TEST D'IPOTESI

Statistica

Descrittiva

Inferenziale

Hypothesis Testing

- Decision Theory
- Detection Theory
- Pattern Classification
- Learning Theory
- Diagnosis

Hypothesis Testing :

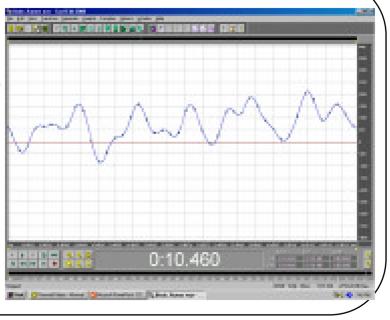
- Allows us to use sample data to **test a claim** about a population, such as testing whether a population mean equals some number.

Example1 : Does an average box of cereal contain 368 grams of cereal?

Hypothesis Testing :

- Allows us to use sample data to **test a claim** about a population, such as testing whether a population mean equals some number.

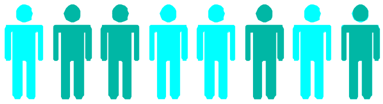
Example 2 : A radio telescope receives a signal whose amplitude varies as shown. Is there a radio source or is it just random noise?



Hypothesis Testing :

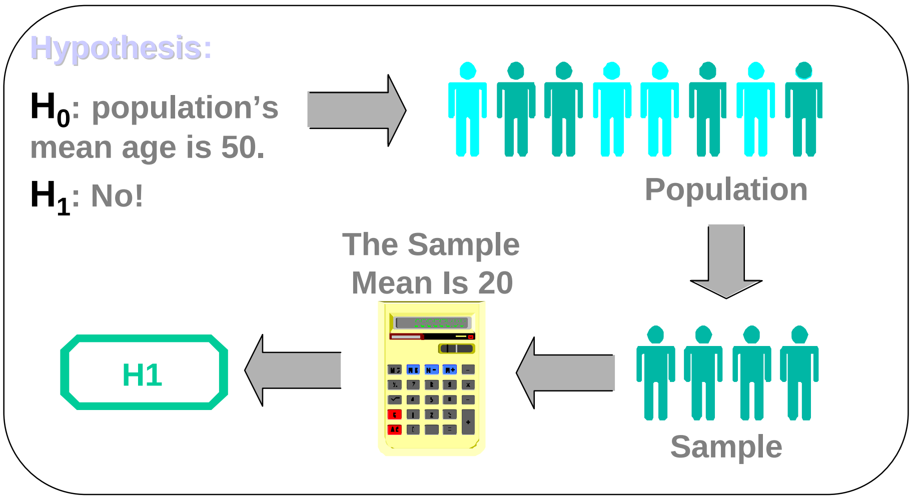
- Allows us to use sample data to **test a claim** about a population, such as testing whether a population mean equals some number.

Example 3: Do college students spend more than 2 hours watching TV each day?



TEST D'IPOTESI

Example 4

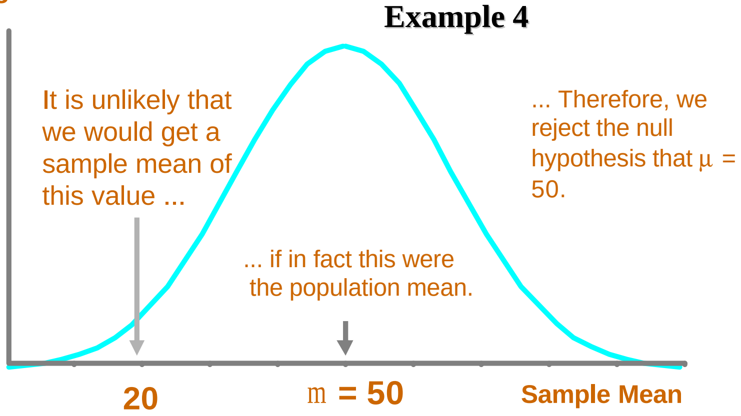


TEST D'IPOTESI

Idea di fondo

Sampling Distribution

Example 4



IL CONCETTO DI TEST DI IPOTESI

***Esempio*:** Una formula per la stima della temperatura in un processo di tornitura a partire dai parametri di processo calcola un valore stimato di θ_f = 180.0°. **DOMANDA**: la formula è accurata?

La misura della temperatura reale ha una **distribuzione gaussiana** con **imprecisione** σ = 7.0°. Si sono eseguite un certo numero di misure (**n=25**). La media calcolata (campionaria) delle 25 misure è risultata pari a 183.5 °.

Per quanto visto in precedenza io so che:

- Tali misure costituiscono un **campione casuale** dell' universo delle misure di θ_f che si possono ottenere, in condizioni rigorosamente costanti, con tale metodo.
- Se la formula è **accurata**, il valore calcolato da essa calcolato θ_f coincide con la media reale μ di tale universo di misure

IL CONCETTO DI TEST DI IPOTESI

Per rispondere alla domanda **"la formula è accurata?"** ($\mu = \theta_f$) , possiamo considerare la distribuzione delle medie di campioni di dimensione n=25, tratti da una variabile casuale normale X, avente media μ e varianza σ^2.

Tale variabile casuale descrive l'universo delle misure ottenibili con un metodo che abbia imprecisione pari a σ^2. In sintesi:

dato $\{x_1, x_2, \dots x_n\}$ tratto da $x \sim N(\mu=\theta_f, \sigma^2)$ allora

$\bar{x} \sim N(\mu = \theta_f, \sigma^2/n)$,pertanto il rapporto $z = \dfrac{\bar{x} - \theta}{\sigma/\sqrt{n}}$

è una gaussiana standard: $z \sim N(0, 1)$

In conclusione, se la formula è accurata mi attendo che i valori del rapporto z siano prossimi a 0 (che è il valore atteso di z), poiché i valori molto discosti da 0 sono improbabili. Nel nostro ***esempio***:

$$z = \frac{(183.5-180.0)}{(7.0/\sqrt{25})} = 3.5/1.4 = 2.50$$

e dalla tabella delle probabilità associate a z ricavo che

$P(|z| > 2.50) = 0.006212 \times 2 = 0.01242$

IL CONCETTO DI TEST DI IPOTESI

RISPOSTA:
È certamente **possibile** che un campione di 25 misure di θ =, ottenute con precisione σ=7.0°, abbia una media ($\bar{x}$) che si discosta dal valore medio presunto (180.0 °) per 3.5° o più.
Tuttavia tale evento è **poco probabile** (P=0.012). È perciò più plausibile che la formula tenda a sottostimare il valore vero:

“ il campione suggerisce che la formula è inaccurata”

CONCLUSIONE:
Alla luce di quanto abbiamo imparato **deduttivamente** sulle distribuzioni di campionamento, e di quanto abbiamo **empiricamente** ricavato dallo studio di un singolo campione di 25 misure, abbiamo tratto una conclusione circa le caratteristiche generali del metodo di misura (**inferenza statistica**).

IL TEST: FORMULAZIONE DELL'IPOTESI

L'ipotesi da saggiare circa il valore di un parametro (p.e. la media), deve essere formulata in modo tale che, **assunta vera l'ipotesi**, si possa **dedurre** la distribuzione di campionamento delle stime del parametro.

Nel nostro ***esempio***,

Posta l’ipotesi $\mu = \theta$ **deduco** che $\bar{x} \sim N\,(\mu=\theta,\ \sigma^2/n)$

Chiamo **ipotesi**, o **ipotesi zero**, o **ipotesi nulla** (**H_0**), l'ipotesi per la quale resta definita la distribuzione di campionamento. Chiamo **ipotesi alternativa**, o **altra ipotesi (H_1)** l'insieme delle altre possibili ipotesi.

$$\begin{cases} \mathbf{H_0}\text{: } (\underline{\text{ipotesi nulla}})\text{: } \mu=\theta \;\Rightarrow \bar{x} \sim N\,(\mu = \theta,\ \sigma^2/n) \\ \mathbf{H_1}\text{: } (\underline{\text{altra ipotesi}})\text{: } \mu\neq\theta \;\Rightarrow \bar{x} \sim N\,(\mu \neq \theta,\ \sigma^2/n) \end{cases}$$

IL TEST: CRITERIO DI DECISIONE

	SE È VERA H_0	SE È VERA H_1
... e in base al campione decido che è vera H_0	… decisione giusta Protezione: **(1-a)**	… decisione sbagliata errore di tipo **II**: **ß**
... e in base al campione decido che è vera H_1	…decisione sbagliata errore di tipo **I**: **a**	… decisione giusta Potenza: **(1-ß)**

Protezione (1- a): probabilità di accettare H_0 quando è vera H_0

Potenza del test (1-ß): probabilità di rifiutare H_0 quando è vera H_1

Rischio di errore di tipo I (a): probabilità di rifiutare H_0 quando è vera H_0

Rischio di errore di tipo II (ß): probabilità di accettare H_0 quando è vera H_1

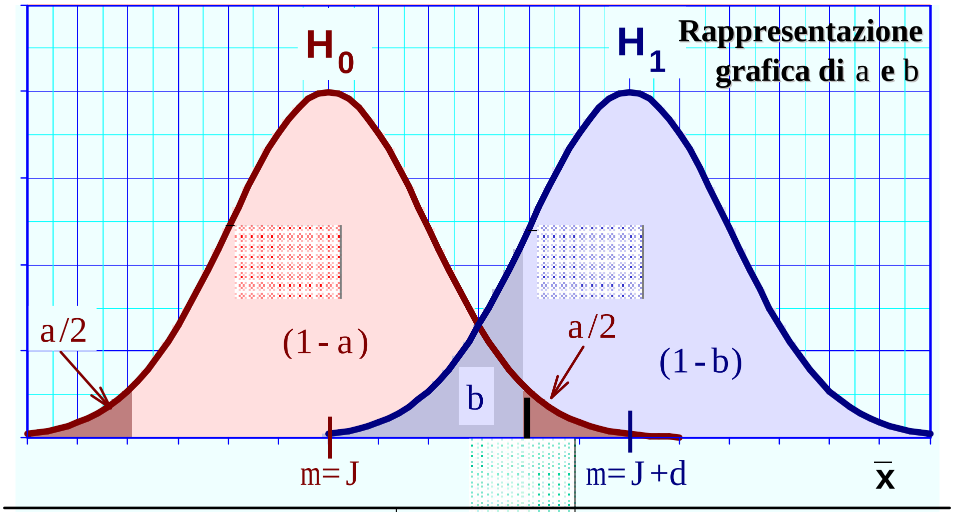
IL TEST: CRITERIO DI DECISIONE

Stabilire il **criterio di decisione** significa stabilire, per i valori della media campionaria, una **soglia** oltre la quale il risultato sperimentale viene ritenuto incompatibile con l'ipotesi $\mathbf{H_0}$: $\mu=\theta$

Poiché la distribuzione delle medie campionarie è nota sotto $\mathbf{H_0}$, è possibile scegliere una soglia cui sia associato un **rischio d'errore di tipo I** (α) sufficientemente piccolo, e quindi una **protezione** $(1-\alpha)$ sufficientemente grande

Il rischio di errore di tipo I (α) è detto anche livello di significatività del test

IL TEST: CRITERIO DI DECISIONE



Rischio di errore di tipo I (a):	probabilità di rifiutare H_0 quando è vera H_0
Rischio di errore di tipo II (ß):	probabilità di accettare H_0 quando è vera H_1