

LAVORAZIONI PER DEFORMAZIONE PLASTICA

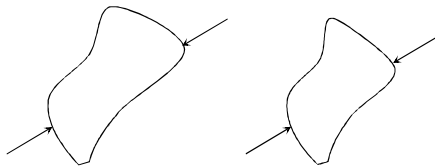
Tratto da:

- Ceretti E., Maccarini G.; Plasticità e Lavorazioni per Deformazione Plastica; Università degli Studi di Brescia (Capitolo 3)
- Santochi M., Giusti F.; Tecnologia Meccanica; Casa Editrice Ambrosiana (Capitolo 5)

1

DEFORMAZIONE PLASTICA

L'idea di base è deformare un materiale attraverso un'opportuna applicazione di un campo di forze per ottenere la geometria (macro e micro) desiderata.



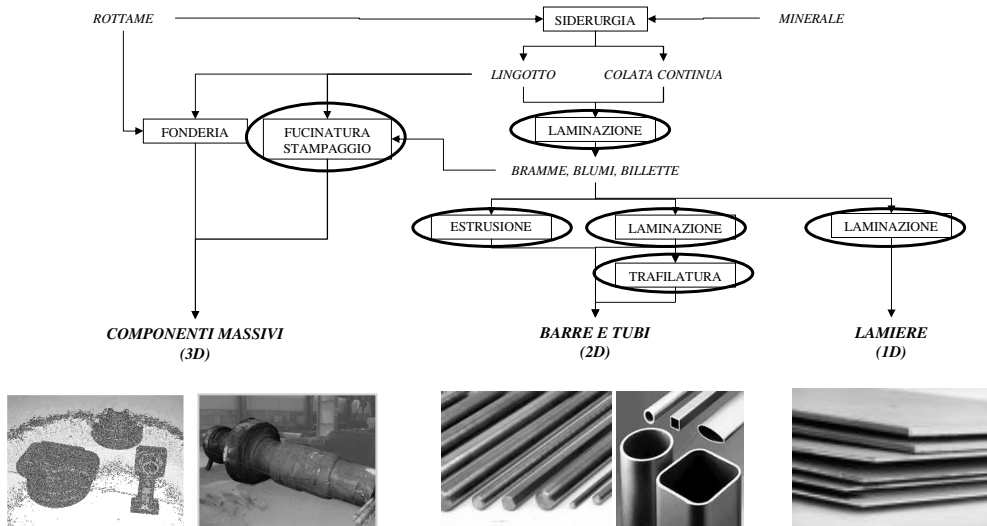
E' un tipo di lavorazione molto diffusa in ambito industriale.

Definizione: *classe di processi che ottengono la modifica della forma di un semilavorato o di un grezzo, applicandovi un sistema di forze in grado di causarne deformazione plastica, cioè permanente*

- *Le lavorazioni per deformazione plastica sono un processo tipico dei materiali metallici (e dei materiali polimerici termoplastici)*

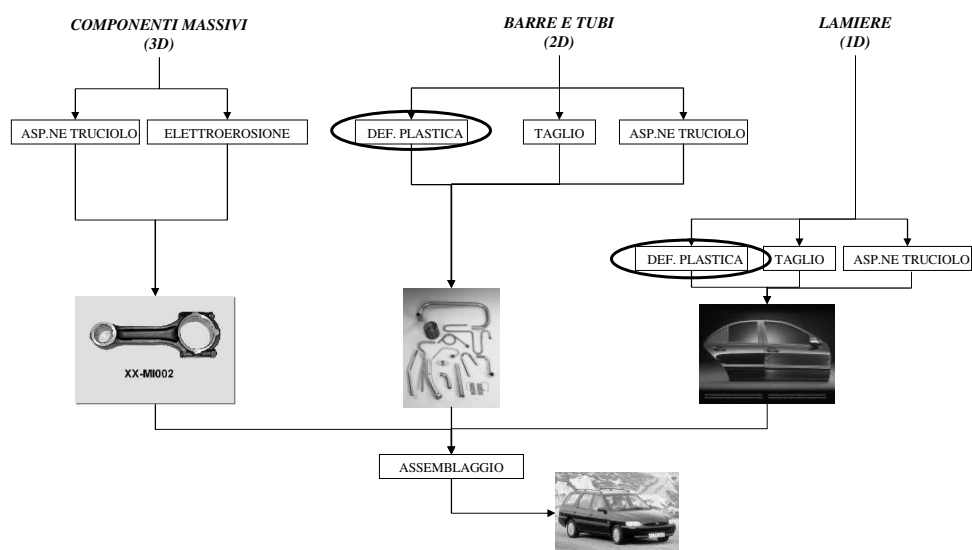
2

PROCESSI PRIMARI: DEFORMAZIONE PLASTICA



3

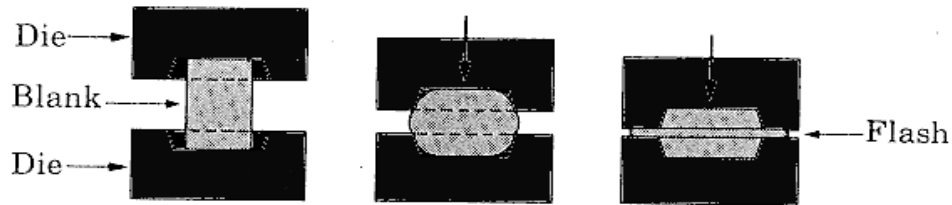
PROCESSI SECONDARI: DEFORMAZIONE PLASTICA



4

Processi di lavorazione per deformazione plastica

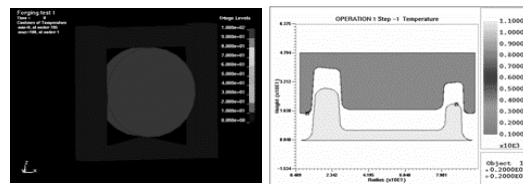
Stampaggio massivo in stampo chiuso, a caldo:



prodotti



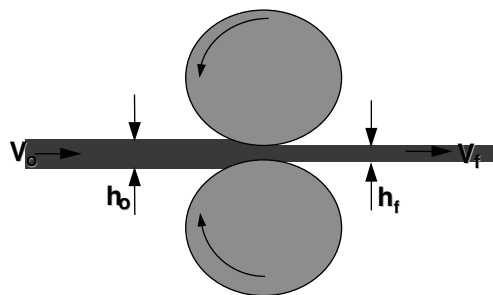
filmati



5

Processi di lavorazione per deformazione plastica

*Laminazione,
a caldo o a freddo,
in continuo*



prodotti

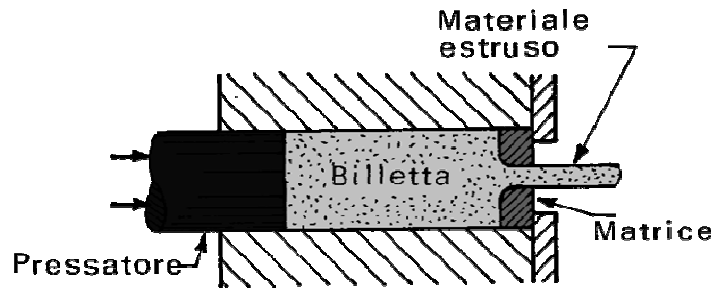


Lamiere, nastri, barre, ecc.

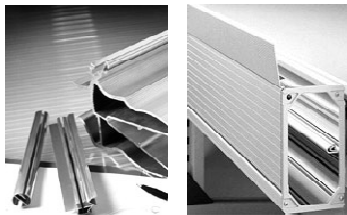
6

Processi di lavorazione per deformazione plastica

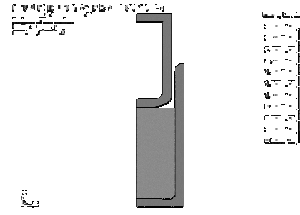
*Estrusione,
a caldo o a freddo,
in continuo o intermittente*



prodotti



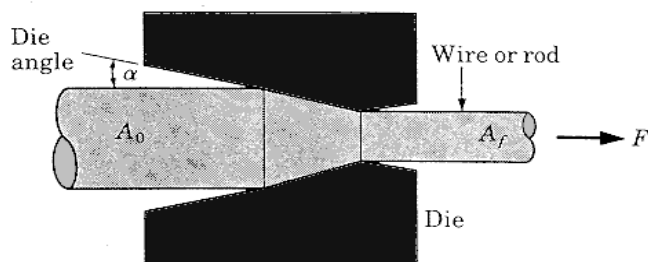
filmati



7

Processi di lavorazione per deformazione plastica

*Trafilatura,
a freddo, in continuo*



prodotti



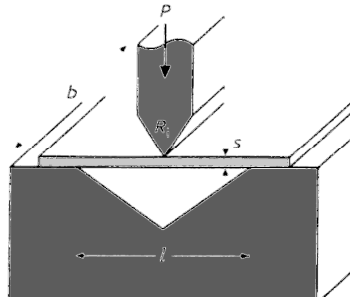
Fili, cavi, tubi

filmati

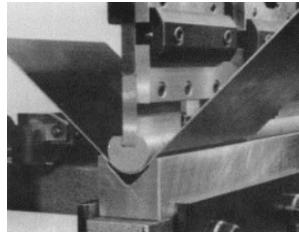


8

Processi di lavorazione per deformazione plastica

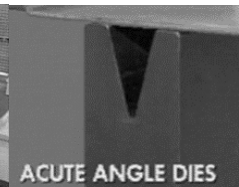
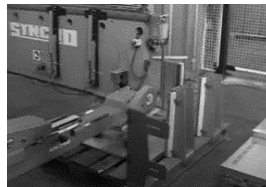
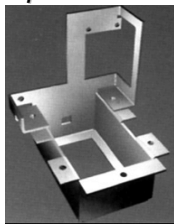


*Piegatura della lamiera,
a freddo*



prodotti

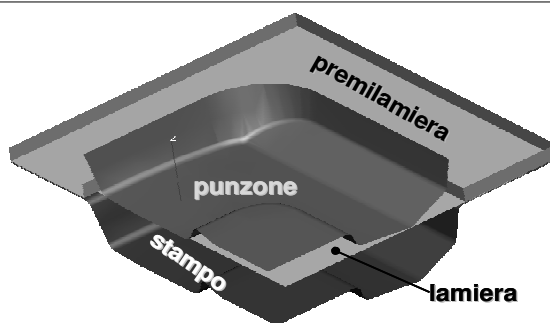
filmati



9

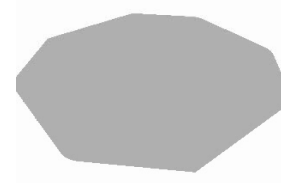
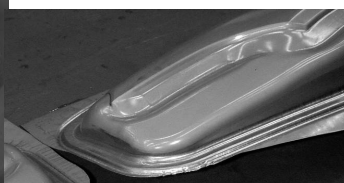
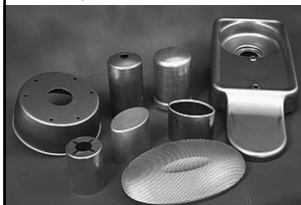
Processi di lavorazione per deformazione plastica

*Stampaggio e imbutitura
della lamiera,
a freddo*



prodotti

filmati



10

Processi di lavorazione per deformazione plastica

Criteri di classificazione

1. Stazionari o evolutivi
 - Estrusione
 - Trafilatura
 - Laminazione
 - Stampaggio
 - Imbutitura
2. A caldo o a freddo
 - Estrusione
 - Stampaggio
 - Laminazione
 - Imbutitura
 - Trafilatura
 - Laminazione
3. Di spessori sottili (tubi e lamiere) o massivi
 - Imbutitura
 - Piegatura
 - Laminazione
 - Estrusione
 - Stampaggio
 - Laminazione

11

Processi di lavorazione per deformazione plastica

Criteri di classificazione

Stazionari o evolutivi

- Se le variabili di stato (sforzi, deformazioni, temperature) del processo non variano al trascorrere del tempo, il processo si dice stazionario. I processi stazionari sono tipicamente quelli “in continuo”, come la laminazione.

A caldo o a freddo

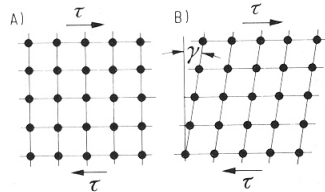
- Se la temperatura del materiale in lavorazione supera i 2/3 della temperatura di fusione del materiale, il processo si dice è classificato “caldo”. Se il materiale non subisce apporto di calore dall'esterno, il processo si dice “a freddo”. Esistono, poco diffusi industrialmente, tentativi di realizzare processi “a tiepido”.

12

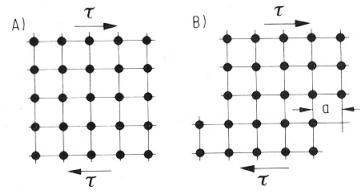
DEFORMAZIONE E MATERIALI

I materiali metallici se sollecitati si deformano prima elasticamente e poi plasticamente. Questo comportamento ha una spiegazione a livello microscopico osservando il reticolo cristallino.

Campo elastico



Campo plastico



Quando si ha deformazione plastica con buona approssimazione si può ritenere il volume costante.

13

Meccanismi di deformazione

Slip lines

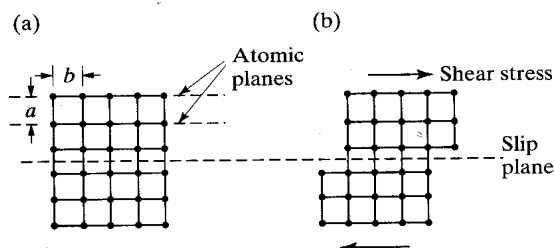


FIGURE 1.5 Permanent deformation (also called plastic deformation) of a single crystal subjected to a shear stress: (a) structure before deformation; and (b) permanent deformation by slip. The size of the b/a ratio influences the magnitude of the shear stress required to cause slip.

La deformazione plastica avviene sempre per moto relativo di blocchi cristallini di lungo le cosiddette "linee di scorrimento"

14

Meccanismi di deformazione

Grani

- Un blocco compatto di cristallo è detto "grano"
- Lo scorrimento può essere
 - intragranulare (lungo le slip line)
 - intergranulare (lungo i bordi di grano)

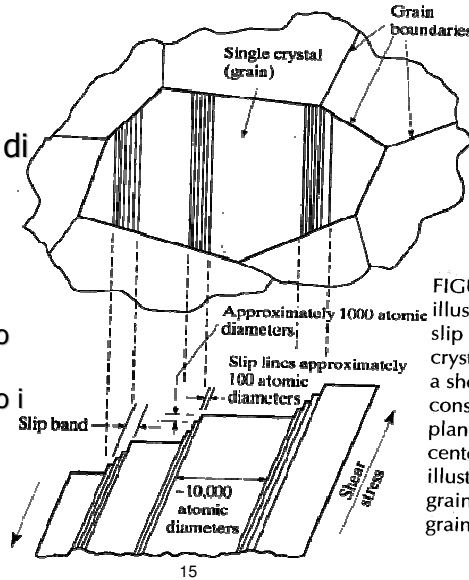


FIGURE 1.7 Schematic illustration of slip lines and slip bands in a single crystal (grain) subjected to a shear stress. A slip band consists of a number of slip planes. The crystal at the center of the upper illustration is an individual grain surrounded by other grains.

15

Meccanismi di deformazione

Dislocazioni

- Lo scorrimento intragranulare è facilitato dalla presenza delle dislocazioni "a vite" o lineari

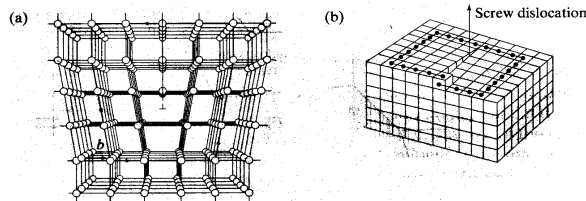


FIGURE 1.8 Types of dislocations in a single crystal: (a) edge dislocation; and (b) screw dislocation. Source: (a) After Guy and Hren, *Elements of Physical Metallurgy*,

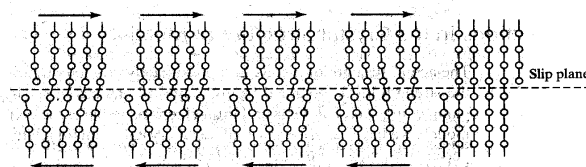


FIGURE 1.10 Movement of an edge dislocation across the crystal lattice under a shear stress. Dislocations help explain why the actual strength of metals is much lower than that predicted by theory.

16

Meccanismi di deformazione **Anisotropia**

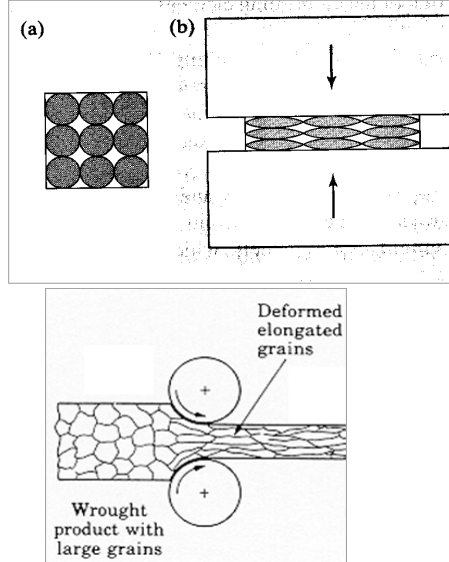
La deformazione plastica ovviamente cambia la forma dei grani

- Esempi tipici sono stampaggio massivo e laminazione a freddo

A livello macroscopico, questo determina diverse caratteristiche meccaniche in diverse direzioni

Il materiale può diventare quindi anisotropo durante il processo

Talvolta anche il materiale di partenza, specie se in forma di lamiera, può essere anisotropo



17

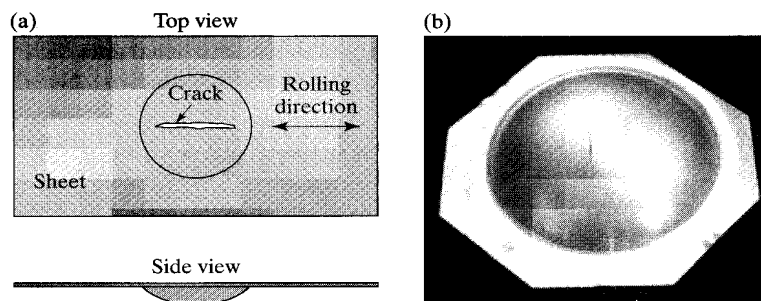
Meccanismi di deformazione **Anisotropia**

Mechanical fibering

- Anisotropia indotta da deformazione

Orientamenti preferenziali

- proprietà metallurgiche intrinseche del materiale



18

SFORZI E DEFORMAZIONI

Nel dimensionamento di un prodotto (ad esempio organi di macchina) si è abituati a ragionare in campo elastico.

Nelle lavorazioni per deformazione plastica si porta il materiale in campo plastico.

Le differenze tra i due campi sono importanti:

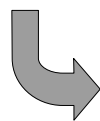
	Campo elastico	Campo plastico
Sforzi	Tensore sforzi	Tensore sforzi
Deformazioni	Tensore deformazioni elastiche	Tensore deformazioni (elastiche + plastiche o solo plastiche)
Legame sforzi-deformazioni	Hooke	Prandtl-Reuss (tra sforzo e deformazione plastica incrementale)
Volume	Variabile	Costante ($\nu = 0.5$)
Attrito	Coulombiano	Costante (o a volte Coulombiano)

19

Meccanismi di deformazione: **inrudimento**

Col progredire della deformazione plastica, le dislocazioni possono

- Interferire tra loro (impilarsi)
- Essere impedita da
 - Bordi di grano
 - Impurità
 - Inclusioni



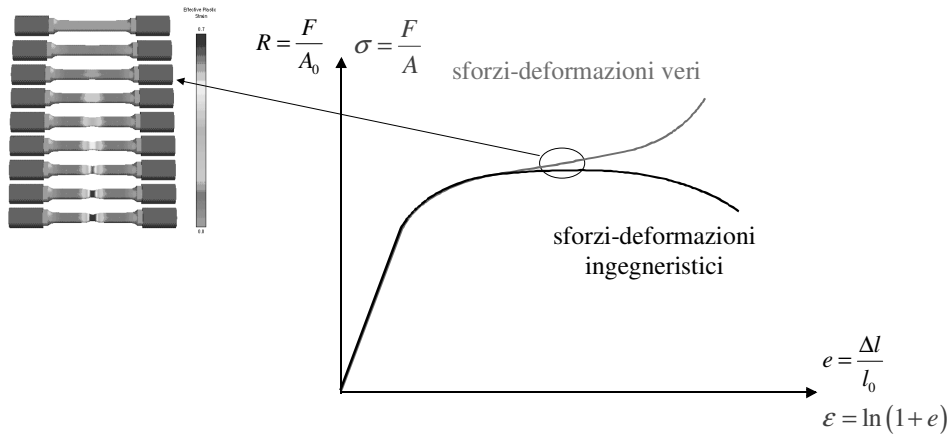
Incrudimento
da lavoro
(o da deformazione)

Incrudimento
=
aumento della
forza necessaria

20

DEFORMAZIONE E MATERIALI

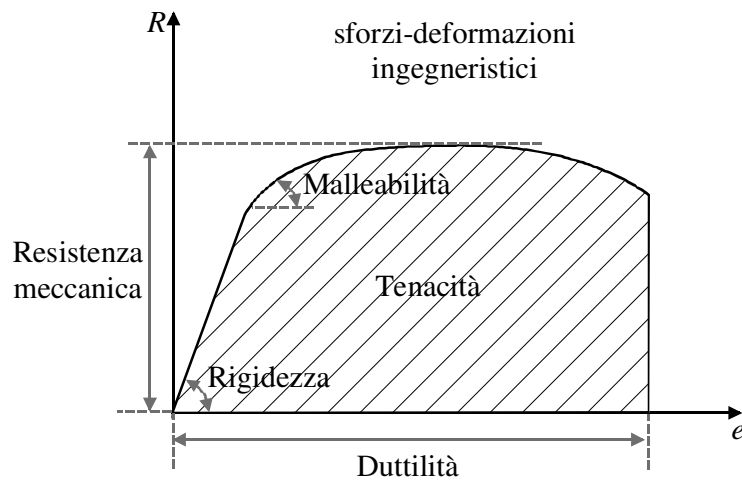
Il comportamento dei materiali lo descriviamo attraverso la prova di trazione (stato di sollecitazione monoassiale).



21

DEFORMAZIONE E MATERIALI

Le varie grandezze di interesse per la deformazione plastica ricavabili dalla prova sono:



22

Meccanismi di deformazione Effetti della temperatura

Lavorazioni a freddo $T/T_m < 0.3$

- maggiori forze ed energie
- migliori proprietà meccaniche
- maggiore precisione dimensionale
- migliore finitura superficiale

(T_m temp di fusione)

Lavorazioni intermedie $T/T_m < 0.5$

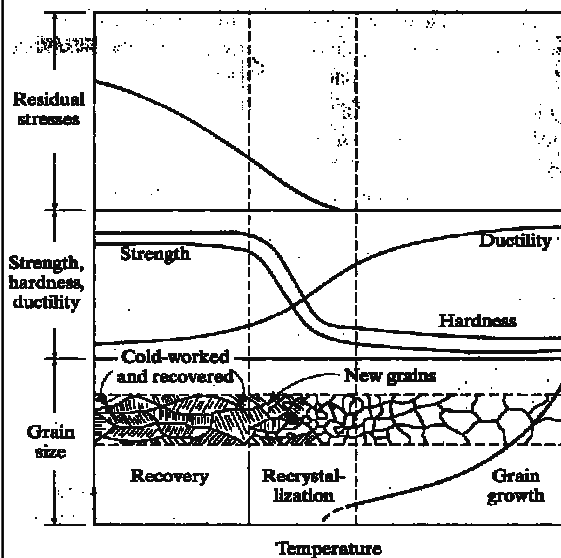
Lavorazioni a caldo $T/T_m > 0.6$

- minori forze ed energie
- minori proprietà meccaniche
- minore precisione dimensionale
- minore finitura superficiale

La differenza è data dalla temperatura di ricristallizzazione

23

Meccanismi di deformazione Effetti della temperatura



Alla temperatura di ricristallizzazione cambia la metallurgia del materiale

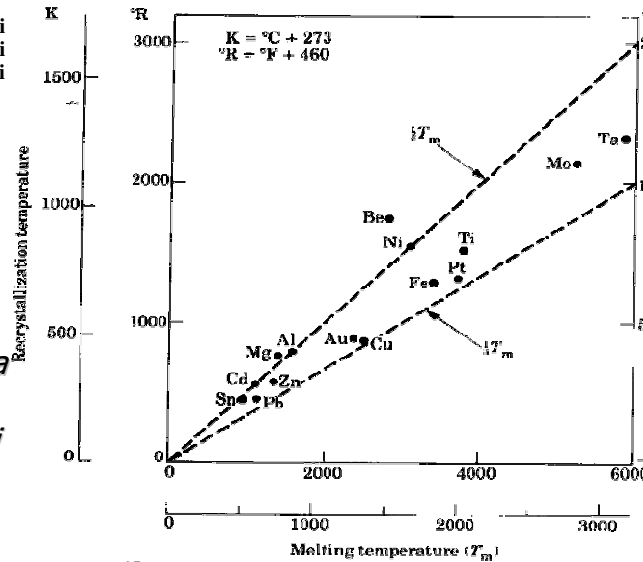
- I grani diventano più fini e tondeggianti
 - Lo scorrimento intergranulare è ovviamente favorito da grani più piccoli
- Oltre questa temperatura, i grani ricominciano a crescere

24

Meccanismi di deformazione Effetti della temperatura

La temperatura di ricristallizzazione per vari metalli

In realtà non è possibile prescindere dal tempo di permanenza in temperatura, per cui l'effetto della temperatura è sempre congiunto all'effetto della velocità di deformazione

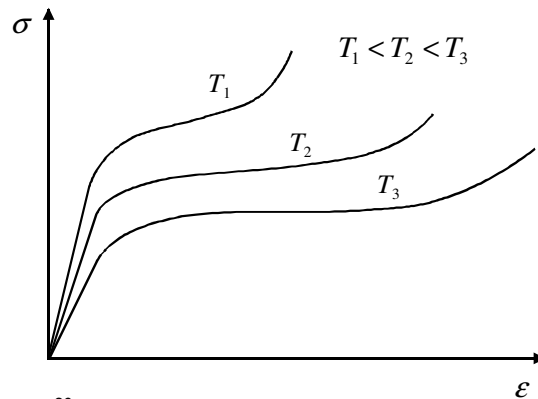


25

DEFORMAZIONE E MATERIALI

Come noto, queste grandezze variano al variare della temperatura.

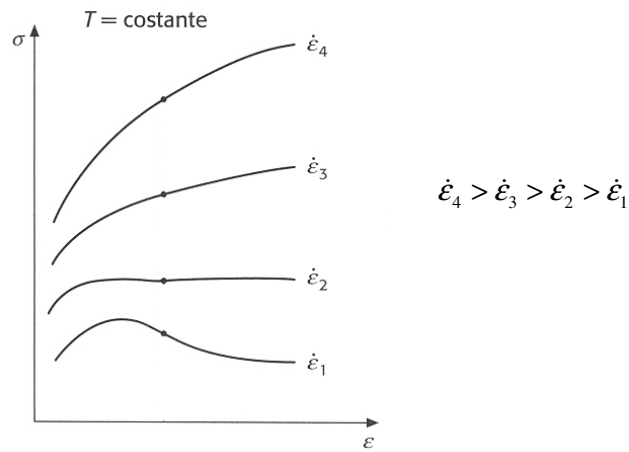
- la resistenza meccanica diminuisce
- la duttilità aumenta
- la malleabilità aumenta (diminuisce l'incrudimento)
- la tenacità generalmente aumenta



26

DEFORMAZIONE E MATERIALI

Il comportamento meccanico dipende però anche dalla velocità di deformazione:

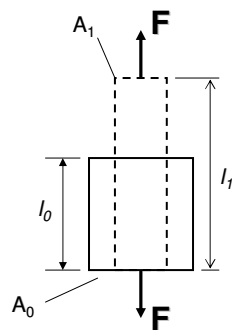


27

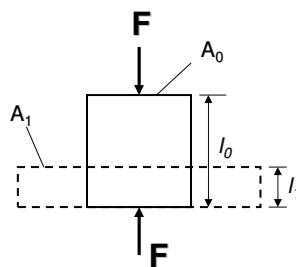
Stato di deformazione

Modi di Deformazione

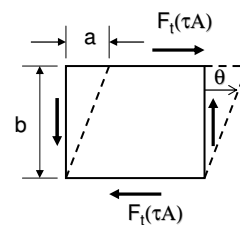
A_0, l_0 = area e lunghezza iniziale
 A_1, l_1 = area e lunghezza finale
 A, l = area e lunghezza istantanee



Trazione Uniforme



Compressione Uniforme

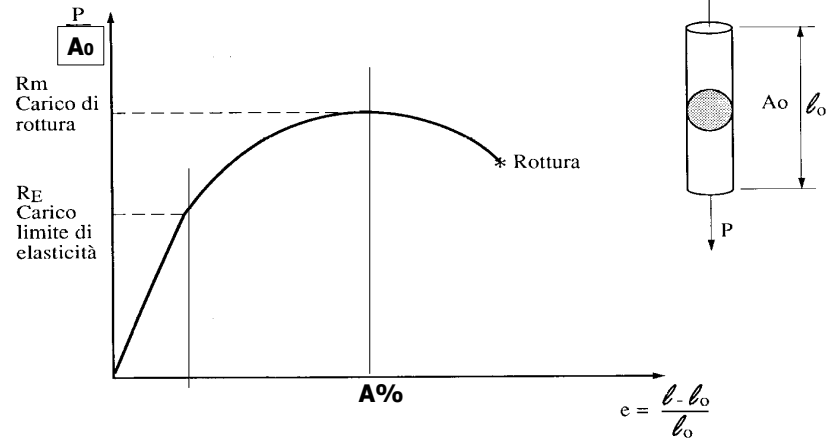


Taglio

28

Prova di trazione

può essere condotta su provini cilindrici o da lamiera



Valori ingegneristici

29

Stato di deformazione

Deformazione Vera & Ingegneristica

Deformazione
Ingegneristica
(Allungamento)

$$e = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_1 - l_0}{l_0}$$

Deformazione Reale

Volume Constancy

$$\epsilon = \int_{l_0}^{l_1} \frac{dl}{l} = \ln \left(\frac{l_1}{l_0} \right)$$

30

Stato di sforzo

Tensione Normale

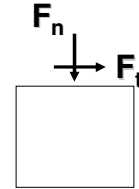
$$\sigma = \frac{F_n}{A}$$

F_n : Forza Normale

F_t : Forza Tangenziale

Tensione Tangenziale

$$\tau = \frac{F_t}{A}$$



Tensione Ingegneristica

$$S = \frac{F}{A_0}$$

A_0 : Area Iniziale

A : Area Instantanea

Tensione Reale

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

31

MODELLI REOLOGICI

In campo elastico il legame tra sforzo monoassiale e deformazione viene descritto attraverso la legge di Hooke:

$$\sigma = E\varepsilon$$

In campo plastico il legame tra sforzo monoassiale e deformazione viene descritto attraverso un modello reologico. Abbiamo visto che in linea generale sarà:

$$\sigma = f(\varepsilon, T, \dot{\varepsilon})$$

Per semplicità prendiamo in considerazione due classi di modelli:

$$\sigma = f(\varepsilon) \quad \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0; \quad T = T_0$$

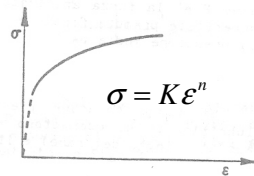
$$\sigma = f(\dot{\varepsilon}) \quad \varepsilon = \varepsilon_0; \quad T = T_0$$

32

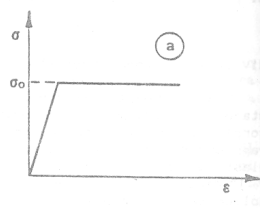
MODELLI REOLOGICI

Per il primo modello $\sigma = f(\varepsilon)$ abbiamo diverse possibilità:

modello esponenziale:



modello rigido-plastico



33

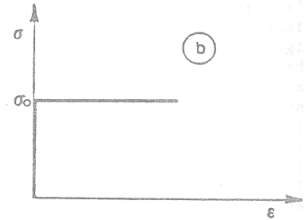
Leggi di flusso plastico

TABLE 2.3 Typical Values for K and n at Room Temperature

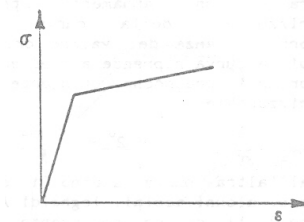
	K (MPa)	n
Aluminum		
1100-O	180	0.20
2024-T4	690	0.16
6061-O	205	0.20
6061-T6	410	0.05
7075-O	400	0.17
Brass		
70-30, annealed	900	0.49
85-15, cold-rolled	580	0.34
Cobalt-base alloy, heat-treated	2070	0.50
Copper, annealed	315	0.54
Steel		
Low-C annealed	530	0.26
4135 annealed Annealed = ricotto	1015	0.17
4135 cold-rolled	1100	0.14
4340 annealed	640	0.15
304 stainless, annealed	1275	0.45
410 stainless, annealed	960	0.10

MODELLI REOLOGICI

modello perfettamente plastico:



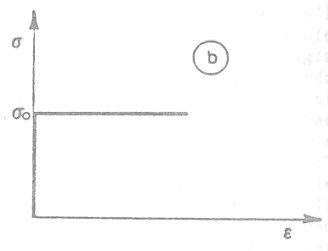
modello rigido-plastico con incrudimento:



35

CRITERIO DI PLASTICITA' MONOASSIALE

Per giungere ad una modellazione analitica delle lavorazioni per deformazione plastica è spesso necessario descrivere il materiale con un modello semplice: il modello infinitamente rigido, perfettamente plastico:



Il materiale è così caratterizzato da un unico parametro: la RESISTENZA AL FLUSSO PLASTICO (o FLOW STRESS) σ_0 . Quindi quando

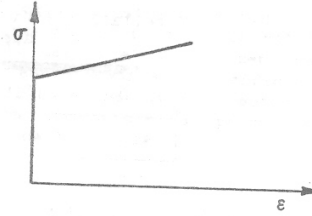
$$\sigma = \sigma_0$$

il materiale fluisce plasticamente.

36

MODELLI REOLOGICI

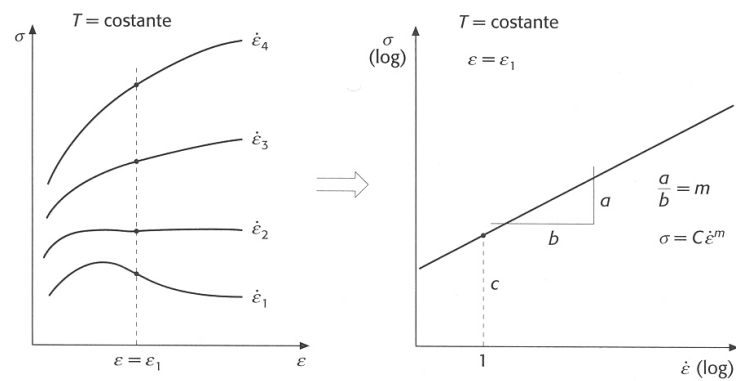
modello plastico con incrudimento:



37

MODELLI REOLOGICI

Per il secondo modello $\sigma = f(\dot{\epsilon})$ si osserva che la relazione tra lo sforzo e la velocità di deformazione è lineare in un diagramma doppio logaritmico:



Quindi il modello più adatto è $\sigma = C\dot{\epsilon}^m$

38

Leggi di flusso plastico:

velocità di deformazione e temperatura

Per lavorazioni
a caldo isoterme:

$$\bar{\sigma} = C \cdot \dot{\epsilon}^m$$

Valori tipici di C ed m

Materiale	Temperatura (°C)	C (MPa)	m
Alluminio	200 - 500	82 - 14	0.07 - 0.23
Leghe alluminio	200 - 500	310 - 35	0 - 0.20
Rame	300 - 900	240 - 20	0.05 - 0.17
Leghe rame	200 - 800	415 - 14	0.02 - 0.3
Magnesio	200 - 400	140 - 14	0.07 - 0.43
Piombo	100 - 300	11 - 2	0.1 - 0.2
Acciaio b.t.C.	900 - 1200	155 - 48	0.08 - 0.22
Acciaio m.t.C.	900 - 1200	160 - 48	0.07 - 0.24
Acciaio a.t.C.	900 - 1200	415 - 35	0.04 - 0.4
Titanio	200 - 1000	930 - 14	0.04 - 0.3
Leghe titanio	200 - 1000	900 - 35	0.02 - 0.3

39

Leggi di flusso plastico:

velocità di deformazione e temperatura

Per lavorazioni
a caldo isoterme:

$$\bar{\sigma} = C \cdot \dot{\epsilon}^m$$

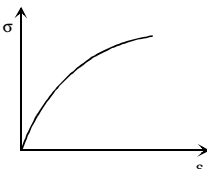
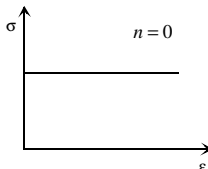
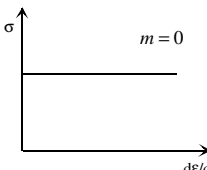
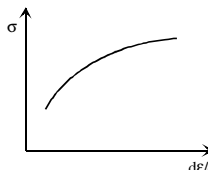
Velocità tipiche nei processi di deformazione plastica

Processo	$\bar{\epsilon}$	Vel. def. (m/s)	$\dot{\epsilon}$
Forgiat., lamin. a freddo	0.1 - 0.5	0.1 - 100	$1 - 10^3$
Forgiat., lamin. a caldo	0.1 - 0.6	0.1 - 30	$1 - 10^3$
Trafilat. (a freddo)	0.05 - 0.5	0.1 - 100	$1 - 10^4$
Estrusione (a caldo)	2 - 5	0.1 - 1	$10^{-1} - 10^2$
Form. a esplosione	0.05 - 0.2	10 - 100	$10 - 10^5$
Stamp. lamiera	0.1 - 0.5	0.05 - 2	$1 - 10^2$
Form. superplastica	0.2 - 3	$10^{-4} - 10^{-2}$	$10^{-4} - 10^{-2}$
Truciolo	1 - 10	0.1 - 100	$10^3 - 10^6$

40

MODELLI REOLOGICI

Il valore delle costanti dipende dalla temperatura. Sperimentalmente si osserva che con buona approssimazione gli esponenti si annullano a seconda che la lavorazione avvenga a freddo o a caldo.

	FREDDO	CALDO
$\sigma = K \varepsilon^n$		
$\sigma = C \dot{\varepsilon}^m$		

41

MODELLI REOLOGICI

velocità di deformazione
e temperatura

in funzione della velocità di
deformazione

Meccanismo

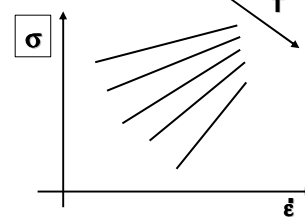
- velocità di incrudimento
- velocità di ricristallizzazione

A basse temperature

- alta resistenza meccanica
- poco sensibile
- ($m \sim 0$)

Ad alte temperature

- bassa resistenza
- molto sensibile
- ($n \sim 0$)



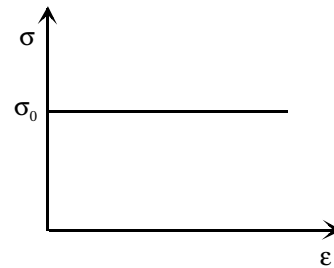
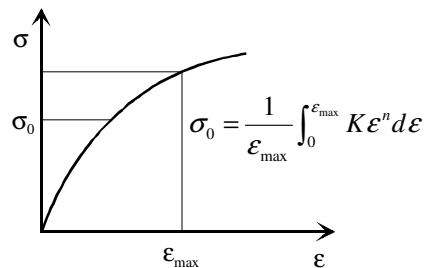
$$\bar{\sigma} = K \bar{\varepsilon}^n \dot{\bar{\varepsilon}}^m$$

42

CRITERIO DI PLASTICITA'

L'approssimazione introdotta usando questo modello è limitata nel caso di lavorazioni a caldo, se si trascura l'effetto della velocità.

Per le lavorazioni a freddo l'approssimazione è più grossolana e σ_0 può essere definito come la media della sollecitazione durante tutta la deformazione (anche se spesso la $\epsilon_{\max}$ non è nota...):



43

DEFORMAZIONE E MATERIALI

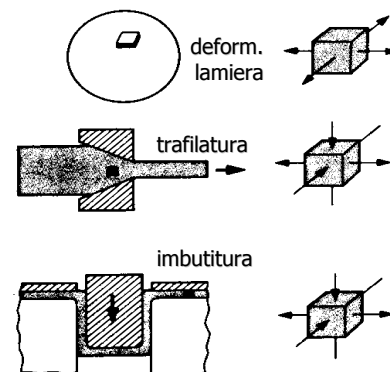
Fino ad ora abbiamo descritto il comportamento meccanico del materiale nel caso di sollecitazione monoassiale.

Per applicare l'analisi sforzo/deformazione alle lavorazioni per deformazione plastica dobbiamo tenere conto del fatto che la sollecitazione è in generale multiassiale:

- abbiamo bisogno di un criterio per trasformare un generico stato di sollecitazione in uno monoassiale equivalente (sforzo equivalente);
- dobbiamo avere un criterio per capire quando il materiale fluisce plasticamente;
- una volta che sappiamo che il materiale scorre plasticamente, non possiamo usare la legge di Hooke ma dobbiamo costruire un nuovo modello di relazione tra sforzo e deformazione

Inoltre

- dobbiamo descrivere opportunamente l'attrito che si svilupperà tra il materiale e le pareti



44

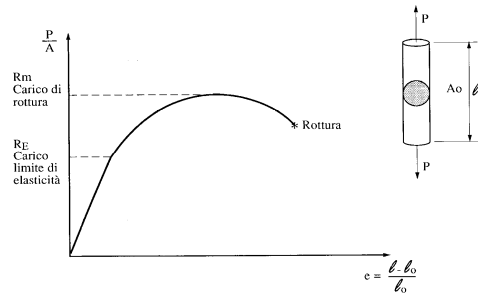
Prova di trazione

Nel caso uniassiale, il valore di sforzo reale $\sigma = \frac{P}{A}$

è immediatamente evidente, mentre in caso di sollecitazioni composte (stato di sforzo triassiale) si deve adottare un criterio di resistenza:

("flow stress" o "sforzo equivalente")

$$\bar{\sigma}$$



$$\sigma = P / A$$

$$\varepsilon = \int_{l_0}^l dl / l = \ln l / l_0$$

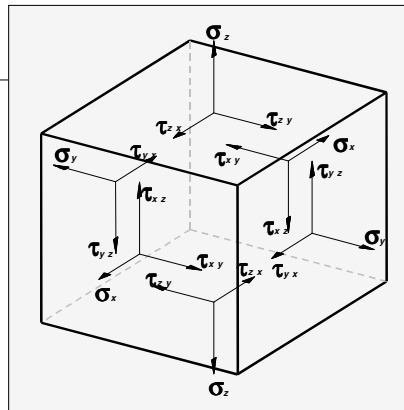
45

SFORZI E DEFORMAZIONI

Riprendiamo alcuni concetti in parte già noti.

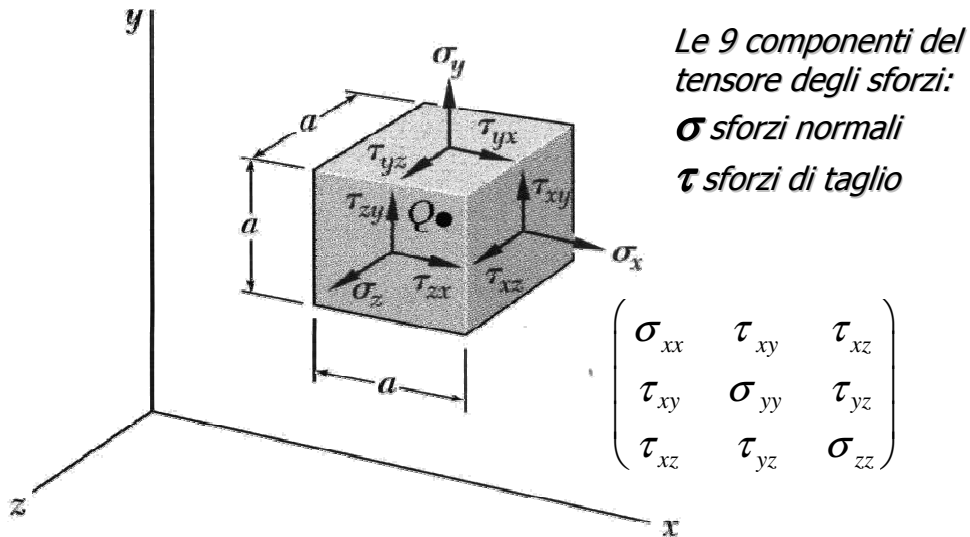
Ricordiamo che:

- Sforzi e deformazioni sono grandezze **tensoriali**;



46

Stato di sforzo



47

SFORZI

Un generale stato di sforzo è definito da:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Se il sistema di riferimento è principale si ha:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

Se dobbiamo ordinare le tensioni principali scriviamo

$$\sigma_I > \sigma_{II} > \sigma_{III}$$

48

Stato di sforzo: casi particolari

Trazione/compressione
monoassiale

$$\sigma_1 \neq 0$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$\tau_{ij} = 0$$

Taglio e
trazione/compressione

$$\sigma_1 \neq 0; \tau_{13} = \tau_{31}$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$\text{Altri } \tau_{ij} = 0$$

Taglio

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

semplice

$$\tau_{12} = \tau_{21}$$

$$\text{Altri } \tau_{ij} = 0$$

biassiale

$$\tau_{12} = \tau_{21}; \tau_{13} = \tau_{31}$$

$$\text{Altri } \tau_{ij} = 0$$

Stato piano di
sforzo

$$\sigma_3 = \tau_{ij} = 0$$

Trazione
biassiale
bilanciata

$$\sigma_1 = \sigma_2$$

$$\sigma_3 = \tau_{ij} = 0$$

49

Stato di sforzo

Si definisce la sollecitazione idrostatica:

$$\sigma_{idr} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

e quella deviatorica: $\sigma'_1 = \sigma_1 - \sigma_{idr}$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma'_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma'_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma'_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{idr} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{idr} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{idr} \end{bmatrix}$$

Total Stress = Deviatoric Stress + Mean Stress

50

Stato di sforzo

Se rappresentiamo i tensori come una matrice 3x3, la somma degli elementi della diagonale principale (**traccia**) non dipende dal sistema di riferimento

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} - \sigma_m & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} - \sigma_m & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} - \sigma_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{pmatrix}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3} = \frac{I_1}{3}$$

Responsible for
Shape Change

Responsible for
Volume Change

Total Stress = Deviatoric Stress + Mean Stress

51

Stato di sforzo

La componente deviatorica del tensore degli sforzi è la vera responsabile della deformazione plastica, cioè del cambiamento di forma.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3} = \frac{I_1}{3}$$

I_1 è detto primo invariante del tensore degli sforzi, ed è una quantità che non dipende dal sistema di riferimento cartesiano scelto per rappresentare il tensore. Ci sono anche altri 2 invarianti, I_2 ed I_3

La componente media è detta anche idrostatica, poiché corrisponde esattamente allo stato di sforzo cui è soggetto un corpo immerso in un fluido ad una data pressione. Tale componente non può essere responsabile di deformazione plastica poiché non genera sforzi di taglio, quindi non potrà far scorrere tra loro i blocchi cristallini lungo le slip lines. La componente media può causare contrazioni o espansioni del volume del materiale, che restano però in campo elastico

Total Stress = Deviatoric Stress + Mean Stress

52

Stato di sforzo

Osservazioni:

- La distinzione tra le 2 componenti non è rilevante per i solidi elastici, mentre lo è per i liquidi ed i solidi in campo plastico
- I gas non sono generalmente influenzati dalla componente deviatorica
- Materiali anisotropi possono subire deformazione plastica anche in presenza della sola componente idrostatica
- In realtà si vede che un'elevata componente media può in taluni casi aumentare la duttilità dei materiali

Total Stress = Deviatoric Stress + Mean Stress

53

DEFORMAZIONI

Un generico stato di deformazioni è definito da:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \epsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \epsilon_z \end{bmatrix}$$

Se il sistema di riferimento è principale si ha:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix}$$

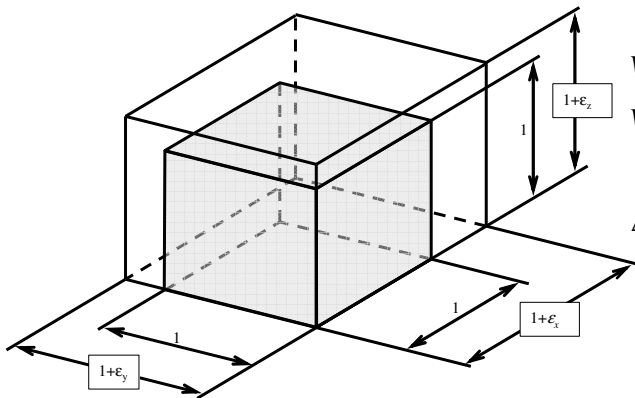
54

DEFORMAZIONI

Per le deformazioni, il termine:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (= \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)$$

è la variazione di volume (dilatazione).



$$V_0 = 1$$

$$V_1 = (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z) = 1 + \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z + \dots$$

$$\Delta V = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

55

DEFORMAZIONI

Se la deformazione giunge in campo plastico possiamo scrivere:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{el} + \boldsymbol{\varepsilon}^{pl}$$

cioè la deformazione è la somma della componente elastica e quella plastica.

In campo plastico vale la costanza del volume:

$$\varepsilon_1^{pl} + \varepsilon_2^{pl} + \varepsilon_3^{pl} = 0$$

questa condizione viene anche detta condizione di incomprimibilità.

Sperimentalmente si osserva che un materiale duttile sottoposto ad una sollecitazione idrostatica di

- compressione: non si deforma plasticamente ma solo elasticamente
- trazione: cede con una frattura fragile.

56

CRITERI PLASTICITA' TRIASSIALI

Come possiamo ricondurre uno stato di sforzo triassiale ad uno sforzo equivalente monoassiale?

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \stackrel{?}{\Leftrightarrow} \sigma_{eq}$$

Esistono vari criteri:

- massima tensione positiva (Galileo)
- massima tensione positiva e negativa
- massima tensione tangenziale (Tresca)
- equivalenza dell'energia di deformazione (Beltrami-Haig)
- equivalenza dell'energia di distorsione (Von Mises)
- ...

57

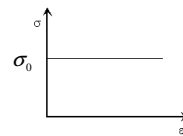
CRITERI PLASTICITA' TRIASSIALI

Massima tensione positiva (Galileo)

$$\sigma_{eq} = \sigma_1$$

Adottando un modello rigido plastico per la sollecitazione monoassiale si ottiene che il materiale fluisce plasticamente quando:

$$\sigma_1 = \sigma_0$$



Massima tensione positiva e negativa

$$\sigma_{eq} = |\sigma_1|$$

Sempre con lo stesso modello per il comportamento monoassiale si ha:

$$|\sigma_1| = \sigma_0$$

Entrambi i criteri hanno evidenti limiti: non tengono conto della triassialità degli sforzi.

58

CRITERI PLASTICITA' TRIASSIALI

Massima tensione tangenziale (Tresca)

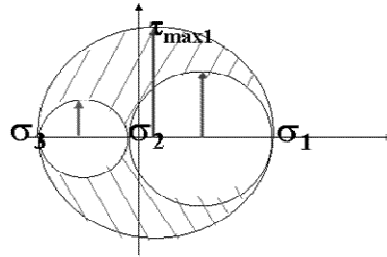
$$\tau_{eq} = \tau_{\max} = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2}$$

Se si ipotizza sempre il modello rigido plastico si ha che:

$$\tau_{0\max} \geq \frac{\sigma_0}{2}$$

e quindi il materiale fluisce plasticamente quando:

$$\sigma_I - \sigma_{III} \geq \sigma_0$$



59

CRITERI PLASTICITA' TRIASSIALI

Equivalenza dell'energia di deformazione (Beltrami-Haig)

Calcoliamo l'energia di deformazione elastica nel caso triassiale:

$$l_{triass} = \frac{1}{2}(\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3)$$

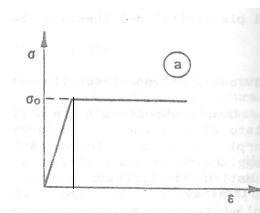
e quella del caso monoassiale:

$$l_{mono} = \frac{1}{2} \sigma_{eq} \varepsilon$$

Ipotizziamo che nelle due condizioni mono e triassiale il flusso plastico avvenga allo stesso valore di energia di deformazione cumulata nel materiale: $l_{mono} = l_{triass}$.

Ipotizziamo che sia valido il modello elasto-plastico senza incrudimento e applichiamo il legame $\sigma - \varepsilon$ in campo elastico. Otteniamo:

$$\sigma_0^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_1 \sigma_3)$$



60

CRITERI PLASTICITA' TRIASSIALI

Equivalenza dell'energia di distorsione (Von Mises)

E' un'evoluzione del precedente: è meglio togliere dall'energia di deformazione l'energia associata alla componente idrostatica (dilatazione):

$$l_{triass} = \frac{1}{2}(\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3) - \frac{1}{2} \sigma_{idr} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)$$

Seguendo gli stessi passaggi di prima si ottiene:

$$2\sigma_0^2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2$$

o, nel caso di una generica giacitura:

$$2\sigma_0^2 = (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)$$

Si noti che nel caso in cui sia presente una sola sollecitazione tangenziale si ha:

$$\tau_{\max} = \sigma_0 / \sqrt{3} \quad \left(> \sigma_0 / 2 \quad \text{Tresca} \right)$$

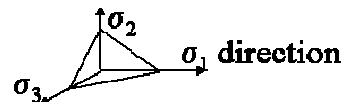
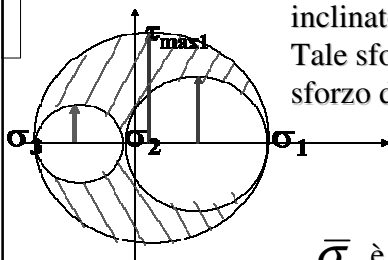
61

CRITERI PLASTICITA' TRIASSIALI

Criterio di von Mises

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}$$

$\bar{\sigma}$ è una grandezza scalare, proporzionale al terzo invariante I_3 , nonché allo sforzo di taglio su un piano inclinato ad angoli uguali con le 3 direzioni principali. Tale sforzo si dice anche sforzo di taglio ottaedrale



$\bar{\sigma}$ è la radice della somma quadratica delle 3 $\tau_{\max}$

62

CRITERI PLASTICITA' TRIASSIALI

Criterio di von Mises

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} = Y$$

Tale criterio è quello di gran lunga più usato

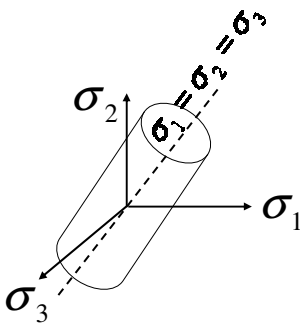
- Si può dimostrare che lo sforzo equivalente alla von Mises è funzione del secondo invariante I_2 , ed è esso stesso invariante
- Il criterio è isotropo (le 3 componenti hanno lo stesso peso)
- Il criterio è indipendente dal termine idrostatico σ_m
- È proporzionale alla durezza del materiale

63

CRITERI PLASTICITA' TRIASSIALI

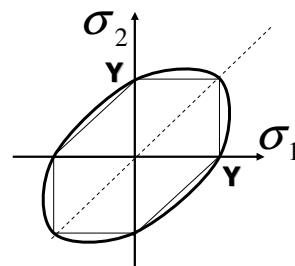
Criterio di von Mises

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} = Y$$



Rappresentazione grafica

- Cilindro infinito di raggio $2\bar{\sigma}$
- Nel piano ($\sigma_3=0$) diventa un'ellisse
- Il poligono inscritto corrisponde al criterio di Tresca



64

DEFORMAZIONE EFFETTIVA o equivalente

Con considerazioni analoghe, si arriva al concetto di deformazione equivalente. E' definita come:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}$$

o, in forma incrementale:

$$d\bar{\varepsilon} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left\{ (d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2)^2 + (d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3)^2 + (d\varepsilon_3 - d\varepsilon_1)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

La deformazione equivalente è una grandezza scalare.

Occorre ora trovare la relazione funzionale tra $\bar{\sigma}$ ed $\bar{\varepsilon}$

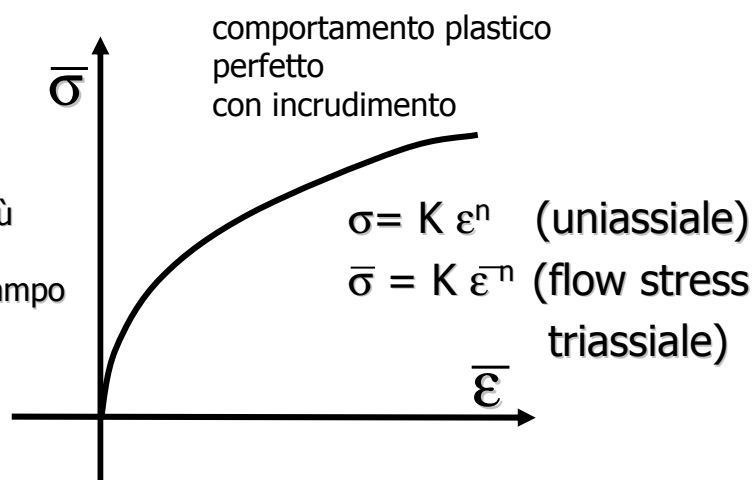
Tale relazione è detta *legge di flusso plastico o modello reologico*

65

Leggi di flusso plastico

Legge di Hollomon

- è la legge più usata
- trascura il campo elastico



66

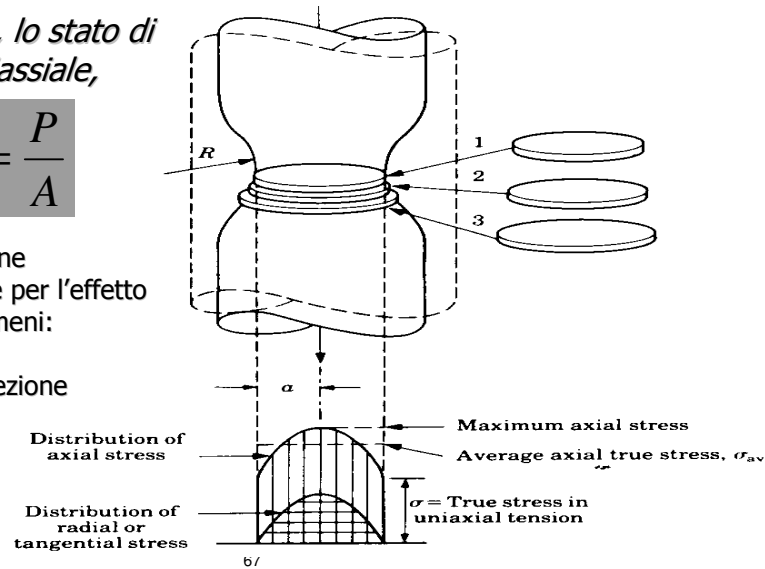
La strizione

Dopo la strizione, lo stato di sforzo diventa triassiale, cioè

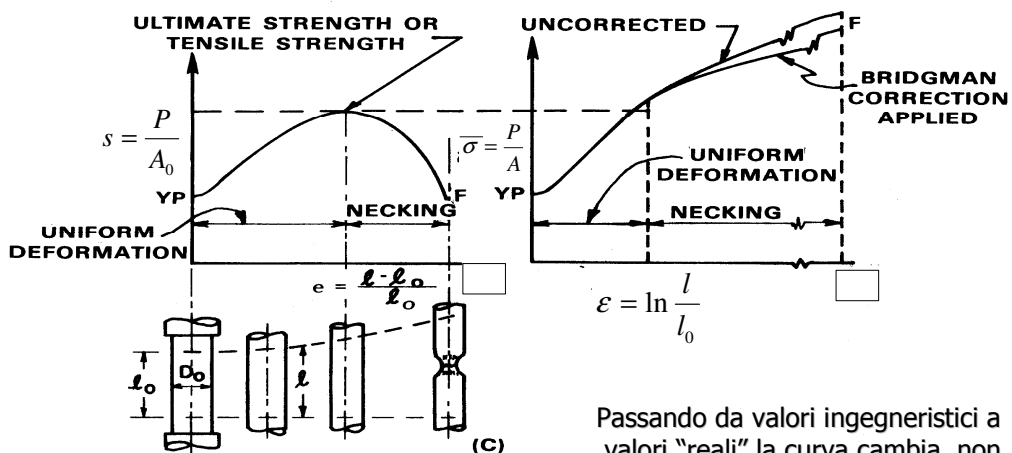
$$\bar{\sigma} \neq \sigma = \frac{P}{A}$$

La strizione, in trazione monoassiale, avviene per l'effetto combinato di 2 fenomeni:

- L'incrudimento
- La riduzione di sezione resistente



Prova di trazione: la strizione



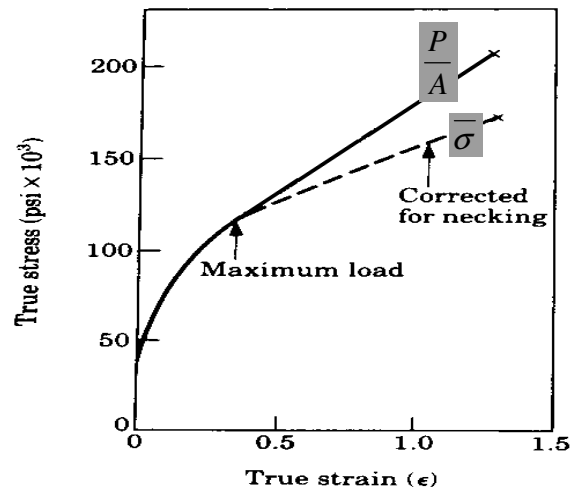
Passando da valori ingegneristici a valori "reali" la curva cambia, non presentando più il punto di massimo

La strizione

Dopo la strizione, lo stato di sforzo diventa triassiale, cioè

$$\bar{\sigma} \neq \sigma = \frac{P}{A}$$

È necessaria una correzione dei valori ottenuti dalla prova di trazione (che è uniassiale)



69

La strizione

Il criterio per l'identificazione della strizione si basa sulla identificazione del carico istantaneo massimo F

$$\frac{dF}{d\bar{\epsilon}} = 0$$

Dove: $F = A\bar{\sigma}$

$$\bar{\epsilon} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) = \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) \rightarrow A = A_0 e^{-\bar{\epsilon}}$$

$$F = A\bar{\sigma} = A_0 e^{-\bar{\epsilon}} \bar{\sigma}$$

$\bar{\sigma}$ Sforzo effettivo $\bar{\epsilon}$ Deformazione effettiva
 A_0 Area iniziale

70

La strizione

Quindi:

$$\frac{dF}{d\bar{\epsilon}} = \frac{d(A_0 e^{-\bar{\epsilon}} \bar{\sigma})}{d\bar{\epsilon}} = A_0 \left(\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} e^{-\bar{\epsilon}} - \bar{\sigma} e^{-\bar{\epsilon}} \right) = 0 \Rightarrow \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} = \bar{\sigma}$$

Se utilizziamo la legge esponenziale per il legame sforzi deformazioni abbiamo:

$$\bar{\sigma} = K(\bar{\epsilon})^n$$

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} = Kn(\bar{\epsilon})^{n-1} = \bar{\sigma} = K(\bar{\epsilon})^n$$

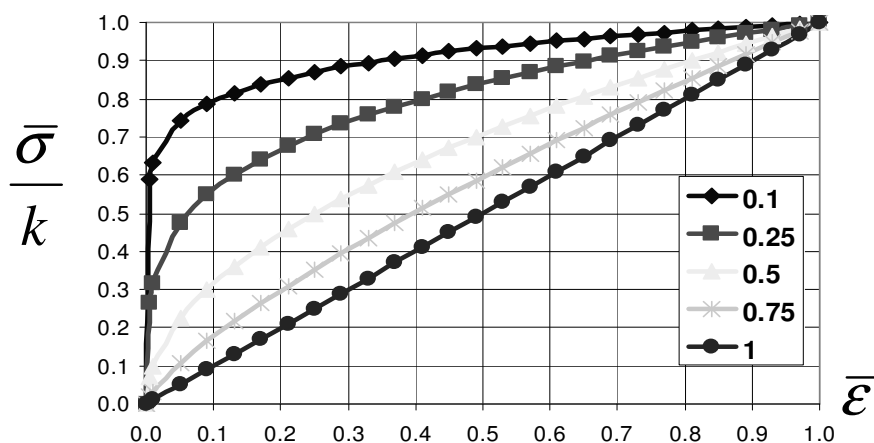
E la deformazione corrispondente alla strizione diviene:

$$\bar{\epsilon}_n = n$$

n è l'esponente di incrudimento. Valori elevati sono indice di migliore formabilità.

71

Leggi di flusso plastico:
condizione di instabilità plastica



All'aumentare di n , aumenta la pendenza delle curve ed aumenta la formabilità

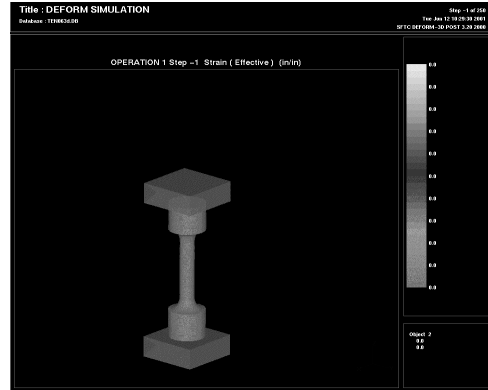
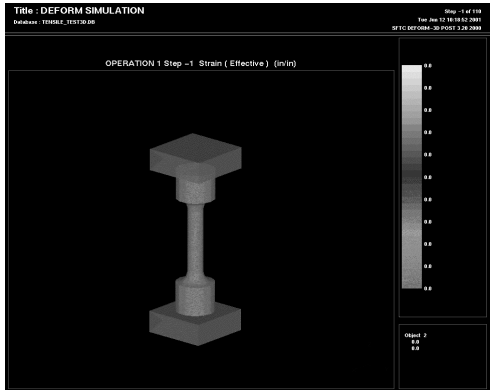
72

La strizione

Influenza del coefficiente di incrudimento sulla strizione

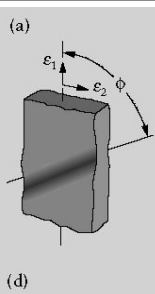
$n=0.2$

$n=0.6$



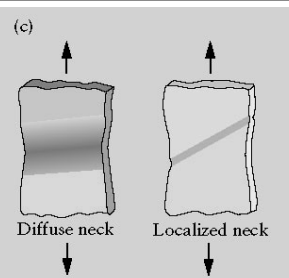
73

Leggi di flusso plastico:
condizione di instabilità plastica



A strizione

$$n = \bar{\epsilon}$$



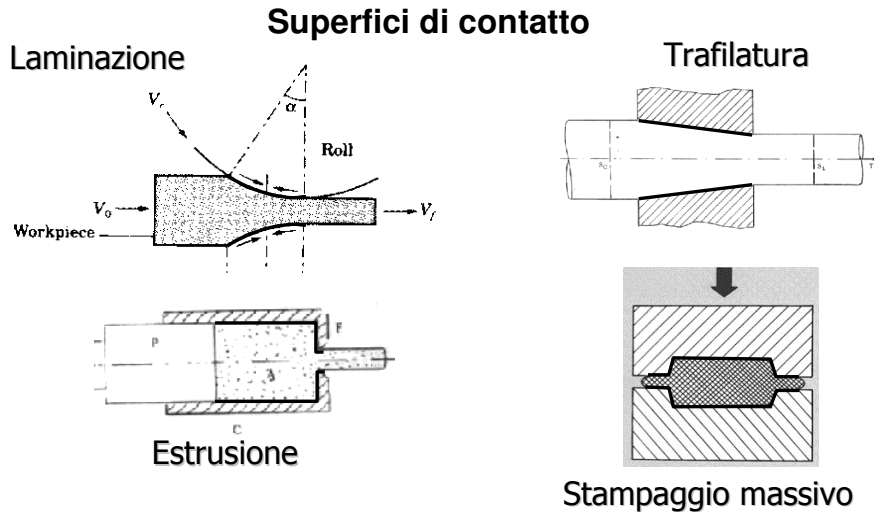
In condizioni di trazione uniassiale, la strizione si ha localizzata o diffusa a seconda del valore di m

$$\bar{\sigma} = C \cdot \dot{\bar{\epsilon}}^m$$

Normalmente è localizzata

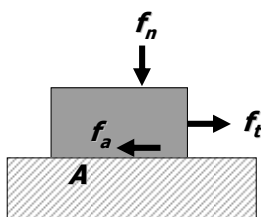


L'effetto dell'attrito



75

L'effetto dell'attrito



$$\tau_a = \frac{f_a}{A}$$

$$\tau_t = \frac{f_t}{A}$$

$$\sigma_n = \frac{f_n}{A}$$

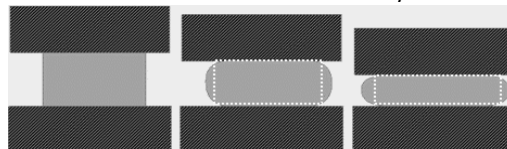
Questi sono solo stress apparenti poiché l'area di contatto reale è sempre molto inferiore all'area nominale, per via delle asperità delle superfici

Le forze di attrito dipendono da:

- Pressione di contatto
- Velocità relativa
 - Attrito statico e dinamico
- Materiali
- Rugosità
- Lubrificanti
- Temperatura
- Cambiamento di forma delle superfici

L'effetto dell'attrito

- limita il flusso nelle zone vicine al contatto
- ha un effetto distorcente, aumenta L_r



76

L'ATTRITO

Si possono impiegare due modelli diversi per i fenomeni di attrito tra corpi deformabili

Il modello Coulombiano – coefficiente di attrito f

$$\tau_{att} = f \cdot \sigma_n$$

L'attrito dipende dalla sollecitazione normale σ_n

Il modello ad attrito costante – fattore di attrito m

$$\tau_{att} = m \cdot \tau_{max} \quad 0 < m \leq 1$$

Ove τ_{max} è la massima sollecitazione tangenziale sopportabile dal materiale.

Il valore di τ_{max} si può ottenere dalla relazione di Von Mises per uno stato di sforzo in cui sia diversa da zero solamente una τ , e vale $\tau_{max} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$

77

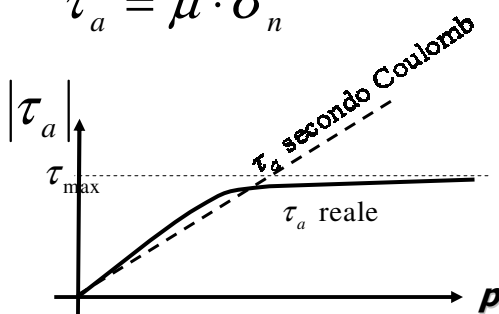
L'attrito

Modello di Coulomb

$$f_a = \mu \cdot f_n$$

Coefficiente d'attrito

$$\tau_a = \mu \cdot \sigma_n$$



- Il modello vale solo quando le pressioni in gioco non sono molto elevate
- Nel *metal forming*, le pressioni sono invece spesso elevate, e in questo caso le caratteristiche dei materiali dovrebbero entrare nel modello
- In particolare τ_a non può essere maggiore della resistenza massima a taglio τ_{max} del materiale più tenero

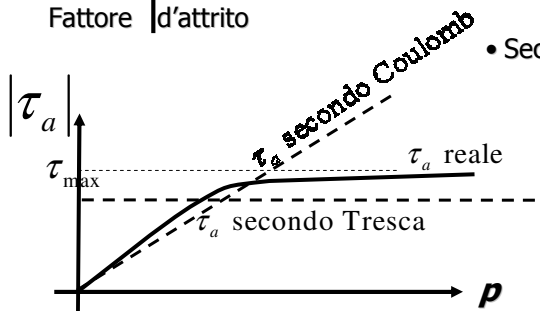
78

L'attrito

Modello del massimo sforzo di taglio (di Tresca)

$$\tau_f = m \cdot \tau_{\max}$$

Fattore d'attrito



τ_a non può essere maggiore della resistenza massima a taglio $\tau_{\max}$ del materiale più tenero

- Secondo Von Mises

$$\tau_{\max} = \frac{\bar{\sigma}}{2}$$

- Secondo Tresca

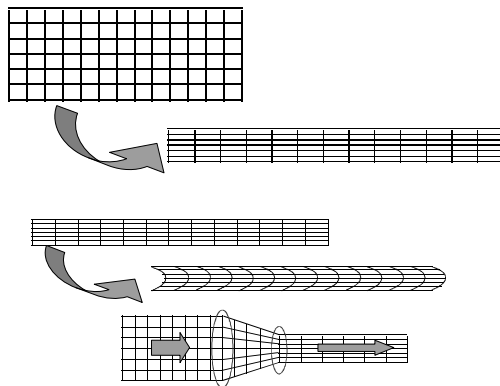
$$\tau_{\max} = \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}}$$

79

ASPETTI ENERGETICI

In termini del tutto generali la potenza esterna usata nelle lavorazioni per deformazione plastica viene utilizzata per:

- deformare: se idealmente disegnassimo una griglia nel materiale e lo deformassimo uniformemente avremmo una deformazione parallelepipedica in cui le sezioni non cambiano la propria forma.
- distorcere: alcune sezioni cambiano la propria forma (o in maniera permanente o in modo tale da portare alla sola deformazione)
- vincere gli attriti: lo strisciamento del materiale contro gli utensili genera attrito.



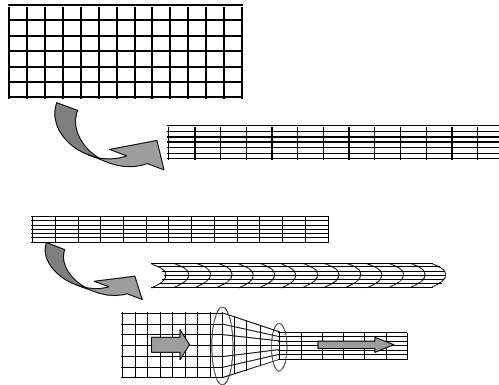
La potenza di distorsione e quella dissipata in attrito sono tra loro legate: se non esistesse attrito non vi sarebbe neanche distorsione

80

ASPETTI ENERGETICI

Il lavoro speso viene dunque distinto in:

- **LAVORO IDEALE O PARALLELEPIPEDO**
 - per deformare uniformemente
- **LAVORO RIDONDANTE**
 - per distorcere
- **LAVORO D'ATTRITO**
 - per vincere gli attriti: lo strisciamento del materiale contro gli utensili genera attrito.



81

Lavoro di deformazione plastica

$$L_g = L_i + L_r$$

Il lavoro globale di deformazione si può scomporre in 2 componenti

L_i = Lavoro **ideale** o parallelepipedo: minimo necessario a compiere la deformazione



L_r = Lavoro interno **ridondante**, usato per deformare il materiale oltre il minimo indispensabile, detto anche lavoro di distorsione

82

Lavoro di deformazione plastica

$$L_{tot} = L_a + L_g = L_a + L_i + L_r$$

In realtà, il lavoro effettivamente speso deve tener conto anche del lavoro dissipato in attrito L_a

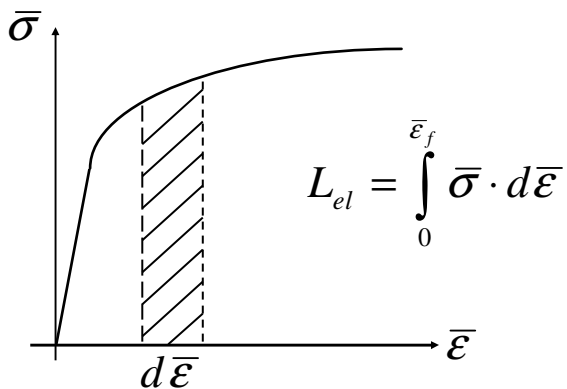
Rendimento della lavorazione plastica $\eta = \frac{L_i}{L_{tot}}$

È bene osservare che, alla fine, quasi tutto il lavoro speso viene comunque trasformato in calore.
Solo una piccola parte viene immagazzinata dai cristalli

83

Lavoro di deformazione plastica

Lavoro elementare di deformazione, cioè di un volume elementare



Il lavoro globale si ottiene integrando il lavoro elementare su tutto il dominio spaziale V

$$L_g = \int_V L_{el} dV$$

84

Lavoro di deformazione plastica

Lavorazioni a freddo

Legge di Hollomon

$$\bar{\sigma} = k \cdot \bar{\epsilon}^n$$

$$L_{el} = \int_0^{\bar{\epsilon}_f} \bar{\sigma} \cdot d\bar{\epsilon} = K \int_0^{\bar{\epsilon}_f} \bar{\epsilon}^n \cdot d\bar{\epsilon}$$

$$L_{el} = K \cdot \frac{\bar{\epsilon}^{n+1}}{n+1} = \frac{K \bar{\epsilon}^n}{n+1} \cdot \bar{\epsilon} = \frac{\bar{\sigma}}{n+1} \cdot \bar{\epsilon} = Y_f \cdot \bar{\epsilon}$$

Lavorazioni a caldo

$$\bar{\sigma} = C \cdot \dot{\bar{\epsilon}}^m$$

$$L_{el} = \int_0^{\bar{\epsilon}_f} \bar{\sigma} \cdot d\bar{\epsilon} = \bar{\sigma} \int_0^{\bar{\epsilon}_f} d\bar{\epsilon} = \bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon}$$

Sollecitazione
media di flusso

