

$$P_{av}^{(k)} = \frac{1}{2} V_k' I_k' \cos(\alpha_k' - \beta') + \frac{1}{2} V_{mk}'' I_{mk}'' \cos(\alpha_k'' - \beta''). \quad (179)$$

Proprietà: sovrapposizione delle potenze medie

Si consideri una rete lineare, tempo-invariante in regime permanente con due generatori sinusoidali indipendenti con pulsazioni diverse. La potenza media assorbita dal generico bipolo è uguale alla somma delle potenze medie assorbite dal bipolo se i generatori agissero uno alla volta.

Tutti i risultati di questo paragrafo si estendono immediatamente al caso di m generatori sinusoidali indipendenti con m pulsazioni diverse.

6.10 Risposta in frequenza di un circuito e funzione di rete

Nell'analisi dei circuiti in regime sinusoidale condotta finora, si è visto come calcolare tensioni e correnti di un circuito quando le pulsazioni dei generatori sono assegnate. Nel caso in cui vi siano generatori con pulsazioni diverse, applicando la sovrapposizione degli effetti nel dominio del tempo, si può ricondurre l'analisi del problema allo studio di tanti circuiti ausiliari ciascuno dei quali contenga solo generatori sinusoidali con la stessa pulsazione.

Si consideri, ora, un circuito che contenga solo un generatore ideale (indipendente). Se si fa in modo che l'ampiezza della tensione (dell'intensità di corrente) del generatore sinusoidale di tensione (corrente) rimanga costante, e si fa variare la pulsazione del generatore stesso, si ottiene la cosiddetta *risposta in frequenza* del circuito. La risposta in frequenza può essere considerata come la descrizione del comportamento in regime sinusoidale in funzione della pulsazione.

La risposta in frequenza dei circuiti risulta importante per molte applicazioni, in particolare nelle telecomunicazioni. Una applicazione specifica si ha, ad esempio, nei filtri, che sono sistemi in grado di eliminare o attenuare fortemente segnali a frequenze indesiderate e invece far passare inalterati i segnali alle frequenze di interesse. Essi sono utilizzati nei sistemi radio, TV e telefonici per separare il canale di interesse da tutti quelli che sono effettivamente nel sistema.

Si consideri un circuito lineare tempo invariante in regime permanente con un solo generatore ideale (indipendente), ad esempio, un generatore di tensione $e(t)$, e lo si descriva come un *sistema ingresso-uscita*: la tensione del generatore $e(t)$ svolge il ruolo di ingresso (ad, esempio, una grandezza da elaborare), mentre la tensione di un determinato bipolo o porta svolge il ruolo di grandezza di uscita (la corrispondente grandezza elaborata). La tensione $v(t)$ è la risposta (a regime) del circuito al segnale $e(t)$.

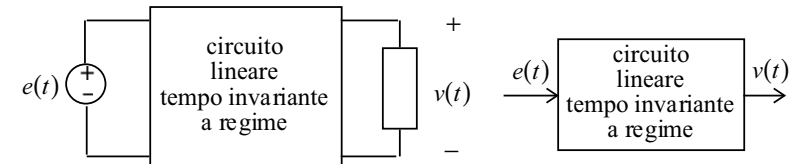


Fig. 6.30 Circuito in regime permanente.

Osservazione

Siccome per i circuiti lineari a regime vale la sovrapposizione degli effetti, il caso più generale in cui sono presenti più *ingressi* può essere analizzato considerando acceso un solo generatore per volta e sovrapponendo, poi, gli effetti. In questo modo lo studio del problema più generale è ricondotto allo studio di circuiti a regime con un solo generatore.

◆

Il circuito di Figura 6.30 può essere considerato come un doppio bipolo. Il generatore ideale potrebbe rappresentare una tensione applicata alla porta di ingresso e prodotta da un altro circuito. Il più delle volte essa rappresenta un “segnale” che deve essere “elaborato”. A sua volta, la tensione della porta di uscita potrebbe sollecitare un altro circuito.

Si assuma che il “segnale” in ingresso $e(t)$, definito per $-\infty < t < +\infty$, sia rappresentabile attraverso la somma discreta (e finita) di armoniche

$$e(t) = E_0 \cos(\omega_0 t + \gamma_0) + E_1 \cos(\omega_1 t + \gamma_1) + \dots + E_h \cos(\omega_h t + \gamma_h) + \dots \quad (180)$$

di funzioni sinusoidali con pulsazioni $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_h, \dots$; $E_0, E_1, \dots, E_h, \dots$ e $\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_h, \dots$ sono, rispettivamente, l'ampiezza e la fase delle singole componenti armoniche che costituiscono il segnale.

Osservazione

In particolare, se

$$\omega_h = h\omega_0, \quad h = 0, 1, 2, \dots \quad (181)$$

$e(t)$ è una funzione periodica di periodo

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}, \quad (182)$$

cioè $e(t) = e(t + T)$ per ogni valore di t .

La somma data dalla (180) può essere costituita da un numero finito o infinito di termini. Quando il numero di termini è infinito ed è verificata la (182), la (180) è una serie di Fourier.

Una funzione periodica con periodo T può essere rappresentata attraverso la *serie di Fourier*

$$e(t) = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \tilde{E}_h e^{in\omega_0 t}, \quad (183)$$

dove

$$\tilde{E}_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e(t) e^{-in\omega_0 t} dt, \quad (184)$$

se esiste l'integrale definito

$$\int_{-T/2}^{T/2} |e(t)| dt. \quad (185)$$

I coefficienti $\tilde{E}_n$ sono complessi e verificano la condizione

$$\tilde{E}_n = \tilde{E}_{-n}^*, \quad (186)$$

perché $e(t)$ è una funzione reale di variabile reale. Posto

$$\tilde{E}_n = \frac{1}{2} E_n e^{i\gamma_n}, \quad (187)$$

dove $E_n/2$ è il modulo e γ_n è la fase del coefficiente complesso $\tilde{E}_n$, e utilizzando la condizione (186), la serie (183) può essere riscritta come

$$e(t) = \sum_{h=0}^{+\infty} E_h \cos(n\omega_0 t + \gamma_n). \quad (188)$$

Ci sono funzioni che possono essere rappresentate solo tramite una somma continua di funzioni sinusoidali, cioè attraverso l'*integrale di Fourier*

$$e(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (189)$$

dove $\tilde{E} = \tilde{E}(\omega)$ è la *trasformata di Fourier* della funzione $e(t)$

$$\tilde{E}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (190)$$

La trasformata di Fourier esiste se l'integrale definito

$$\int_{-\infty}^{\infty} |e(t)| dt \quad (191)$$

esiste. La trasformata di Fourier $\tilde{E} = \tilde{E}(\omega)$ è una funzione complessa della variabile reale ω e verifica la condizione

$$\tilde{E}(-\omega) = \tilde{E}^*(\omega), \quad (192)$$

perché $e(t)$ è una funzione reale di variabile reale. Posto

$$\tilde{E}(\omega) = \frac{1}{2} E(\omega) e^{i\gamma(\omega)}, \quad (193)$$

($E(\omega)/2$ è il modulo e $\gamma(\omega)$ è la fase della funzione complessa $\tilde{E}(\omega)$) e utilizzando la condizione (193) l'integrale (189) può essere riscritto come

$$e(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty E(\omega) \cos[\omega t + \gamma(\omega)] d\omega. \quad (194)$$

Le espressioni (188) e (194) possono considerarsi come una generalizzazione della somma discreta finita (180).

♦

Il circuito in esame è lineare e quindi vale la sovrapposizione degli effetti. Indichiamo con $v_h(t)$ la risposta (a regime) che si avrebbe se il generico termine sinusoidale $E_h \cos(\omega t + \gamma_h)$ nella somma (180) fosse presente da solo; quindi $v_h(t)$ è una funzione sinusoidale. La risposta (a regime) $v = v(t)$ all'ingresso $e = e(t)$ dato dalla somma (180) è uguale alla somma delle risposte (a regime) $v_h(t)$ che si avrebbero se i singoli termini $E_h \cos(\omega_h t + \gamma_h)$ agissero da soli, quindi

$$v(t) = v_0(t) + v_1(t) + \dots + v_h(t) + \dots \quad (195)$$

È evidente, allora, che bisogna determinare la risposta (a regime) quando l'ingresso è una generica funzione sinusoidale

$$e(t) = E \cos(\omega t + \gamma), \quad (196)$$

per ogni valore della pulsazione ω . In questo modo la soluzione del problema è ricondotta allo studio di un circuito in regime sinusoidale al variare della pulsazione ω . Quando si fa in modo che l'ampiezza e la fase iniziale del generatore rimanga costante e si fa variare la pulsazione del generatore stesso, si ottiene la cosiddetta *risposta in frequenza* del circuito.

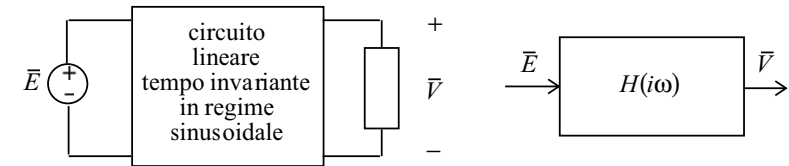


Fig. 6.31 Funzione di rete.

Il circuito in esame quando la tensione in ingresso è data dalla (197) può essere analizzato al variare della pulsazione ω utilizzando il metodo dei fasori, Figura 6.31. Il fasore rappresentativo della tensione in ingresso è

$$\bar{E} = E e^{i\gamma}. \quad (197)$$

Indichiamo con

$$\bar{V} = V e^{i\beta} \quad (198)$$

il fasore rappresentativo della grandezza d'uscita. Il rapporto tra il fasore rappresentativo della grandezza d'uscita e il fasore rappresentativo della grandezza di ingresso

$$H(i\omega) = \frac{\bar{V}}{\bar{E}} \quad (199)$$

è, in generale, una grandezza complessa che è indipendente dal fasore di ingresso e dal fasore di uscita (per la linearità del circuito di impedenze e perché è presente

un solo generatore indipendente). Una volta fissate le grandezze di ingresso e di uscita, H dipende solo dalla costituzione del circuito in esame. Alla funzione complessa $H = H(i\omega)$ di variabile si dà il nome di *funzione di rete* del circuito. Attraverso di essa si descrive la *risposta in frequenza* del circuito. Si intuisce che la dipendenza dalla pulsazione della funzione di rete è del tipo $H = H(i\omega)$ perché le impedenze elementari che compongono il circuito dipendono dalla pulsazione o come $i\omega L_k$ o come $1/(i\omega C_k)$.

Poniamo

$$H(i\omega) = A(\omega)e^{i\alpha(\omega)}. \quad (200)$$

Il modulo della funzione di rete, $A = A(\omega)$, prende il nome di risposta in ampiezza e l'argomento, $\alpha = \alpha(\omega)$, prende il nome di risposta in fase.

Si assuma che sia nota la risposta in frequenza $H = H(i\omega)$ del circuito in esame. Sia $\bar{V}_h$ il fasore rappresentativo della risposta (a regime) all'ingresso $E_h \cos(\omega t + \gamma_h)$ e $\bar{E}_h$ il fasore rappresentativo di quest'ultima. Allora dalla definizione di funzione di rete si ha

$$\bar{V}_h = H(i\omega_h)\bar{E}_h, \quad (201)$$

quindi

$$\bar{V}_h = A(\omega_h)e^{i\alpha(\omega_h)}\bar{E}_h, \quad (202)$$

ovvero

$$V_h = A(\omega_h)E_h \quad \text{e} \quad \beta_h = \alpha(\omega_h) + \gamma_h. \quad (203)$$

Di conseguenza per $v_h(t)$ si ha

$$v_h(t) = A(\omega_h)E_h \cos[\omega_h t + \gamma_h + \alpha(\omega_h)], \quad (204)$$

quindi dalla (195) si ottiene

$$v(t) = \sum_h A(\omega_h)E_h \cos[\omega_h t + \gamma_h + \alpha(\omega_h)]. \quad (205)$$

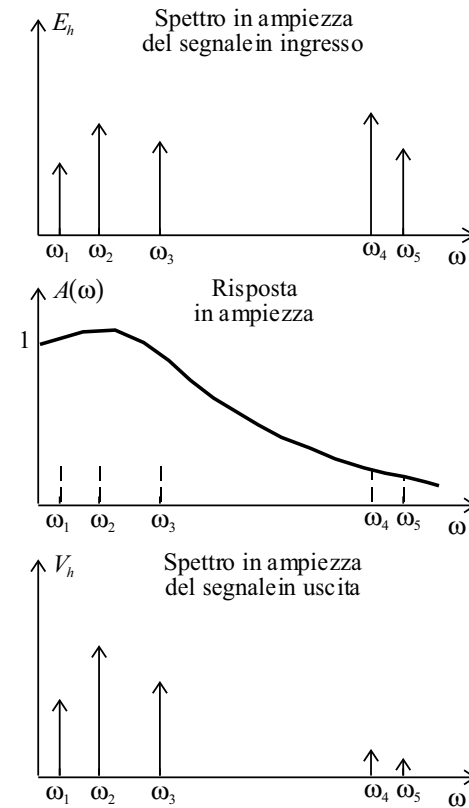


Fig. 6.32 Analisi di un circuito attraverso la risposta in frequenza.

Le ampiezze massime delle funzioni sinusoidali presenti nella somma (180) e della somma (205) possono essere rappresentata graficamente attraverso una sequenza di segmenti verticali, dove la lunghezza di ciascun segmento è uguale all'ampiezza

dell'armonica corrispondente, così come illustrato in Figura 6.32. Nell'esempio riportato in questa figura la risposta in ampiezza introduce una forte attenuazione per le ampiezze delle armoniche con pulsazioni ω_4 e ω_5 , e una lieve amplificazione per le ampiezze delle armoniche con pulsazioni ω_1 , ω_2 e ω_3 .

Osservazione

È possibile misurare la risposta in ampiezza e la risposta in fase di un circuito (dissipativo) applicando in ingresso un generatore sinusoidale, misurando la grandezza di uscita quando il circuito è in regime sinusoidale, cioè dopo che il transitorio si è esaurito e ripetendo le misure per diversi valori delle frequenze del generatore. Esistono degli apparati di misura che realizzano in maniera automatica queste operazioni. Essi sono gli analizzatori di spettro.

♦

6.10.1 Filtro passa-basso

Si consideri il circuito RC serie riportato in Figura 6.33. Si assuma come grandezza di ingresso la tensione $\bar{E}$ e come grandezza d'uscita la tensione del condensatore $\bar{V}$.

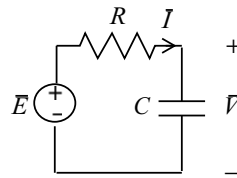


Fig. 6.33 Circuito RC serie.

La funzione di rete in questo caso è

$$H(i\omega) = \frac{\bar{V}}{\bar{E}} = \frac{-i/\omega C}{R - i/\omega C} = \frac{1}{1 + i\omega\tau}, \quad (206)$$

dove

$$\tau = RC \quad (207)$$

è la costante di tempo del circuito RC . La risposta in ampiezza è

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}, \quad (208)$$

e la risposta in fase è

$$\phi(\omega) = -\arctg(\omega\tau). \quad (209)$$

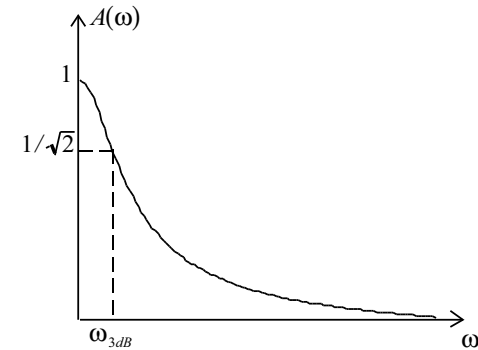


Fig. 6.34 Risposta in ampiezza del filtro passa-basso.

In questo caso la risposta in ampiezza è una funzione monotona della pulsazione: essa assume il valore massimo $A(0) = 1$ per $\omega = 0$, e decresce con legge monotona al crescere della pulsazione. Si noti che per $\omega = 1/\tau$ $A(1/\tau) = 1/\sqrt{2}$.

La pulsazione caratteristica $\omega_{3dB} = 1/\tau$ prende il nome di *pulsazione di taglio a 3dB*²: alla pulsazione ω_{3dB} la risposta in ampiezza è inferiore di 3dB al valore

² La grandezza $y = 20 \log A = 10 \log A^2$ è la cosiddetta rappresentazione in *decibel* (dB) della risposta in ampiezza ($\log(\cdot)$ è il logaritmo in base 10); $A(\omega_1)$ è inferiore a $A(\omega_2)$ di 3 dB se

massimo $A(0) = 1$. Infatti, $1/\sqrt{2}$ rappresentato in *decibel* è uguale all'incirca a -3 . In Figura 6.34 è illustrato l'andamento della risposta in ampiezza.

Osservazione

La spiegazione dell'andamento qualitativo della risposta in ampiezza rappresentata in Figura 6.34 è la seguente. Nel circuito RC riportato in Figura 6.33 per $\omega \rightarrow 0$ l'impedenza del condensatore tende all'infinito e quindi la tensione in uscita è proprio quella impressa dal generatore. Invece, per $\omega \rightarrow \infty$ l'impedenza del condensatore tende a zero e quindi l'uscita tende anche essa a zero.



Un circuito con una risposta in ampiezza di questo tipo è l'esempio più semplice di *filtro passa-basso*. La sua funzione è quella di sopprimere tutte le componenti armoniche del segnale in ingresso ad alta frequenza, cioè tutte le armoniche con pulsazioni al di sopra di una *pulsazione di taglio* caratteristica Ω_{LPF} , che potremmo fissare, ad esempio, uguale a tre volte la pulsazione di taglio a 3dB, $\Omega_{LPF} = 3\omega_{3dB}$. La *banda oscura* è l'intervallo di pulsazioni $3\omega_{3dB} < \omega < \infty$.

La *banda passante* del filtro passa-basso è l'intervallo di pulsazioni in cui la risposta in ampiezza è molto prossima al valore unitario, ad esempio l'intervallo $0 < \omega < \omega_{3dB}$. Le ampiezze delle armoniche con pulsazioni comprese nella banda passante sono praticamente inalterate. L'intervallo restante, $\omega_{3dB} < \omega < 3\omega_{3dB}$, prende il nome di *banda di transizione* tra la banda passante e la banda oscura. In questa banda c'è un'attenuazione delle ampiezze delle armoniche, ma non la loro completa soppressione.

6.10.2 Filtro passa-alto

Se nel circuito RC di Figura 6.33 si assume la corrente $\bar{I}$ come grandezza di uscita, si ha la funzione di rete:

$$20 \log A(\omega_1) - 20 \log A(\omega_2) = -3, \text{ cioè se } A^2(\omega_1) = 10^{-0.3} A^2(\omega_2) \cong A^2(\omega_2)/2 \text{ e quindi se } A(\omega_1) \cong 0.71 A(\omega_2).$$

$$H(i\omega) = \frac{\bar{I}}{\bar{E}} = \frac{1}{R - i/\omega C} = C \frac{i\omega}{1 + i\omega\tau}. \quad (210)$$

La risposta in ampiezza è data da (per $\omega > 0$)

$$A(\omega) = C \frac{\omega}{\sqrt{(\tau\omega)^2 + 1}}. \quad (211)$$

e la risposta in fase vale (per $\omega > 0$):

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctan(\omega\tau). \quad (212)$$

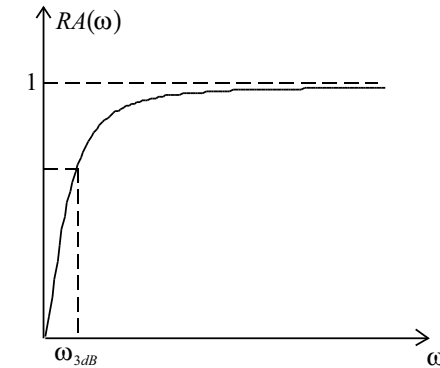


Fig. 6.35 Risposta in ampiezza del filtro passa-alto.

In questo caso, a causa della presenza del fattore $|\omega|$ la risposta in ampiezza è uguale a zero per $\omega = 0$ (questo è anche il valore minimo); $A(\omega)$ cresce con legge monotona al crescere della pulsazione. Il valore massimo della risposta in ampiezza è $A(\infty) = C/\tau = 1/R$.

Anche in questo caso $\omega_{3dB} = 1/\tau$ è la pulsazione di taglio a 3dB. Infatti si ha

$$A(\omega_{3dB}) = A(\infty)/\sqrt{2}. \quad (213)$$

In Figura 6.35 è illustrato l'andamento della risposta in ampiezza.

Osservazione

L'andamento qualitativo della risposta in ampiezza riportata in Figura 6.35 si spiega facilmente in questo modo: per $\omega \rightarrow 0$ l'impedenza del condensatore tende all'infinito, quindi si comporta da circuito aperto, di conseguenza la corrente tende a zero. Invece per $\omega \rightarrow \infty$ l'impedenza tende a zero e l'ampiezza della corrente tende ad assumere il massimo valore.



Un circuito con una risposta in ampiezza di questo tipo è l'esempio più semplice di *filtro passa-alto*. La sua funzione è quella di sopprimere tutte le componenti armoniche a bassa frequenza di un segnale, cioè tutte le armoniche con pulsazioni al di sotto di una *pulsazione di taglio* caratteristica Ω_t , che potrebbe essere, ad esempio, scelta uguale a un terzo della pulsazione di taglio a 3dB, $\Omega_{HPF} = \omega_{3dB} / 3$, consentendo il passaggio di tutte le armoniche con pulsazioni superiori a ω_{3dB} . In questo caso $0 \leq \omega < \omega_{3dB} / 3$ è la banda oscura del filtro, mentre $\omega_{3dB} < \omega$ è la banda passante. La banda di transizione è $\omega_{3dB} / 3 < \omega < \omega_{3dB}$.

Possiamo concludere che, il circuito *RC* illustrato in Figura 6.33 si comporta come un filtro passa-basso quando la grandezza di uscita è la tensione del condensatore, invece si comporta come filtro passa-alto quando la grandezza di uscita è la corrente, ovvero la tensione del resistore.

Il lettore dimostri che il circuito *RL* serie ha un comportamento duale a quello del circuito *RC* serie. Anche il circuito *RC* parallelo ha un comportamento duale se si considera la corrente del parallelo come grandezza di ingresso. Invece, il circuito *RL* parallelo si comporta come il circuito *RC* serie se si considera come grandezza di ingresso la corrente totale del parallelo e come uscita la corrente dell'induttore.

6.10.3 Filtro passa-banda

Si consideri ora il circuito *RLC* serie di Figura 6.36a e si assuma come grandezza di uscita la corrente $\bar{I}$. La funzione di rete è in questo caso l'ammettenza del bipolo *RLC* serie

$$H(i\omega) = \frac{\bar{I}}{\bar{E}} = \frac{1}{R + i\omega L \left(1 - \frac{\omega_r^2}{\omega^2}\right)}, \quad (214)$$

dove $\omega_r = 1/\sqrt{LC}$ è la pulsazione di risonanza. Per la risposta in ampiezza abbiamo

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2 \left(1 - \frac{\omega_r^2}{\omega^2}\right)^2}}; \quad (215)$$

la risposta in fase è data dall'espressione

$$\varphi(\omega) = \arctg \left[\omega R C \left(1 - \frac{\omega_r^2}{\omega^2}\right) \right]. \quad (216)$$

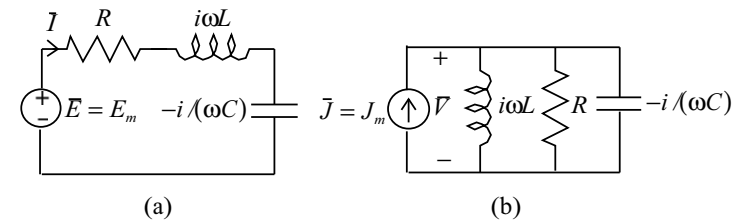


Fig. 6.36 (a) Circuito *RLC* serie, (b) circuito *RLC* parallelo.

L'andamento della risposta in ampiezza è riportato in Figura 6.37. La risposta in ampiezza in questo caso tende a zero per $\omega \rightarrow 0$ e $\omega \rightarrow \infty$, ed è massima alla pulsazione $\omega = \omega_r$; il massimo di $A(\omega)$ è uguale a $1/R$.

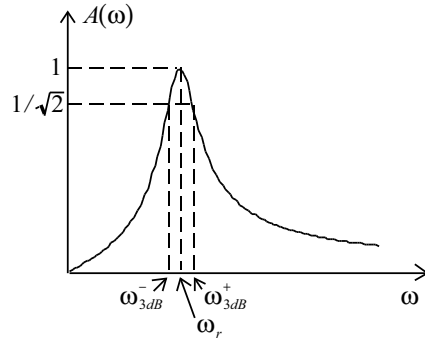


Fig. 6.37 Risposta in ampiezza del filtro passa-banda.

Osservazione

L'andamento qualitativo della risposta in ampiezza riportata in Figura 6.37 si può spiegare qualitativamente in questo modo: per $\omega \rightarrow 0$ l'impedenza del condensatore tende all'infinito, quindi si comporta come un circuito aperto, di conseguenza la corrente tende a zero; per $\omega \rightarrow \infty$ l'impedenza dell'induttore tende all'infinito, quindi si comporta da circuito aperto, di conseguenza la corrente tende di nuovo a zero. Invece, per $\omega = \omega_r$ l'impedenza della serie LC è uguale a zero e l'impedenza del bipolo RLC serie è, in modulo, minima; di conseguenza l'ampiezza della corrente è massima.

◆

Anche in questo caso possiamo definire la pulsazione di taglio a 3dB, ω_{3dB} , come quel valore della pulsazione in corrispondenza del quale l'ampiezza massima è inferiore di 3 dB rispetto al valore massimo di $A(\omega)$,

$$A(\omega_{3dB}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{R}. \quad (217)$$

La pulsazione ω_{3dB} deve essere soluzione dell'equazione

$$\left(1 - \frac{\omega_r^2}{\omega_{3dB}^2}\right)^2 = \frac{1}{Q_f^2} \frac{\omega_r^2}{\omega_{3dB}^2}, \quad (218)$$

dove Q_f è il fattore di qualità del circuito RLC serie, $Q_f = \omega_r L / R$. Posto $x \equiv \frac{\omega_r^2}{\omega_{3dB}^2}$, la (218) diventa

$$x^2 - \left(2 + \frac{1}{Q_f^2}\right)x + 1 = 0. \quad (219)$$

Questa equazione ha due radici positive, quindi esistono due valori positivi di ω_{3dB} che verificano la (218). Facilmente si verifica che un valore di ω_{3dB} è più piccolo di ω_r , ω_{3dB}^- , e l'altro più grande, ω_{3dB}^+ .

Per $Q_f \gg 1$ è possibile ottenere un'espressione approssimata per le pulsazioni di taglio che è molto semplice,

$$\omega_{3dB}^{\pm} \approx \omega_r \pm \frac{R}{2L} = \omega_r \left(1 \pm \frac{1}{2Q_f}\right). \quad (220)$$

I valori della risposta in ampiezza sono compresi nell'intervallo $\left(\frac{1}{R\sqrt{2}}, \frac{1}{R}\right)$ se i valori delle pulsazioni sono compresi nell'intervallo che ha il baricentro a $\omega = \omega_r$ e lunghezza

$$\omega_{3dB}^+ - \omega_{3dB}^- \approx \frac{\omega_r}{Q_f}. \quad (221)$$

Osservazione

Per evidenziare meglio la dipendenza della risposta in ampiezza dal fattore di qualità Q_f si consideri l'espressione della risposta in ampiezza normalizzata al suo valore massimo $1/R$,

$$a(\omega/\omega_r) = \frac{A}{\frac{1}{R}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \frac{L^2}{R^2} \left(1 - \frac{\omega_r^2}{\omega^2}\right)^2}}. \quad (222)$$

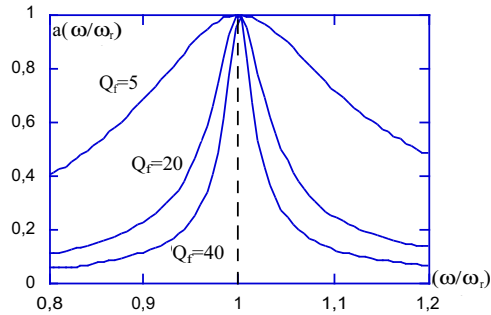


Fig. 6.38 Grafici della risposta in ampiezza normalizzata per diversi valori di Q_f .

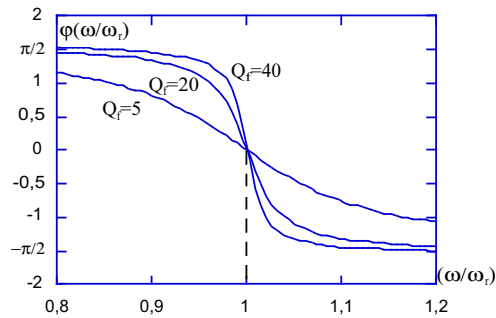


Fig. 6.39 Grafici della risposta in fase per diversi valori di Q_f .

È immediato verificare che

$$a(\omega/\omega_r) = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left[\left(\omega/\omega_r\right) - \left(\omega_r/\omega\right) \right]^2}}. \quad (223)$$

Per la risposta in fase si ottiene

$$\phi(\omega/\omega_r) = -\arctg\left\{Q\left[\left(\omega/\omega_r\right) - \left(\omega_r/\omega\right)\right]\right\}. \quad (224)$$

Nelle Figure 6.38 e 6.39 sono illustrati i grafici dell'ampiezza $a(\omega/\omega_r)$ e della fase $\phi(\omega/\omega_r)$ al crescere del fattore di qualità. Quanto più alto è il fattore di qualità tanto più stretta è la regione nell'intorno di $\omega/\omega_r = 1$ in cui la funzione $a(\omega/\omega_r)$ è vicina al valore massimo e tanto più brusco è il cambiamento di pendenza della curva della fase iniziale.

◆

Il circuito in esame si comporta da *filtro passa-banda*. Un filtro passa-banda sopprime tutte le componenti armoniche di un segnale con pulsazioni all'esterno di un intervallo (banda) centrato alla frequenza di risonanza, lasciando praticamente inalterate le ampiezze delle armoniche con pulsazioni all'interno di quella banda. Nel caso in esame le ampiezze delle armoniche con pulsazioni esterne a una banda $(\omega_r - \Omega_{BPF}, \omega_r + \Omega_{BPF})$ centrata in ω_r (banda oscura del filtro passa-banda) vengono notevolmente attenuate, rispetto alle ampiezze delle armoniche con pulsazioni esterne a tale intervallo. Potremmo fissare, anche in questo caso, Ω_{BPF} uguale a due o tre volte la pulsazione di taglio a 3dB, $\Omega_{BPF} = 3\omega_{3dB}$. La banda passante del filtro è l'intervallo $(\omega_r - \omega_{3dB}, \omega_r + \omega_{3dB})$; $2\omega_{3dB}$ è la larghezza della banda passante del filtro a 3dB. La larghezza della banda passante tende a zero per $Q_f \rightarrow \infty$ come $1/Q_f$.

Un circuito con una risposta in ampiezza di questo tipo è un circuito *risonante alla pulsazione* ω_r ; ($\omega_r/2\pi$ è la frequenza di risonanza del circuito). In corrispondenza della pulsazione di risonanza l'impedenza equivalente della serie costituita dall'induttore e dal condensatore è nulla e quindi il modulo dell'impedenza equivalente vista dal generatore è minima (il fenomeno della risonanza in un circuito *RLC* serie viene descritto nel Capitolo 6).