

Simulazione a eventi discreti

Alcune applicazioni ai sistemi

- Progettazione e analisi di sistemi produttivi
- Valutazione di dispositivi militari
- Progettazione di sistemi di telecomunicazione
- Dimensionamento e valutazione di sistemi di trasporto
- Progettazione e organizzazione per i servizi (ospedali, banche, ecc.)
- Analisi di sistemi economici e finanziari
- ...

11 - Sistemi di Progettazione della Simulazione - Progettazione e Controllo Prodotto - 1 / 37

Simulazione a eventi discreti

Progettazione e analisi di sistemi produttivi

System	Possible Factors	Qlt	Qnt	Ctrl	Unctrl	Responses
Manufacturing	Number of Machines		X	X?	X?	Throughput
	Control Policy	X		X		Cycle Time
	Buffer Sizes		X	X		WIP
	Material Handling Rate		X			Waiting Time
	Machine Grouping in to cells	X		X		Utilization
	Product Mix		X		X	
	Demand Rate		X		X	
Inventory	Mean Time Between Demand		X		X	Holding Cost
	Demand Volume		X		X	Ordering Cost
	Lead Time from supplier		X		X	Backlogged orders
	Reorder Point		X	X		Profitability
	Reorder Volume		X	X		
	Backlog level		X			
	Inventory check Frequency		X	X		

11 - Sistemi di Progettazione della Simulazione - Progettazione e Controllo Prodotto - 2 / 37

Modelli di simulazione numerica

- Vantaggi
 - Flexibility to model things as they are (even if messy and complicated)
 - Allows uncertainty, nonstationarity in modeling
 - Advances in computing/cost ratios
 - Advances in simulation software
- Svantaggi
 - Don't get exact answers, only approximations, estimates
 - Get random output (*RIO*) from stochastic simulations

11 - Sistemi di Progettazione della Simulazione - Progettazione e Controllo Prodotto - 3 / 37

Modelli di simulazione numerica

- General-purpose languages (Fortran, Java, C++)
 - Tedious, low-level, error-prone
 - But, almost complete flexibility
 - + Support packages
 - Subroutines for list processing, bookkeeping, time advance
 - Widely distributed, widely modified
- Spreadsheets (Excel)
 - Usually static models
 - Financial scenarios, distribution sampling, SQC
- Simulation languages
 - GPSS, SIMSCRIPT, SLAM, SIMAN, SIMULINK
 - Popular, still in use
 - Learning curve for features, effective use, syntax
- High-level simulators (EXTEND, WITNESS, ARENA)
 - Very easy, graphical interface
 - Domain-restricted (manufacturing, communications)
 - Limited flexibility — model validity?

Modelli di simulazione numerica - Progettazione e Controllo Prodotto - 4/37

Simulazione a eventi discreti

Simulazione dei sistemi di produzione

Principali obiettivi della simulazione

- Fase di progettazione di nuovi sistemi: la simulazione permette di confrontare le prestazioni di differenti soluzioni.
- Fase di modifica di sistemi esistenti: con la simulazione è possibile determinare informazioni sul reale impatto di modifiche (What If).
- Fase di gestione : la simulazione permette la valutazione dell'efficacia o dell'efficienza di differenti politiche gestionali

Modelli di simulazione a eventi discreti - Progettazione e Controllo Prodotto - 5/37

Simulazione a eventi discreti esempio di applicazione

CONTESTO: Sistema “reparto produttivo”:

Porzione dell'azienda composta dalle macchine utensili, dalle parti e dagli operatori del reparto.

OBIETTIVO:

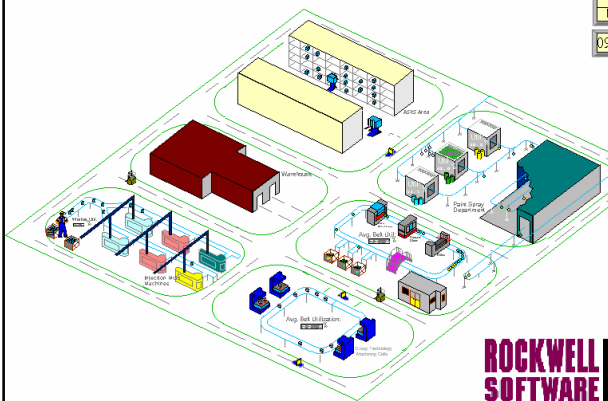
determinare il numero di macchine utensili necessarie in un reparto produttivo di una azienda manifatturiera per la produzione di particolari meccanici

VARIABILI

per definire lo stato del sistema si può usare il numero di macchine ed operatori utilizzati e il numero di particolari in attesa di essere lavorati presso ciascuna macchina

Modelli di simulazione a eventi discreti - Progettazione e Controllo Prodotto - 6/37

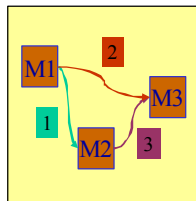
Simulazione a eventi: esempio di applicazione



Simulazione a eventi discreti esempio di applicazione

Esempio: sistema "job shop"

- 3 differenti macchine utensili
- 3 tipi di particolari meccanici devono essere lavorati nel sistema
- ogni parte richiede 2 lavorazioni per essere completata, da eseguire sulle macchine in un ordine assegnato



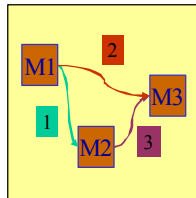
File: Scienze - Contrattazioni della simulazione - Prolog - x - Contratti Prolog.ppt 8/37

Simulazione a eventi discreti esempio di applicazione

Esempio: sistema "job shop"

- Per ogni parte sono assegnati i tempi necessari alle lavorazioni

tempi	P1	P2	P3
M1	5	4	-
M2	10	-	5
M3	-	4	8



File: Scienze - Contrattazioni della simulazione - Prolog - x - Contratti Prolog.ppt 9/37

Simulazione a eventi discreti esempio di applicazione

Elementi del sistema "job shop"

– Componenti

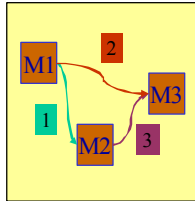
- M1, M2, M3
- P1, P2, P3

– Attività

- Lavorazioni (con i tempi)

– Eventi (a istanti discreti)

- Arrivo di una nuova parte nel sistema
- Termine di una lavorazione
- Uscita di una parte dal sistema

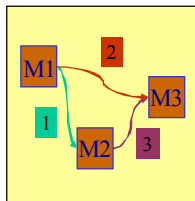
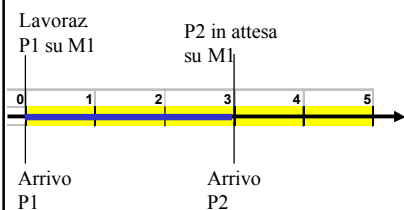


11 - Strategie di simulazione della simulazione - Strategie di simulazione - 10/37

Simulazione a eventi discreti esempio di applicazione

Elementi del sistema "job shop"

– Sequenza EVENTI

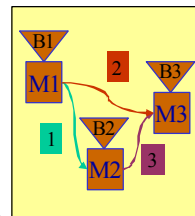
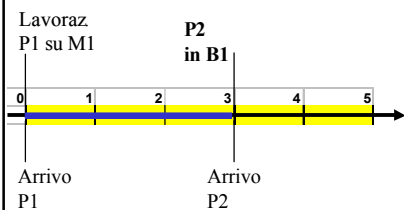


11 - Strategie di simulazione della simulazione - Strategie di simulazione - 11/37

Simulazione a eventi discreti esempio di applicazione

Elementi del sistema "job shop"

– Esigenza BUFFER

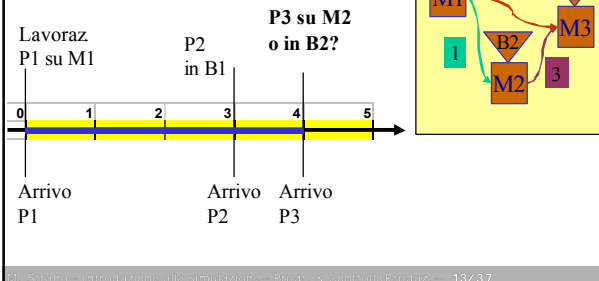


11 - Strategie di simulazione della simulazione - Strategie di simulazione - 12/37

Simulazione a eventi discreti esempio di applicazione

Elementi del sistema “job shop”

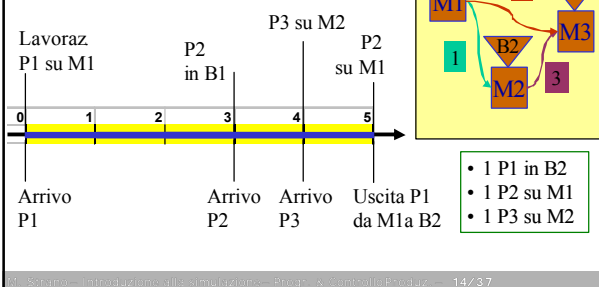
– Esigenza **REGOLE**



Simulazione a eventi discreti esempio di applicazione

Elementi del sistema “job shop”

– **STATO DEL SISTEMA** istante 5



Simulazione a eventi discreti

Entità

– Possono essere

- Dinamiche (p.e. una parte)
- Statiche (p.e. una macchina o un buffer)

– Sono caratterizzate e definite da **Attributi**

- p.e. il loro numero totale, la priorità, la data prevista di consegna, ecc.

– Le entità statiche che eseguono lavorazioni si chiamano

Risorse

- p.e. operatori, macchine, spazi
- Ogni risorsa può avere una capacità finita discreta o infinita

Attività: Periodo di durata nota in cui una risorsa esegue una lavorazione, cioè è assegnata ad una entità

Simulazione a eventi discreti

- Gli eventi
 - rappresentano gli istanti temporali in cui ha luogo l'inizio o il termine di una o più attività.
 - sono classificati in interni od esterni
 - Possono avvenire con criteri deterministici o stocastici
- Le code (buffer)
 - rappresentano gli stati passivi del sistema, in cui i componenti attendono il verificarsi di "eventi"
 - Possono avere capacità finita o infinita
- Stato del sistema
 - Gruppo di **variabili globali** che permettono la definizione delle condizioni del sistema in un determinato istante di tempo
 - Non cambia tra 2 istanti successivi
 - P.e. numero di parti nel sistema, tempo di clock, ecc.
- Statistiche del sistema
 - Ogni indicatore di performance che voglia essere misurato
 - P.e. tempo medio in coda, tempo massimo in coda, tempo di throughput, ecc.

16 / 37

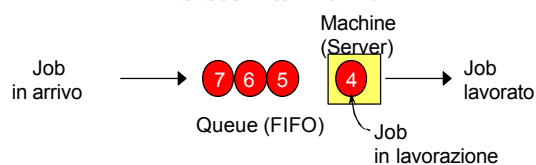
Simulazione a eventi discreti

Tipo di avanzamento della simulazione a eventi discreti (time advance)

- **Next event**
 - All'inizio della simulazione il valore della variabile "simulation clock" viene fissato pari a zero.
 - Viene determinato il primo evento che si verificherà in ordine temporale
 - Il valore della variabile "simulation clock" viene aggiornato con il valore dell'istante di accadimento dell'evento determinato
- **Fixed increment**
 - Il tempo avanza a scatti unitari
 - Ad ogni scatto si verifica se si sono verificati eventi, e quindi se deve essere cambiato lo stato del sistema

17 / 37

Il sistema M/M/1



- Tempo interarrivi M ~ distribuzione esponenziale
- Tempo di servizio M ~ esponenziale, indep. of interarrivals
- Numero di server 1
- Capacità della coda 8
- Valor atteso: $E(\text{service}) < E(\text{interarrival})$
 - Altrimenti la coda esplode
- Steady-state (long-run, forever)

18 / 37

Il sistema M/M/1 a capacità della coda 8

- Tempo medio di servizio : $E(\text{service}) = \mu_s = 1/\lambda_s$ $m_a > m_s$
- $E(\text{interarrival}) = \mu_a = 1/\lambda_a$
- Il ritmo medio degli arrivi è pari a l_a parti/(unità di tempo)
- In questo caso l_a coincide anche con il throughput del sistema

$B(t)$ = Utilization of the machine = $\begin{cases} 1 & \text{if the machine is busy at } t \\ 0 & \text{if the machine is idle at } t \end{cases}$

Valor
atteso

$$E(B) = \frac{m_s}{m_a} = \frac{l_a}{l_s} = r \leq 1 \quad \text{intensità di traffico}$$

Il sistema M/M/1 a capacità della coda 8 - Progetto e Controllo Prodotto - 19/37

Il sistema M/M/1 a capacità della coda 8

- $E(\text{service}) = \mu_s = 1/\lambda_s$ $m_a > m_s$
- $E(\text{interarrival}) = \mu_a = 1/\lambda_a$

Risultati della teoria delle code

$S(t)$ = numero parti nel sistema at time t

Valor
atteso

$$E(S) = \frac{m_s}{m_a - m_s} = \frac{r}{1 - r}$$

$Q(t)$ = numero parti in coda at time t

Valor
atteso

$$E(Q) = E(S) \cdot \frac{m_s}{m_a} = \frac{m_s^2}{m_a (m_a - m_s)} = \frac{r^2}{1 - r}$$

Il sistema M/M/1 a capacità della coda 8 - Progetto e Controllo Prodotto - 20/37

Il sistema M/M/1 a capacità della coda 8

Altri risultati della teoria delle code

Legge di Little

TS_i = tempo nel
sistema della parte i

WQ_i = tempo in coda
della parte i

$$E(TS) = E(S) m_u$$

$$E(WQ) = E(Q) m_u$$

$$E(TS) = \frac{m_s \cdot m_u}{m_a - m_s} = \frac{r}{1 - r} m_u$$


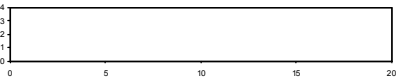
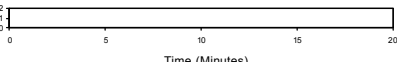
$$E(WQ) = \frac{m_s^2}{m_a - m_s}$$

$$E(TS) = E(WQ) + m_s \quad \text{tempo medio in coda + tempo medio di servizio}$$

Il sistema M/M/1 a capacità della coda 8 - Progetto e Controllo Prodotto - 21/37

Il sistema M/M/1


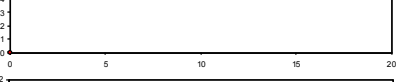
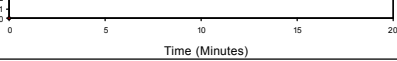
Esempio

System		Clock	B(t)	Q(t)	Arrival times of custs. in queue	Event calendar
Number of completed waiting times in queue		Total of waiting times in queue		Area under Q(t)		Area under B(t)
Q(t) graph						
B(t) graph						
Interarrival times	1.73, 1.35, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...					
Service times	2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...					

M - Scienze Informatiche - Simulazione - Programmi e Controlli - Esercizi - 22 / 37

M/M/1, esempio


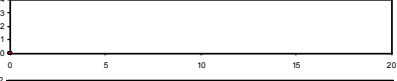
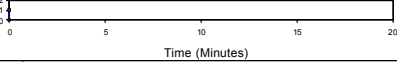
t = 0.00, Initialize

System		Clock	B(t)	Q(t)	Arrival times of custs. in queue	Event calendar
Number of completed waiting times in queue	0	Total of waiting times in queue		Area under Q(t)		Area under B(t)
Q(t) graph						
B(t) graph						
Interarrival times	1.73, 1.35, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...					
Service times	2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...					

M - Scienze Informatiche - Simulazione - Programmi e Controlli - Esercizi - 23 / 37


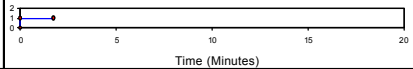
M/M/1, esempio

t = 0.00, Arrival of Part 1

System		Clock	B(t)	Q(t)	Arrival times of custs. in queue	Event calendar
Number of completed waiting times in queue	1	Total of waiting times in queue		Area under Q(t)		Area under B(t)
Q(t) graph						
B(t) graph						
Interarrival times	1.73, 1.35, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...					
Service times	2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...					


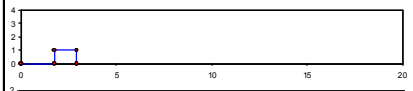
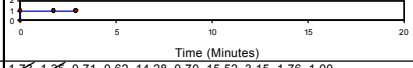
M - Scienze Informatiche - Simulazione - Programmi e Controlli - Esercizi - 24 / 37

M/M/1, esempio
t = 1.73, Arrival of Part 2

System <div><div>2</div><div>1</div></div>	Clock 1.73	B(t) 1	Q(t) 1	Arrival times of custs. in queue (1.73)	Event calendar [1, 2.90, Dep] [3, 3.08, Arr] [-, 20.00, End]
Number of completed waiting times in queue 1	Total of waiting times in queue 0.00		Area under Q(t) 0.00		Area under B(t) 1.73
Q(t) graph					
B(t) graph					
Time (Minutes)					
Interarrival times	1.73, 1.85, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...				
Service times	2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...				

M: Scopus - Interacting with simulation - Project - Contents - Page 25 / 37

M/M/1, esempio:
t = 2.90, Departure of Part 1

System 	Clock 2.90	B(t) 1	Q(t) 0	Arrival times of custs. in queue <empty>	Event calendar [3, 3.08, Arr] [2, 4.66, Dep] [-, 20.00, End]
Number of completed waiting times in queue 2	Total of waiting times in queue 1.17		Area under Q(t) 1.17		Area under B(t) 2.90
Q(t) graph					
B(t) graph					
Time (Minutes)					
Interarrival times	1.73, 1.85, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...				
Service times	2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...				


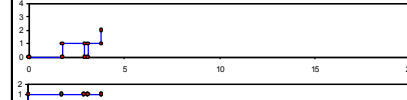
M: Scopus - Interacting with simulation - Project - Contents - Page 26 / 37

M/M/1, esempio
t = 3.08, Arrival of Part 3

System <div><div>3</div><div>2</div></div>	Clock 3.08	B(t) 1	Q(t) 1	Arrival times of custs. in queue (3.08)	Event calendar [4, 3.79, Arr] [2, 4.66, Dep] [-, 20.00, End]
Number of completed waiting times in queue 2	Total of waiting times in queue 1.17		Area under Q(t) 1.17		Area under B(t) 3.08
Q(t) graph					
B(t) graph					
Time (Minutes)					
Interarrival times	1.73, 1.85, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...				
Service times	2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...				

M: Scopus - Interacting with simulation - Project - Contents - Page 27 / 37

t = 3.79, Arrival of Part 4

System 	Clock 3.79	B(t) 1	Q(t) 2	Arrival times of custs. in queue (3.79, 3.08)	Event calendar [5, 4.41, Arr] [2, 4.66, Dep] [-, 20.00, End]
Number of completed waiting times in queue 2	Total of waiting times in queue 1.17		Area under Q(t) 1.88		Area under B(t) 3.79
Q(t) graph B(t) graph					
Interarrival times	1.73, 1.35, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...				
Service times	2.90, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...				

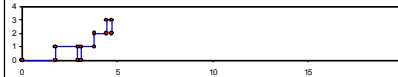
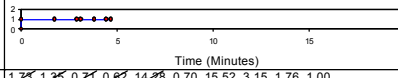
M. Serrano – Introduzione alla simulazione – Progr. & Controllo Produz. – 28/37

t = 4.41, Arrival of Part 5

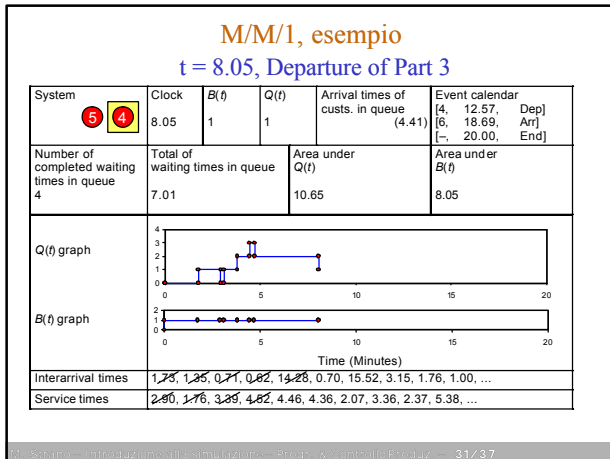
System 	Clock 4.41	B(t) 1	Q(t) 3	Arrival times of custs. in queue (4.41, 3.79, 3.08)	Event calendar [2, 4.66, 6, 18.69, -, 20.00, Arr] End]
Number of completed waiting times in queue 2	Total of waiting times in queue 1.17		Area under Q(t) 3.12	Area under B(t) 4.41	
Interarrival times 1.75, 1.85, 0.77, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...					
Service times 2.80, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...					

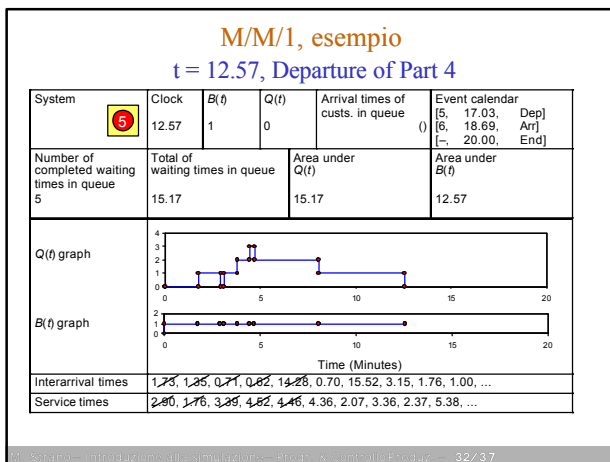
M. Sironi – Introduzione alla simulazione – Progr. & Controllo Produz. – 29/37

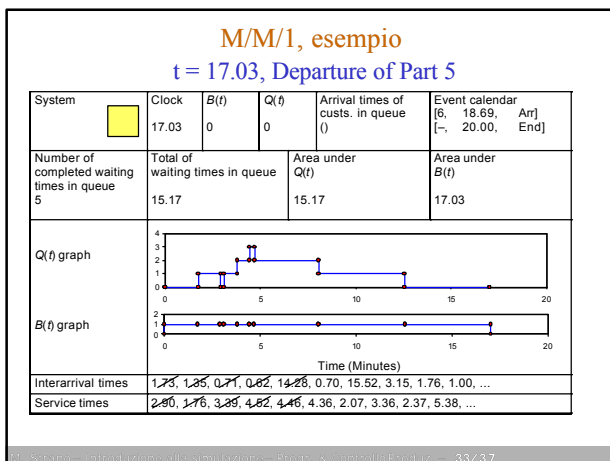
t = 4.66, Departure of Part 2

System	Clock	B(t)	Q(t)	Arrival times of custs. in queue (4.41, 3.79)	Event calendar (3, 8.05, [6, 18.69, [-, 20.00, Arr] End]
<div><div>5</div><div>4</div><div>3</div></div>	4.66	1	2		
Number of completed waiting times in queue 3	Total of waiting times in queue 2.75	Area under Q(t) 3.87		Area under B(t) 4.66	
<div><div>Q(t) graph</div></div> <div><div>B(t) graph</div></div> <div>Time (Minutes)</div>					
Interarrival times 1.75, 1.25, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...					
Service times 2.80, 1.76, 3.39, 4.52, 4.46, 4.36, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...					


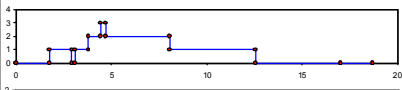
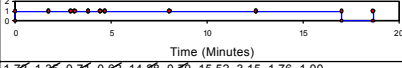
M. Krasno – Introduzione alla simulazione – Progett. & ControlloProd.uz. – 30/37





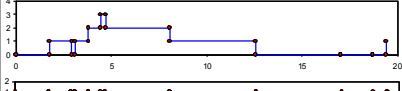
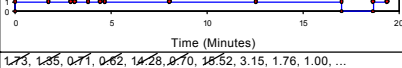


M/M/1, esempio
t = 18.69, Arrival of Part 6

System		Clock	B(t)	Q(t)	Arrival times of custs. in queue ()	Event calendar [7, 19.39, Arr] [-, 20.00, End] [6, 23.05, Dep]
		18.69	1	0		
Number of completed waiting times in queue 6	Total of waiting times in queue		Area under Q(t)		Area under B(t)	
	15.17		15.17		17.03	
Q(t) graph						
B(t) graph						
Time (Minutes)						
Interarrival times	1.73, 1.85, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...					
Service times	2.90, 1.76, 3.89, 4.82, 4.46, 4.86, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...					

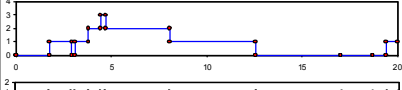
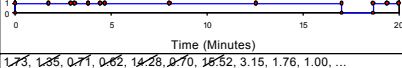
M. Scroccaro, Introduction to queueing with simulation, [Book](#), [x](#), [contents](#), [Book 4.1.2](#), 34 / 37

M/M/1, esempio
t = 19.39, Arrival of Part 7

System	<div><div>7</div><div>6</div></div>	Clock	B(t)	Q(t)	Arrival times of custs. in queue	Event calendar
		19.39	1	1	(19.39)	[-, 20.00, End] [6, 23.05, Dep] [8, 34.91, Arr]
Number of completed waiting times in queue	Total of waiting times in queue		Area under Q(t)		Area under B(t)	
6	15.17		15.17		17.73	
Q(t) graph						
B(t) graph						
Time (Minutes)						
Interarrival times	1.73, 1.85, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...					
Service times	2.90, 1.76, 3.89, 4.82, 4.46, 4.86, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...					

M. Scroccaro, Introduction to queueing with simulation, [Book](#), [x](#), [contents](#), [Book 4.1.2](#), 35 / 37

M/M/1, esempio
t = 20.00, The End

System	<div><div>7</div><div>6</div></div>	Clock	B(t)	Q(t)	Arrival times of custs. in queue	Event calendar
		20.00	1	1	(19.39)	[6, 23.05, Dep] [8, 34.91, Arr]
Number of completed waiting times in queue	Total of waiting times in queue		Area under Q(t)		Area under B(t)	
6	15.17		15.78		18.34	
Q(t) graph						
B(t) graph						
Time (Minutes)						
Interarrival times	1.73, 1.85, 0.71, 0.62, 14.28, 0.70, 15.52, 3.15, 1.76, 1.00, ...					
Service times	2.90, 1.76, 3.89, 4.82, 4.46, 4.86, 2.07, 3.36, 2.37, 5.38, ...					

M. Scroccaro, Introduction to queueing with simulation, [Book](#), [x](#), [contents](#), [Book 4.1.2](#), 36 / 37

M/M/1, esempio

Finishing Up

- Average waiting time in queue: $E(WQ)$

$$\frac{\text{Total of times in queue}}{\text{No. of times in queue}} = \frac{15.17}{6} = 2.53 \text{ minutes per part}$$

- Time-average number in queue: $E(Q)$

$$\frac{\text{Area under } Q(t) \text{ curve}}{\text{Final clock value}} = \frac{15.78}{20} = 0.79 \text{ part}$$

- Utilization of machine: $E(B)$

$$\frac{\text{Area under } B(t) \text{ curve}}{\text{Final clock value}} = \frac{18.34}{20} = 0.92 \text{ (dimensionless)}$$

M. Scott, Operations Research: Principles and Simulation, 4th ed., © 2010 John Wiley & Sons, Inc. 37 / 37
