T_{i+1} - T_i \neq \Delta = \text{passo di quantizzazione nominale}$

$$\frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta} \neq 1 \quad \longrightarrow \quad \frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta} - 1 \neq 0$$

$$DNL_i = \frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta} - 1$$

**Non linearità
differenziale riferita
all'i-esimo gradino**

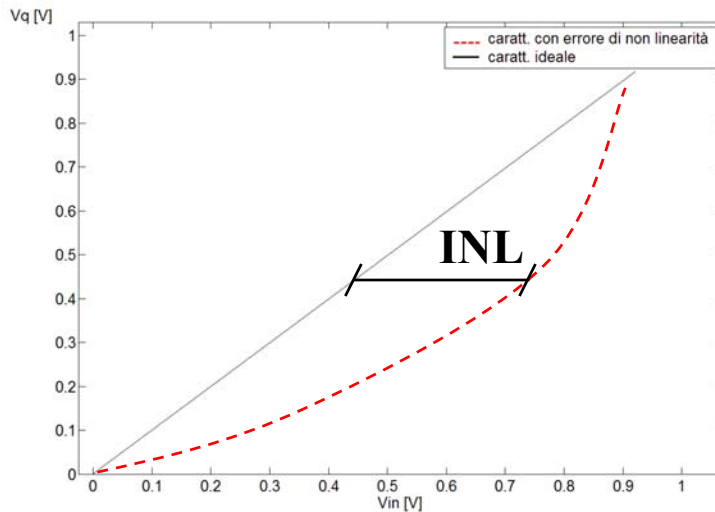
Errori statici

INL

La DNL è un parametro puntuale

La INL (errore di Non linearità Integrale) descrive il massimo scostamento della caratteristica reale da quella ideale

$$INL_j = \sum_{i=1}^{j-1} DNL_i \quad (\text{INL al } j\text{-esimo gradino})$$



$$INL = \max_j (INL_j)$$

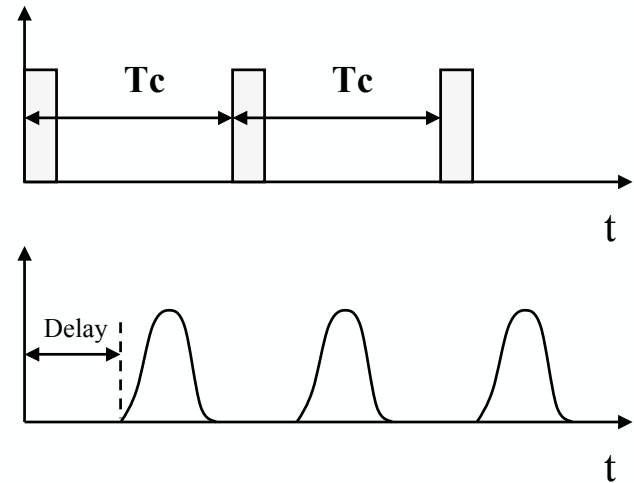
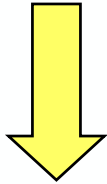
La INL rappresenta un parametro che sintetizza la non linearità complessiva del convertitore

Errori dinamici

JITTER

Si ha perché i campioni non sono “prelevati” negli istanti prefissati a causa di:

- 1) un ritardo del treno di impulsi (impulsi di clock)
- 2) non idealità di ogni singolo impulso



Incertezza sull'istante effettivo di campionamento

Solitamente gli errori dinamici dipendono dalla frequenza di campionamento e dalla frequenza del segnale da convertire

Parametri sintetici per caratterizzare gli A/D

La valutazione degli errori di offset, gain e delle non linearità di un convertitore (DNL e INL) forniscono una valutazione puntuale del convertitore

Esistono alcuni **indici sintetici** che vengono utilizzati per dare informazioni sul **comportamento globale** di un convertitore:

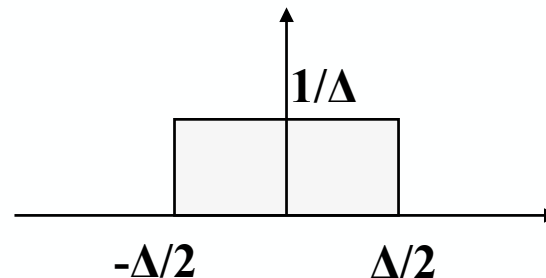
- 1) **SNR (Signal-to-Noise Ratio)**
- 2) **ENOB (Effective Number of Bits)**

Parametri sintetici per caratterizzare gli A/D

SNR

Sotto alcune ipotesi semplificative, l'errore di quantizzazione può essere scorrelato dal segnale di ingresso:

L'errore di quantizzazione può essere considerato come costante su tutto il passo di quantizzazione:



$\Delta = \text{LSB}$

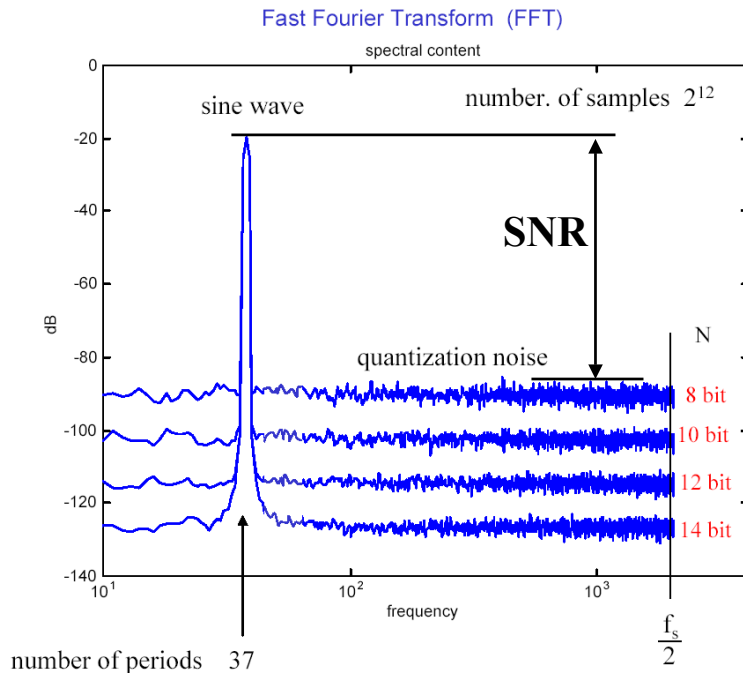
L' SNR è il rapporto tra la potenza di segnale (sinusoidale) e la potenza di rumore. Si può dimostrare che:

$$\text{SNR} = 6.02 * N + 1.87 \text{ (dB)}$$

(N = numero di bit nominali)

Parametri sintetici per caratterizzare gli A/D

SNR



L'SNR può essere stimato valutando l'FFT di un segnale sinusoidale acquisito

Nel caso ideale la potenza di rumore dipende solo dall'errore (rumore) di quantizzazione

Se aumenta N migliora il rapporto segnale-rumore (SNR)

Parametri sintetici per caratterizzare gli A/D

ENOB

Nel caso ideale, l'unico errore durante una conversione è quello di quantizzazione.

Nel caso reale, a causa delle imperfezioni del convertitore (non linearità, jitter) la potenza di rumore aumenta e quindi l'SNR diminuisce rispetto al caso ideale.

La diminuzione dell'SNR può essere imputata ad un errore di quantizzazione (maggiore rispetto a quello nominale) che inglobi anche il rumore dovuto alle altre imperfezioni del convertitore:

$$\text{SNR}_{\text{ideale}} = 6.02 * N + 1.87 \text{ (dB)}$$

(N=numero di bit ideali)

$$\text{SNR}_{\text{reale}} = 6.02 * N' + 1.87 \text{ (dB)}$$

$$N' = \text{ENOB} = \frac{\text{SNR}_{\text{reale}} - 1.87}{6.02}$$

$$\text{SNR}_{\text{ideale}} > \text{SNR}_{\text{reale}}$$



$$N' = \text{ENOB} < N$$