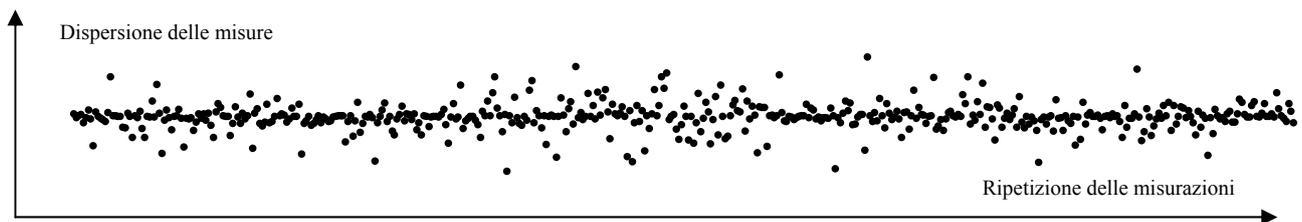


## Norma UNI CEI ENV 13005: “Guida all'espressione dell'incertezza di misura”

L'obiettivo di una misurazione è quello di determinare il valore del misurando, in altre parole della grandezza da misurare. In generale, però, il risultato di una misurazione è solamente un'approssimazione o stima del valore del misurando, in quanto le operazioni di misurazione sono tutte inevitabilmente affette da *incertezza* e cioè da un “grado di indeterminazione” con il quale il processo di misurazione ottiene il risultato. Ripetendo più volte la stessa misurazione, non si ottengono sempre gli stessi risultati, sebbene si possa verificare che essi siano compresi all'interno di una certa fascia di valori (si veda l'esempio in Fig. 1.1). Quindi possiamo ipotizzare che il valore della misura è, con una certa probabilità, compreso all'interno della distribuzione individuata da questa fascia di valori, e inoltre che, maggiore è il numero di misurazioni che ha fornito lo stesso risultato di misura, maggiore è l'attendibilità di quel risultato.



**Fig. 1: Dispersione delle misure ottenute ripetendo più volte la stessa procedura di misurazione**

Un risultato di misura per essere utilizzabile richiede un'indicazione quantitativa della sua attendibilità e qualità. Senza tale indicazione, infatti, i risultati delle misurazioni non possono essere confrontati né tra di loro, né con valori di riferimento assegnati da specifiche o norme.

Tale indicazione si esprime in termini di **incertezza** del risultato di misura. È pertanto necessario che esista una procedura, di agevole comprensione ed applicazione, per caratterizzare la qualità del risultato di una misurazione.

L'incertezza di misura è definita da norme internazionali, recepite dagli istituti di normazione nazionali.

La più recente versione della norma internazionale pubblicata in Italia è la norma **UNI CEI ENV 13005 “Guida all'espressione dell'incertezza di misura”**, (traduzione italiana della norma internazionale ISO ENV 13005 “*Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM)*”).

Ogni certificazione di misura deve attenersi a tale guida.

## 1. Incertezza

La parola -incertezza- significa dubbio, e pertanto -incertezza di misura-, nella sua accezione più ampia, significa dubbio circa la validità del risultato di una misurazione. Poiché non esistono parole diverse per esprimere questo concetto generale di incertezza essa può essere utilizzata sia in questa accezione generale sia per una qualsivoglia valutazione quantitativa di tale concetto.

Le incertezze possono essere dovute a varie cause tra le quali ad esempio

- a) definizione incompleta del misurando;
- b) imperfetta realizzazione della definizione del misurando;
- c) non rappresentatività della campionatura (la campionatura scelta per le misurazioni può non rappresentare il misurando definito);
- d) inadeguata conoscenza degli effetti delle condizioni ambientali sulla misurazione o imperfetta misurazione delle condizioni stesse;
- e) distorsione personale dell'operatore nella lettura di strumenti analogici;
- f) risoluzione o soglia di risoluzione strumentali non infinite;
- g) valori non esatti di campioni e materiali di riferimento;
- h) valori non esatti di costanti ed altri parametri ottenuti da fonti esterne ed usati nell'algoritmo di elaborazione dei dati;
- i) approssimazioni ed ipotesi semplificatrici inerenti al metodo ed al procedimento sperimentali;
- j) variazioni nelle osservazioni del misurando ripetute in condizioni apparentemente identiche.

La definizione formale del termine “incertezza di misura” riportata nella “Guida all’espressione dell’incertezza di misura” (UNI CEI ENV 13005), è la seguente: **parametro, associato al risultato di una misurazione, che caratterizza la dispersione dei valori RAGIONEVOLMENTE ATTRIBIBILI AL MISURANDO.**

L’incertezza descrive completamente “la qualità” della misura e presuppone che tutti gli effetti sistematici, eventualmente presenti nel processo di misurazione, siano stati corretti.

Secondo le raccomandazioni degli organismi internazionali competenti, le incertezze sono classificate nelle categorie **A** e **B** in base al metodo utilizzato per stimarle. Precisamente sono di categoria A, quelle valutate per mezzo dell’analisi statistica di serie di osservazioni. Di categoria B, quelle valutate con mezzi diversi dall’ analisi statistica di serie di osservazioni.

L'informazione utilizzata per stimare l'incertezza di categoria A proviene dallo stesso esperimento o misurazione che si sta esaminando, mentre quella di categoria B deriva da fonti esterne, quali:

- dati di misurazioni precedenti;
- esperienza o conoscenza generale del comportamento e delle proprietà dei materiali e strumenti di interesse;
- specifiche tecniche dichiarate dal costruttore;
- dati forniti in certificati di taratura o altri;
- incertezze assegnate a valori di riferimento presi da manuali.

Lo scopo della classificazione in categoria A e categoria B è quello di indicare le due diverse modalità di valutazione dei contributi dell'incertezza e non sottintende l'esistenza di differenze nella natura delle componenti risultanti dai due tipi di valutazione. Entrambi i tipi di valutazione sono basati su distribuzioni di probabilità e le componenti risultanti da ambedue i metodi sono quantificate mediante **varianze** o **scarti tipo**.

## 2. Valutazione dell'incertezza tipo

### 2.1 Valutazione di categoria A

Un approccio di categoria A può essere seguito quando una grandezza X può essere valutata direttamente in modo sperimentale, ad esempio in laboratorio, attraverso la ripetizione di un processo di misurazione, in condizioni controllate, cioè con misurazioni ripetute (misurazioni ripetute = misurazioni effettuate mantenendo costanti tutti i parametri di influenza noti e controllabili).

Si supponga di avere N osservazioni statisticamente indipendenti,  $x_j$ , la migliore stima della grandezza X è  $\bar{x}$  ovvero la media sperimentale del campione:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j \quad (1)$$

La variabilità delle misure può essere espressa tramite la **varianza campionaria**  $s_x^2$  (da cui lo **scarto tipo sperimentale**,  $s_x$ ) che rappresenta una stima della varianza  $\sigma_x^2$  della variabile aleatoria X:

$$s_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (x_j - \bar{x})^2 \quad \text{-----} > \quad \left( s_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (x_j - \bar{x})^2} \right) \quad (2)$$

Poiché si adotta la media come stima della grandezza  $X$ , occorre valutare la **varianza sperimentale della media**,  $s_x^2$  (da cui lo **scarto tipo sperimentale della media**  $s_x$ ) che rappresenta una stima della varianza della variabile aleatoria  $\bar{X}$ :

$$s_x^2 = \frac{S_x^2}{N} = \frac{1}{N \cdot (N-1)} \sum_{j=1}^N (x_j - \bar{x})^2 \quad \text{-----} > \left( s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N \cdot (N-1)} \sum_{j=1}^N (x_j - \bar{x})^2} \right) \quad (3).$$

Dalla definizione di incertezza si ha che l'incertezza del risultato della misurazione sarà pari allo scarto tipo sperimentale della media.

Da cui:

$$u(\bar{x}) = s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{N}} \quad (4).$$

**OSS:** Si utilizza la deviazione standard ( $\sigma$ ) invece della varianza ( $\sigma^2$ ) per quantificare l'incertezza in quanto essa ha la stessa unità di misura del misurando.

### Esempio

Sono state effettuate  $N=100$  misurazioni ripetute di tensione ottenendo:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 100.000 \text{ V}; \\ s_x &= 0.1 \text{ V}; \end{aligned} \quad \text{da cui} \quad u(\bar{x}) = \sqrt{\frac{s_x^2}{N}} = \frac{s_x}{\sqrt{N}} = \frac{0.1 \text{ V}}{\sqrt{100}} = 0.010 \text{ V}.$$

Il valore misurato sarà  $V_m=100.000 \text{ V}$  a cui è associata un'incertezza pari a  $u(V_m)=0.010 \text{ V}$ .

Da quanto detto si evince che, eseguendo misurazioni ripetute ed assumendo come risultato di misura la stima della media secondo la (1), è possibile ottenere una tendenziale riduzione dello scarto tipo e, quindi, l'incertezza della misura di un fattore pari alla radice quadrata del numero di misurazioni eseguite.

Riguardo quest'ultimo concetto bisogna fare una precisazione: perché siano valide le espressioni su riportate, è necessario che le osservazioni effettuate siano statisticamente indipendenti e siano effettuate sempre nelle medesime condizioni. All'aumentare del numero di osservazioni non è facile garantirne l'indipendenza ed inoltre aumenta corrispondentemente il tempo di osservazione, pertanto, perché i risultati mediati siano significativi è necessario che, durante il tempo di misura, sia comunque verificata la stazionarietà di tutte le grandezze coinvolte nelle misurazioni stesse.

## 2.2 Valutazione di categoria B

Se la stima della grandezza d'ingresso  $x$  non è stata ottenuta tramite osservazioni ripetute, l'incertezza di tale stima va valutata con metodi di categoria B. L'incertezza tipo,  $u(x)$ , si valuta in base ad un giudizio scientifico su tutte le informazioni utili sulla possibile variabilità di  $X$ . Tali informazioni includono:

- dati di precedenti misurazioni;
- esperienza o conoscenza generale del comportamento e delle proprietà dei materiali e strumenti di interesse;
- specifiche tecniche del costruttore;
- dati forniti in certificati di taratura o rapporti simili;
- incertezze assegnate a valori di riferimento presi da manuali.

Il corretto uso delle informazioni disponibili per la valutazione dell'incertezza tipo di categoria B richiede intuizione basata sull'esperienza e sulla conoscenza generale dello specifico problema di misura da affrontare.

Dalle informazioni a disposizione si deve ricavare la "funzione di densità di probabilità"/distribuzione, del fenomeno osservato  $p(x)$ , il valore atteso sarà pari alla media della distribuzione,  $\mu$ , mentre l'incertezza sarà pari alla sua deviazione standard:

$$u(x) = \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\int (x - \mu_x)^2 \cdot p(x) dx} . \quad (5)$$

### Espressione dell'incertezza in valore assoluto o relativo

L'incertezza associata ad una misura, sia essa di categoria A, di categoria B o incertezza globale, è una quantità che può essere dichiarata

- in valore **assoluto**: in tal caso corrisponde alla semiampiezza della fascia ed ha le stesse dimensioni del misurando;
- in valore **relativo**: in tal caso esprime il rapporto tra l'incertezza assoluta e il valore centrale della fascia e quindi è adimensionale. Esso può anche essere espresso in valore percentuale o in parti per milione.

## 3. Valutazione dell'incertezza tipo composta

Molto spesso il misurando  $Y$  non viene misurato direttamente, ma determinato a partire dalle misure

di un certo numero  $N$  di grandezze  $X_i$  ( $i=1,\dots,N$ ) (misura indiretta), dalle quali lo stesso misurando dipende attraverso una opportuna relazione funzionale:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (6)$$

Tale relazione è detta **equazione di misura**. La funzione  $f$  dell'equazione (6) non è l'espressione di una legge fisica, ma descrive matematicamente un intero processo di misura. Essa deve contenere tutte le quantità che possono contribuire in modo significativo all'incertezza di misura globale.

Secondo la terminologia adottata le grandezze osservate  $X_i$ , ossia le variabili indipendenti della (6), sono le **grandezze d'ingresso**, e la  $Y$ , la variabile dipendente, è la **grandezza d'uscita o misurando**.

Poiché ciascuna grandezza di ingresso  $X_i$  è una variabile aleatoria, la grandezza di uscita  $Y$  sarà anche essa una variabile aleatoria. Si può dimostrare che se tutte le stime delle singole variabili aleatorie,  $\bar{x}_i$ , sono indistorte, la stima,  $\bar{y}$ , della variabile aleatoria  $Y$  si ricava applicando l'equazione di misura alle stime delle grandezze di ingresso:

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_N) . \quad (7)$$

L'incertezza di misura associata a  $Y$  prende il nome di **incertezza tipo composta**,  $u_c(y)$ . Per calcolare l'incertezza tipo composta, secondo il modello statistico di incertezza, bisogna considerare le incertezze tipo di tutte le grandezze d'ingresso.

La norma definisce la “**legge di propagazione dell'incertezza** ” che consente di stimare l'incertezza dell'uscita a partire dalle incertezze dei dati in ingresso; essa come viene riportata di seguito è applicabile solo se l'equazione di misura non presenta forti non linearità.

### 3.1 Propagazione dell'incertezza per grandezze non correlate

Si consideri l'equazione (6) se tutte le stime delle grandezze  $X_i$  risultano indipendenti allora l'incertezza tipo composta del valore misurato  $y$  può essere ricavata secondo la legge di propagazione dell'incertezza per grandezze non correlate:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) \text{ ----- } > u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)} = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i)} \quad (8)$$

Le derivate parziali  $\left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)$  sono i **coefficienti di sensibilità**, indicati anche con  $c_i$ . Essi descrivono come la stima d'uscita  $y$  varia al variare dei valori delle stime d'ingresso.

I coefficienti di sensibilità  $c_i$  descrivono quanto una variazione nella stima d'ingresso  $x_i$  influenza la stima d'uscita  $y$ , cioè quanto questa è "sensibile" alla stima d'ingresso in questione. Essi sono dunque i pesi, in senso statistico, che vengono attribuiti alle incertezze tipo d'ingresso per formare l'incertezza tipo composta.

Il calcolo dei coefficienti di sensibilità richiede di norma il calcolo delle derivate parziali della funzione  $f$ . Questo è agevole per funzioni semplici, ma può rappresentare un ostacolo per modelli più complicati.

Vi sono casi in cui la complessità del modello rende sconsigliabile la determinazione analitica dei coefficienti. Convienne allora determinarli per via numerica, "perturbando" la funzione con una variazione, positiva e negativa pari all'incertezza tipo di ciascuna stima d'ingresso, mantenendo invariate tutte le altre.

### 3.2 Propagazione dell'incertezza per grandezze correlate

Se le misure in ingresso non sono tra loro indipendenti, ossia se alcune delle grandezza sono correlate (es. nella stima del loro valore interviene lo stesso strumento, o lo stesso campione di misura, o lo stesso dato di riferimento), la (8) non può più essere impiegata ma bisogna considerare l'equazione generale che tiene conto anche delle correlazioni:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \cdot u(x_i, x_j) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \cdot \left( \frac{\partial f}{\partial x_j} \right) \cdot u(x_i, x_j) \quad (9)$$

Il parametro  $u(x_i, x_j)$  è la covarianza di  $x_i$  e  $x_j$ ,  $Cov(x_i, x_j)$ , se  $x_i = x_j$  la covarianza coincide con la varianza. La covarianza esprime il grado di dipendenza statistica tra le stime delle due grandezze. Se le variabili  $x_i$  e  $x_j$  sono statisticamente indipendenti allora la  $Cov(x_i, x_j) = 0$  e le variabili si dicono non correlate.

La dipendenza statistica tra due variabili aleatorie, nel nostro caso  $x_i$  e  $x_j$ , è solitamente espressa mediante un parametro adimensionale detto coefficiente di correlazione, che è ottenuto come:

$$r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i)u(x_j)} \quad (10)$$

Il coefficiente di correlazione assume valori compresi tra -1 e +1; vale zero se le stime delle due grandezze sono statisticamente indipendenti, se sono completamente correlate è pari a 1, i valori intermedi indicano una parziale correlazione..

La (9) si può esprimere anche in termini di coefficiente di correlazione:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} r(x_i, x_j) u(x_i) u(x_j), \quad (11)$$

Se tutte le grandezze d'ingresso sono indipendenti, e quindi il coefficiente di correlazione assume valore nullo, il secondo termine al secondo membro si annulla e si ritorna alla **legge di propagazione dell'incertezza per grandezze non correlate**.

### Valutazione della covarianza

La covarianza tra due variabili casuali  $x, y$ , può essere valutata per via sperimentale od analitica.

La stima per via sperimentale  $s(x,y)$  della covarianza è ottenuta attraverso  $M$  coppie indipendenti di osservazioni simultanee delle due grandezze:

$$s(x, y) = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (x_i - \bar{x}) \times (y_i - \bar{y})$$

dove  $\bar{x}$  ed  $\bar{y}$  rappresentano le medie della due variabili aleatorie.

Per stimare la covarianza per via analitica bisogna esprimere la dipendenza di entrambe da tutte le grandezze per evidenziare la loro correlazione. Nella pratica, le grandezze d'ingresso sono sovente correlate in quanto nella stima del loro valore interviene lo stesso campione di misura, o lo stesso strumento, dato di riferimento o anche solo lo stesso metodo di misurazione, avente un'incertezza significativa. Si supponga, senza ledere la generalità, che le due grandezze d'ingresso  $X$  e  $Y$  stimate da  $x$  e  $y$  dipendono entrambe da un insieme di  $P$  variabili tra loro scorrelate  $q_k$ :

$$\begin{aligned} x &= g(\dots, q_1, q_2, \dots, q_P) \\ y &= h(\dots, q_1, q_2, \dots, q_P) \end{aligned}$$

detta  $u(q_i)$  l'incertezza associata alla stima di  $q_i$ , si ha :

$$u(x, y) = \sum_{k=1}^p \frac{\partial g}{\partial q_i} \times \frac{\partial h}{\partial q_i} \times u^2(q_i)$$

che rappresenta la stima per via analitica della covarianza.

Poiché alla sommatoria contribuiscono solo quei termini per cui  $\frac{\partial g}{\partial q_i} \neq 0$  e  $\frac{\partial h}{\partial q_i} \neq 0$  la covarianza è nulla se non vi sono variabili comuni a  $g(\cdot)$  ed  $h(\cdot)$ .

#### 4. Incertezza Estesa

Sebbene l'incertezza tipo composta  $u_c(y)$  possa universalmente essere usata per esprimere l'incertezza del risultato di una misurazione, in talune applicazioni commerciali, industriali e normative, e là dove sono coinvolte la salute e la sicurezza pubblica, è sovente necessario dare una valutazione quantitativa dell'incertezza che definisca un intervallo intorno al risultato della misurazione che ci si aspetti comprendere una gran parte della distribuzione di valori che possono essere ragionevolmente attribuiti al misurando:

$$[y_m - U(y); y_m + U(y)]. \quad (12)$$

La valutazione quantitativa supplementare dell'incertezza che soddisfa il requisito di fornire un intervallo è denominata **incertezza estesa** ed è indicata con  $U$ :

L' **incertezza estesa**, si ricava moltiplicando l'incertezza tipo composta per un **fattore di copertura**  $k$ :

$$U(y) = k \cdot u(y) \quad (13)$$

All'intervallo ricavato tramite l'incertezza estesa va associato un **livello di confidenza** detto anche **probabilità di copertura**. Ciò equivale ad affermare che i due limiti dell'intervallo individuano una porzione della distribuzione di probabilità della stima del misurando pari al valore della probabilità di copertura. Per stabilire dunque un intervallo di confidenza esatto è necessario conoscere completamente la distribuzione di probabilità. Ad esempio, in Fig.2 sono riportati alcuni esempi di legame tra  $k$  e livello di confidenza per una distribuzione gaussiana (es. con fattore di copertura  $k=2$  il livello di confidenza dell'intervallo è pari a 0.954 in quanto l'intervallo  $[y_m - 2 \cdot u(y); y_m + 2 \cdot u(y)]$  comprende il 95.4% della distribuzione).

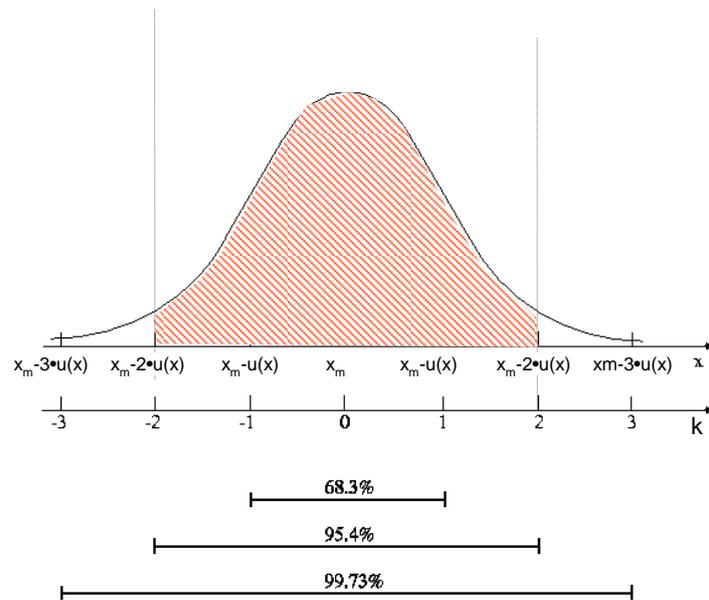


Fig. 2 Calcolo del legame tra livello di confidenza e fattore di copertura se il processo di misurazione può essere modellato con una distribuzione gaussiana con  $\mu=y_m$  e  $\sigma= u(y)$ .

## 5. Effetti sistematici

Oltre alle cause di incertezza di cui si è fatto finora cenno, che influenzano la misura in modo **aleatorio**, ve ne sono altre che la influenzano in modo **sistematico**. Queste ultime, anche ripetendo più volte il procedimento di misurazione, influenzano la misura sempre allo stesso modo e quindi non si evidenziano, come quelle di natura aleatoria, con una dispersione dei risultati di misurazione. Pertanto, per valutare correttamente l'incertezza di misura, è necessario innanzi tutto separare gli effetti prodotti dai fattori di influenza sistematici da quelli aleatori. La valutazione degli effetti sistematici va eseguita analizzando teoricamente i diversi fattori di influenza e prevedendo gli effetti che essi possono avere sul risultato finale di misura. Un simile approccio consente, quindi, anche di apportare la dovuta correzione al risultato di misura che rimane quindi influenzato dai soli effetti aleatori. Nel compensare gli effetti sistematici che agiscono nelle misurazioni bisogna fare attenzione perché i fattori di influenza di tipo sistematico possono indurre anche effetti secondari di tipo aleatorio. In particolare, dopo aver eseguito la correzione del risultato di misura bisogna ancora considerare gli eventuali effetti secondari legati all'incertezza della correzione stessa che vanno trattati insieme alle incertezze di natura aleatoria.

L'incertezza di una correzione per un effetto sistematico noto può essere ottenuta con una valutazione talvolta di categoria A, talvolta di categoria B; e analogamente per l'incertezza che

caratterizza ogni altro effetto aleatorio

Il risultato corretto,  $x_c$ , si ricava come somma del risultato bruto,  $x_m$ , (cioè comprensivo degli effetti sistematici) e la correzione,  $C$ :

$$x_c = x_m + C. \quad (4)$$

Nella valutazione dell'incertezza del risultato corretto,  $u(x_c)$ , bisogna tener conto sia della variabilità del risultato bruto,  $\sigma(x_m)$ , sia dell'incertezza della correzione,  $u(C)$ :

$$u^2(x_c) = \sigma^2(x_m) + u^2(C) \quad \text{-----} > \quad u(x_c) = \sqrt{\sigma^2(x_m) + u^2(C)}. \quad (15)$$

**Oss.** Da una lettura superficiale dell'equazione (9) si potrebbe dedurre che la correzione fa aumentare l'incertezza ma ciò non è corretto in quanto  $\sigma(x_m)$  non rappresenta l'incertezza del risultato di misura (la variabilità dei valori ragionevolmente attribuibili al misurando) ma soltanto la variabilità delle letture. In Fig.3 per chiarire questo concetto sono riportate le distribuzioni del risultato di misura e dei valori letti con riferimento all'esempio che segue. Dalla figura si evince che la distribuzione dei valori letti non contiene nessun valore ragionevolmente attribuibile al misurando a causa dell'effetto sistematico che centra la distribuzione dei valori letti su di un valore lontano dal valore atteso del misurando.

### ESEMPIO

E' stata effettuata una misurazione di resistenza con metodo volt-amperometrico. Sapendo che l'effetto sistematico in questo caso è pari alla resistenza interna dell'amperometro si ricavi il valore della resistenza da misurare e la sua incertezza.

I dati della misurazione sono:  $R_m = 50.000 \Omega$ ,  $\sigma(R_m) = 0.030 \Omega$ ,  $R_A = 1.000 \Omega$ ,  $u(R_A) = 0.040 \Omega$ .

Il risultato corretto è pari al valore misurato più la correzione (cioè meno l'errore):

$$R_c = R_m + C = R_m - E = R_m - R_A = (50.000 - 1.000) \Omega = 49.000 \Omega;$$

$$u_c(R_c) = \sqrt{\sigma^2(R_m) + u^2(R_A)} = \sqrt{(0.030)^2 + (0.040)^2} \Omega = 0.050 \Omega.$$

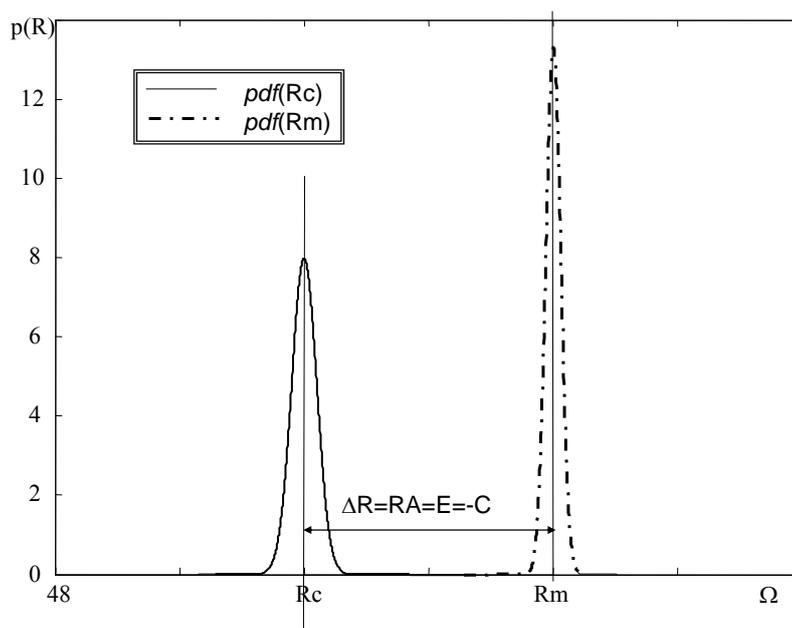


Fig. 3 Rappresentazione grafica delle distribuzioni delle misure di resistenza dell'esempio, prima ( $R_m$ ) e dopo ( $R_c$ ) la correzione.

## 6. Riassunto della procedura per la valutazione e la dichiarazione dell'incertezza

- 1) Si esprime matematicamente la relazione tra il misurando  $Y$  e le grandezze d'ingresso  $X_i$  da cui  $Y$  dipende:  $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ . La funzione  $f$  dovrebbe contenere ogni grandezza, comprese tutte le correzioni ed i fattori di correzione, che possono contribuire con una componente significativa all'incertezza del risultato della misurazione.
- 2) Si determina  $x_i$ , il valore stimato della grandezza d'ingresso  $X_i$ , sulla base dell'analisi statistica di serie di osservazioni o mediante altri metodi.
- 3) Si valuta l'incertezza tipo  $u(x_i)$  di ciascuna stima d'ingresso  $x_i$ . Per una stima d'ingresso ottenuta sulla base dell'analisi statistica di serie di osservazioni, l'incertezza tipo è valutata secondo una "valutazione di categoria A dell'incertezza tipo". Per una stima d'ingresso ottenuta con altri metodi, l'incertezza tipo  $u(x_i)$  è valutata secondo una "valutazione di categoria B dell'incertezza tipo".
- 4) Si valutano le covarianze associate alle stime d'ingresso eventualmente correlate.
- 5) Si calcola il risultato della misurazione, vale a dire la stima  $y$  del misurando  $Y$ , dalla relazione

funzionale  $f$  usando, per le grandezze d'ingresso  $X_i$ , le corrispondenti stime  $x_i$  ricavate al passo 2.

- 6) Si determina l'incertezza tipo  $u(y)$  del risultato della misurazione  $y$  dalle incertezze tipo e dalle covarianze associate alle stime d'ingresso. Se la misurazione determina simultaneamente più di una stima d'uscita, se ne calcolino le covarianze.
- 7) Se è necessario dare un'incertezza estesa  $U(y)$  si ricava a partire dalla distribuzione usata per  $y$  e del livello di confidenza richiesto il fattore di copertura  $k$ .
- 8) Si riporta il risultato della misurazione  $y$  con la sua incertezza tipo  $u(y)$ , o la sua incertezza estesa  $U(y)$  specificando anche il fattore di copertura  $k$ .

### **Regole di scrittura**

I valori numerici della stima  $y$  e della sua incertezza tipo  $u(y)$  o dell'incertezza estesa  $U(y)$  non devono essere indicati con un numero eccessivo di cifre significative. È di regola sufficiente riportare  $u(y)$  ed  $U(y)$  (così come le incertezze tipo  $u(x_i)$  delle stime di ingresso  $x_i$ ) con due cifre significative, sebbene sia talvolta opportuno conservare ulteriori cifre per evitare errori di arrotondamento dei calcoli successivi.

Può essere appropriato, quando si riportano i risultati finali, arrotondare le incertezze per eccesso piuttosto che alla cifra più vicina. Ad esempio,  $u(y)=83,56\text{kHz}$  sarà arrotondato a  $84\text{kHz}$ . In ogni caso, è bene lasciarsi guidare dal buon senso, cosicché un valore come  $u(x_i)=32,08\text{mW}$  sarà arrotondato per difetto a  $32\text{mW}$ .

Le stime d'ingresso e d'uscita sono arrotondate in modo da armonizzarsi con le proprie incertezze; ad esempio, se  $y=2,05762\text{A}$  e  $u(y)=27\text{mA}$ , allora  $y$  è arrotondato a  $20,058\text{A}$ .

I risultato numerico della misurazione va indicato in uno dei quattro modi seguenti, così da evitare interpretazioni errate. La grandezza di cui si riporta il valore è in questo caso un campione di massa avente valore nominale  $100\text{ g}$  e massa  $m$ ; le frasi in parentesi quadre possono per brevità essere omesse:

- 1)  $m=100,02147\text{ g}$  con [incertezza tipo]  $u=0,35\text{ mg}$ .
- 2)  $m=100,02147(35)\text{ g}$ , dove il numero entro parentesi è il valore numerico di (dell'incertezza tipo)  $u$  riferita alle corrispondenti ultime cifre del risultato riportato.
- 3)  $m=100,02147(0,00035)\text{ g}$ , dove il numero entro parentesi è il valore numerico di  $u$  (incertezza tipo composta) espressa nell'unità di misura del risultato riportato.
- 4)  $m=(100,02147\pm 0,00035)\text{ g}$ , dove il numero che segue il simbolo  $\pm$  è il valore numerico di  $u$  (incertezza tipo composta) e non rappresenta un intervallo di fiducia.