

## CAPITOLO 4

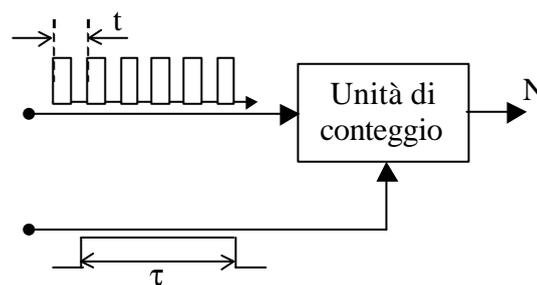
## MISURAZIONI NEL DOMINIO DEL TEMPO CON CONTATORE NUMERICO

Misurare il tempo che intercorre tra due eventi significa confrontare due intervalli di tempo, quello sotto misura e uno campione, preso come riferimento. Scelto un generatore di impulsi stabile in frequenza, la misurazione può avvenire conteggiando il numero di impulsi che si ripetono nell'intervallo di tempo da misurare. Analogamente, la misura della frequenza di un segnale periodico può avvenire conteggiando il numero di oscillazioni del segnale che si verificano in un intervallo di tempo campione. In questo caso, se l'intervallo di tempo di riferimento è di durata un secondo, il valore numerico rappresentativo del conteggio effettuato esprime direttamente la frequenza in hertz, altrimenti occorre dividere il numero di cicli contati per l'intervallo scelto come riferimento. Ad esempio, se per un campione di tempo  $T_c=10\text{ms}$  sono conteggiati  $N=100$  cicli, allora la frequenza di segnale incognito vale  $f_x=10\text{kHz}$ .

Per poter effettuare tali misurazioni è necessario disporre di un intervallo di tempo campione, di istanti di tempo rappresentativi del misurando e di uno strumento che sia in grado di conteggiarli.

Lo strumento che risponde a tali requisiti è il **contatore numerico** ed è lo strumento principe per l'analisi nel dominio del tempo.

Fondamentalmente il principio di funzionamento si basa sul conteggio del numero  $N$  di impulsi di periodo  $t$  che si verificano durante il tempo di osservazione di durata  $\tau$ .



- figura 4.1 -

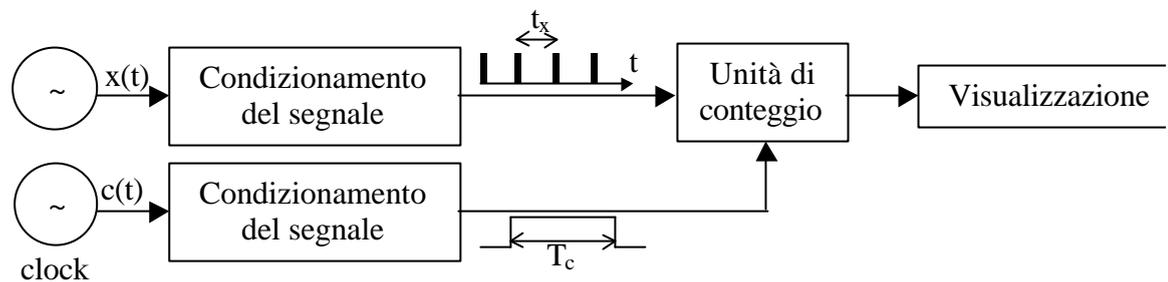
Per un tale sistema vale la relazione:

$$t \approx N \cdot \tau \quad (4.1)$$

per cui è possibile eseguire la misura del tempo  $\tau$  una volta nota la durata  $t$  e il numero di conteggi  $N$  e la misura è tanto migliore quanto più  $\tau \gg t$ . Viceversa, la misura è critica per  $\tau \approx t$ .

### Misura diretta di frequenza

Lo schema a blocchi di uno strumento di misura che permette di determinare, mediante un'operazione di conteggio, la frequenza del segnale è il seguente:



- figura 4.2 -

dove:

- ◆  $x(t)$  è il segnale di frequenza incognita applicato in ingresso al sistema di misura.
- ◆ Il blocco di **condizionamento del segnale**  $x(t)$  modifica le caratteristiche del segnale in ingresso per renderlo meglio trattabile dall'**unità di conteggio**. Esso genera un impulso di tensione al termine di ogni ciclo del segnale. La frequenza degli impulsi generati dal blocco di condizionamento è, quindi, proprio la frequenza del segnale  $x(t)$ .
- ◆ Il **clock** è un oscillatore, ovvero un generatore in grado di fornire un segnale  $c(t)$  che oscilla ad una frequenza nota e molto stabile nel tempo.
- ◆ Il blocco di **condizionamento del segnale**  $c(t)$  genera un segnale rettangolare di durata  $T_c$ , detto anche *tempo di gate* o *di porta*, che è l'intervallo di tempo campione. Il fronte di salita e quello di discesa del segnale  $c(t)$  sono utilizzati per generare rispettivamente il segnale di *start* e quello di *stop*. Il segnale di **start** abilita l'inizio del conteggio, quello di **stop** lo disabilita.

- ◆ L'**unità di conteggio** effettua il conteggio del numero di impulsi in ingresso che si verificano durante il *tempo di gate*. La cifra viene poi resa disponibile all'utente dal blocco di **visualizzazione**.

Scelto il *tempo di gate*  $T_c$  e conteggiati  $N$  impulsi, si ha  $T_c = N T_x$ , da cui:

$$f_x = \frac{N}{q T_c} \quad (4.2)$$

Il simbolo "q" sta ad indicare che l'uguaglianza è vera nel senso della *quantizzazione* poiché il numero di cicli di segnale contenuti in  $T_c$  può non essere un intero. Se, ad esempio, il *tempo di gate* comprende un numero  $N$  di periodi del misurando più una frazione, a cui non è associato alcun impulso, si verifica un errore di conteggio, che al più è pari a  $T_x$ .

Dalla relazione (4.2) si osserva che la frequenza viene espressa come multiplo di una quantità elementare,  $Df = 1/T_c$ , che prende il nome di **risoluzione in frequenza del contatore numerico per misure dirette di frequenza**.

Per misurare la frequenza di 1Hz occorre scegliere un *tempo di gate* di durata almeno un secondo, poiché la durata del ciclo del segnale è esattamente un secondo. Questo è il motivo per cui  $Df$  rappresenta la risoluzione: il ciclo più grande che si riesce a misurare con un *tempo di gate* di un secondo è quello alla frequenza di 1Hz. Se, invece, la frequenza fosse di 0,5Hz il contatore non misurerebbe nulla perché non vedrebbe l'impulso associato alla fine del ciclo.

Per ottenere una migliore risoluzione occorre aumentare il tempo di gate.

L'intervallo campione è, generalmente, pari ad 1s, ma sono possibili anche altri valori. Gli oscillatori naturali sono molto stabili in frequenza nell'intorno dei MHz; per ottenere un intervallo stabile di durata un secondo, il blocco di condizionamento del segnale  $c(t)$  effettua una divisione in frequenza, e, per tale motivo, si configura come un sistema capace di trasferire la stabilità nel tempo. Se la frequenza di clock è, ad esempio,  $f_c = 1/t_c = 10\text{MHz}$ , per avere un *tempo di gate* di un secondo bisogna effettuare una divisione in frequenza per  $N_d = 10^7$ .

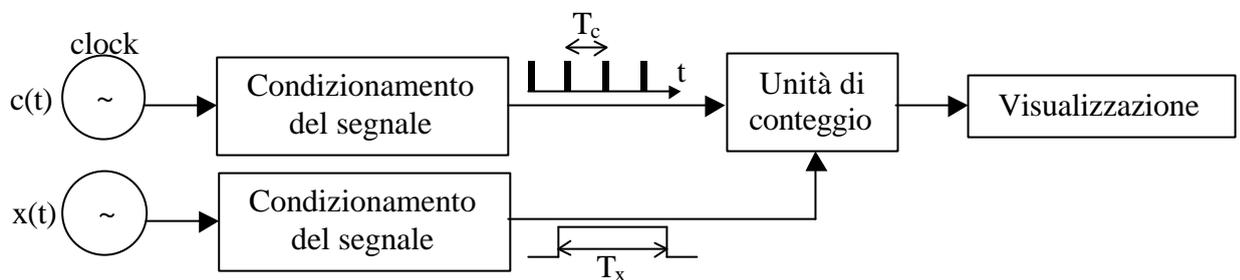
Per una misura diretta di frequenza, la **risoluzione relativa** è definita come il rapporto  $Df/f_x$ , per cui valgono le relazioni:

$$\frac{\Delta f}{f_x} = \frac{1}{T_c} \cdot \frac{1}{f_x} = \frac{1}{T_c} \cdot \frac{T_c}{N} = \frac{1}{N} \quad (4.3)$$

Da cui si evince che la risoluzione relativa migliora all'aumentare del numero dei conteggi e, per un fissato valore di  $T_c$ , al crescere di  $f_x$ .

### Misura diretta di periodo

La misura diretta di periodo è effettuata mediante lo stesso principio usato per la misura diretta di frequenza dove, funzionalmente, sono invertiti i ruoli tra i segnali  $x(t)$  e  $c(t)$ : il segnale di ingresso  $x(t)$  definisce l'intervallo di tempo campione mentre gli impulsi da conteggiare sono generati dal clock, come riportato in figura 4.3.

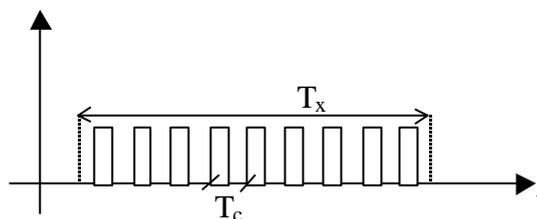


- figura 4.3 -

Per tale sistema di misura vale la relazione:

$$T_x = N \cdot T_c \quad (4.4)$$

che prende il nome di **relazione caratteristica della misura diretta di periodo con contatore numerico**.



- figura 4.4 -

$T_x$  è espresso come multiplo intero di  $T_c$  e pertanto  $T_c$  rappresenta il massimo errore che si può commettere nella valutazione del periodo. L'intervallo tra due impulsi rappresenta la minima quantità apprezzabile, ovvero la risoluzione assoluta, e vale:

$$DT = T_c.$$

La risoluzione relativa è definita come il rapporto  $\Delta T/T_x$ , per cui valgono le relazioni:

$$\frac{\Delta T}{T_x} = \frac{T_c}{T_x} = \frac{T_c}{NT_c} = \frac{1}{N} \quad (4.5)$$

Dove si nota che la risoluzione migliora all'aumentare del numero di impulsi conteggiati e, per un fissato valore di  $T_c$ , al crescere di  $T_x$ .

### Tempo di misura

Si è già definito nel capitolo I il **tempo di misura** come il tempo che uno strumento impiega per effettuare una misurazione e presentare il valore misurato.

Per un contatore numerico ideale, il tempo di misura coincide con il tempo di gate ed è pari o all'intervallo campione  $T_c$  o al periodo del segnale incognito, a seconda che si tratti rispettivamente di una misura diretta di frequenza o di periodo.

Si è anche visto come il sistema di misura vada in crisi per valori del periodo degli impulsi da conteggiare prossimi al tempo di osservazione. Tale problema è stato risolto, nella misura diretta di frequenza, utilizzando appositi divisori di frequenza in modo da aumentare il tempo di gate.

Nel caso della misura diretta di periodo, invece, per segnali con periodo prossimo al periodo di clock, è possibile aumentare il tempo di gate scegliendolo pari ad  $M$  periodi del segnale incognito.

In tal caso si ha:

$$M \cdot T_x = N \cdot T_c \Rightarrow T_x = \frac{N}{M} \cdot T_c \quad (4.6)$$

dove  $T_c$  e  $M$  sono fissati in fase di configurazione dello strumento e scelti in funzione di quanti cicli del segnale si vuole considerare.

La risoluzione è definita come:

$$\Delta T = \frac{T_c}{M} \quad (4.7)$$

È evidente come essa migliori con l'aumentare di  $M$ . Il prezzo che si paga è il dover considerare più cicli di segnale, il che vuol dire attendere più tempo per ottenere la misura.

Si osservi, infine, che, pur conservando la stessa espressione del caso con tempo di gate pari a  $T_x$ , la risoluzione relativa risulta migliore in quanto il numero di conteggi  $N$  si riferisce ad un tempo maggiore di  $M$  volte il periodo  $T_x$ :

$$\frac{\Delta T}{T_x} = \frac{T_c}{M} \cdot \frac{M}{N \cdot T_c} = \frac{1}{N} \quad (4.8)$$

Si noti che entrambe le soluzioni viste sono utilizzate per migliorare la risoluzione di misura anche quando la condizione non è critica.

### Contatori reciproci

Per un fissato valore della frequenza  $f_c = 1/T_c$  del segnale di clock, e scelto un valore  $T_m$  del tempo di misura o di gate, è lecito domandarsi quale delle due misurazioni, diretta di periodo o di frequenza, è più conveniente effettuare per garantire una migliore risoluzione.

Si considerino a tale scopo la risoluzione assoluta e relativa che caratterizzano la misura diretta di frequenza:

$$\Delta f = \frac{1}{T_c} \quad (4.9)$$

$$\frac{\Delta f}{f_x} = \frac{1}{T_m} \cdot \frac{1}{f_x} = \frac{1}{N_1} \quad (4.10)$$

e la risoluzione assoluta e relativa che caratterizzano la misura diretta di periodo:

$$\Delta T = \frac{T_c}{M} \quad (4.11)$$

$$\frac{\Delta T}{T_x} = \frac{T_c}{T_m} = \frac{1}{N_2} \quad (4.12)$$

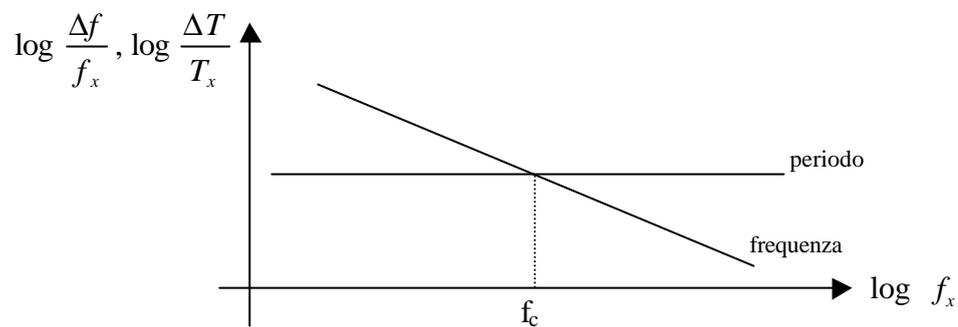
Per una misura diretta di frequenza e di periodo, valgono rispettivamente le relazioni:

$$T_m = \frac{T_c}{M_f} \quad (4.13)$$

$$T_m = M_t \cdot T_x \quad (4.14)$$

dove con  $M_f$  ed  $M_t$  si è indicato il fattore di divisione usato rispettivamente nella misura diretta di frequenza e di periodo ed è un valore legato alla scelta del tempo di gate, stabilito dall'operatore all'inizio della misurazione; con  $N_1$  ed  $N_2$  si è indicato il numero di conteggi che si verificano rispettivamente nella misura di frequenza e di periodo.

Riportando sul grafico di figura 4.5 la risoluzione relativa per entrambe le metodologie, è possibile notare che, per garantire la migliore risoluzione relativa occorre effettuare misurazioni di periodo per frequenze inferiori a  $f_c$ , e misurazioni di frequenza per frequenze maggiori di  $f_c$ .



- figura 4.5 -

Gli strumenti di misura che consentono di effettuare entrambe le misurazioni, sia di periodo sia di frequenza, prendono il nome di **contatori reciproci**. Essi contano il numero di impulsi associati sia al segnale di ingresso ( $f_x$ ) sia al segnale di riferimento ( $f_c$ ), che si verificano durante un dato tempo di misura,  $T_m$ . Inoltre, indipendentemente dalla grandezza da misurare, il contatore reciproco decide per la misura a minima risoluzione a seguito del confronto tra il numero di conteggi,  $N_1$ , che caratterizzerebbero una misura diretta di frequenza con quelli,  $N_2$ , peculiari ad una misura diretta di periodo: se risulta  $N_1 > N_2$  viene operata una misurazione di frequenza, altrimenti una misurazione di periodo, come indicato dalle seguenti relazioni:

$$\begin{aligned}
 N_1 > N_2 &\Rightarrow f_x = \frac{N_1}{T_m} \\
 N_1 < N_2 &\Rightarrow T_x = N_2 \cdot \frac{T_c}{N_1}
 \end{aligned}
 \tag{4.15}$$

Il contatore visualizza il valore della grandezza richiesta, eseguendo eventualmente il reciproco del valore misurato. Se, ad esempio, il contatore effettua una misura di

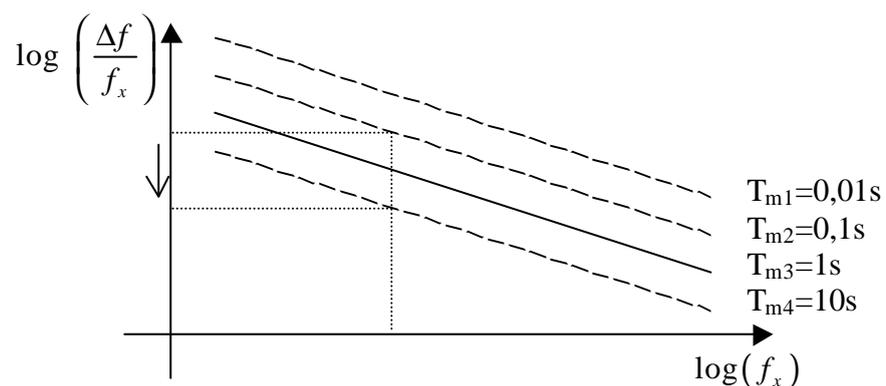
frequenza, verrà visualizzato il valore misurato se è stata richiesta una misura di frequenza, altrimenti verrà visualizzato il suo reciproco.

### Grafici universali

Allo scopo di determinare agevolmente la risoluzione relativa per una data misurazione, sia essa di periodo o di frequenza, i costruttori forniscono dei **grafici universali**, che ne riportano l'andamento in funzione del tempo di misura.

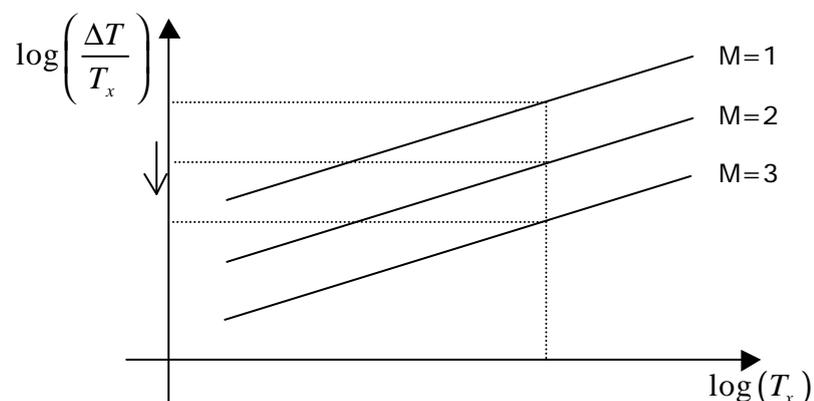
Il diagramma legato alla misurazione di frequenza (figura 4.6), ad esempio, riporta diversi tempi di misura, da  $T_{m1}$  a  $T_{m4}$ . Quando il tempo di misura è un secondo allora il legame tra la  $f_x$  e la risoluzione relativa ad essa associata è di tipo diretto, perché vale proprio  $1/f_x$ .

Dallo stesso diagramma si può notare che all'aumentare del tempo di misura migliora la risoluzione perché si possono contare più impulsi.



- figura 4.6 -

Le curve a tempo di misura costante (in scala logaritmica sono delle rette) sono tipicamente parametrizzate per multipli di 10.



- figura 4.7 -

Altro grafico universale, legato questa volta al periodo, è riportato in figura 4.7 dove le rette sono parametrizzate rispetto al numero  $M$  di periodi del segnale di riferimento che sono stati scelti per fissare il tempo di misura.

Anche qui si può notare che all'aumentare del numero di periodi migliora la risoluzione, in accordo con la considerazione che in un intervallo di misura maggiore sono presenti più conteggi e l'errore relativo, quindi, decresce.

### Incertezze nelle misure eseguite con contatori

L'obiettivo è di pervenire ad una incertezza sulla misura a partire dalle incertezze sul numero di conteggi  $N$  e sul periodo del segnale di clock  $T_c$ .

Secondo l'approccio *deterministico* si suppone di conoscere esattamente l'intervallo  $\mathbf{d}$  in cui sono presenti i valori veri di  $N$  e di  $T_c$ .

Data una relazione funzionale tra il misurando  $y$  ed  $n$  variabili (grandezze da cui  $y$  dipende)

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (4.16)$$

l'approccio deterministico afferma che l'intervallo  $\mathbf{d}$  si ottiene mediante la seguente relazione:

$$\mathbf{d}y = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| \mathbf{d}x_1 + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| \mathbf{d}x_2 + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right| \mathbf{d}x_n \quad (4.17)$$

La somma (4.17) non è un intervallo con un livello di fiducia, ma è l'insieme dei valori tra i quali c'è il misurando; il valore assoluto, pur ignorando il segno sulle singole incertezze, garantisce di trattare il caso peggiore.

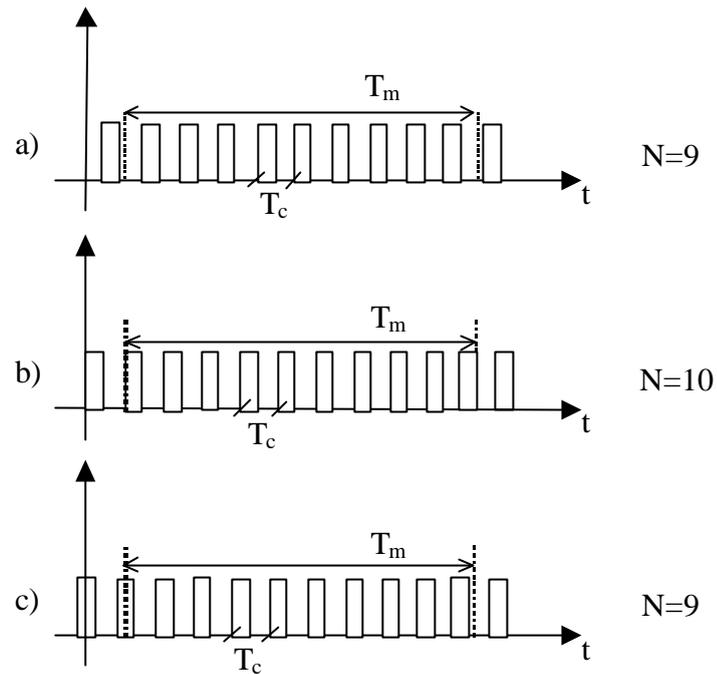
Applicando questa legge alla  $f_x$  nella (4.2) si ricava:

$$\mathbf{d}f_x = \frac{\mathbf{d}N}{T_c} + \frac{N}{T_c^2} \mathbf{d}T_c \quad (4.18)$$

ed in termini relativi:

$$\frac{\mathbf{d}f_x}{f_x} = \frac{\mathbf{d}N}{T_c} \frac{1}{f_x} + \frac{N}{T_c^2} \frac{\mathbf{d}T_c}{f_x} = \frac{\mathbf{d}N}{N} + \frac{\mathbf{d}T_c}{T_c} \quad (4.19)$$

È possibile notare che l'incertezza relativa è data dal contributo di due termini: quello dovuto all'operazione di conteggio e alla stabilità del clock.



- figura 4.8 -

Si è già detto che il tempo di gate  $T_m$  non è, in generale, un multiplo intero di  $T_c$ , a causa delle diverse condizioni che si possono verificare. La figura 4.8 riporta alcuni dei casi di indeterminazione sul conteggio ed evidenzia che quest'ultima è al più di una unità.

Risulta quindi:

$$\frac{df_x}{f_x} = \frac{1}{N} + \frac{dT_c}{T_c} \quad (4.20)$$

Nel caso di singola misura, l'incertezza da attribuire al misurando è quella relativa a  $\pm 1$  conteggi. Infatti, se il valore letto è proprio il numero  $N$  di conteggi, ad esempio  $N=9$ , sapendo che al più si sbaglia di 1 conteggio, allora il misurando sarà compreso tra  $N=8$  ed  $N=9$ , oppure tra  $N=9$  ed  $N=10$ .

Per quanto concerne il secondo contributo ci si affida alla stabilità del clock, che se non termostatati, presentano valori dell'ordine di  $10^{-5} \div 10^{-6}$ , mentre se termostatati la loro stabilità si attesta intorno a  $10^{-8} \div 10^{-9}$ .

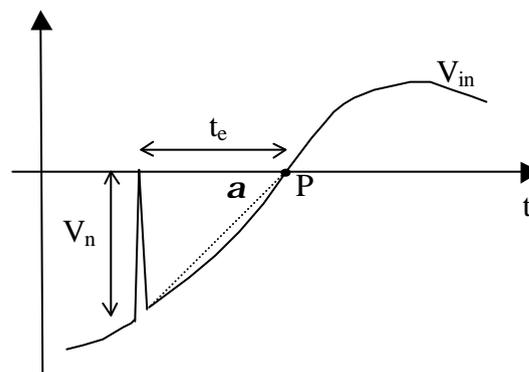
Si osserva che non è utile aumentare la risoluzione di misura quando l'incertezza associata al conteggio ha lo stesso peso dell'incertezza associata al clock, che rappresenta, in questo caso, il limite inferiore per la risoluzione.

Valutando l'incertezza nella misurazione del periodo, si riscontrano tre contributi, due simili ai precedenti (errore di conteggio e stabilità del periodo campione) più un terzo legato al rumore sul segnale di ingresso. Complessivamente si ricava:

$$\frac{dT_x}{T_x} = \frac{1}{N} + \frac{dT_c}{T_c} + \frac{2t_e}{T_x} \quad (4.21)$$

dove si ricorda che vale  $T_x = N \cdot \frac{T_c}{M}$ .

In questo caso,  $T_m$  non è un multiplo di un intervallo generato da circuiti dello strumento di misura a partire da un segnale interno, bensì un multiplo del periodo del segnale di ingresso. Queste condizioni favoriscono l'insorgenza di incertezza perché sul segnale di ingresso può essere presente un disturbo quale uno "spike", come in figura 4.9, che altera al corretta occorrenza degli impulsi che scandiscono la fine di un periodo.



- figura 4.9 -

Peggiora il rapporto segnale rumore e maggiore è l'incertezza sul prodotto.

Analiticamente, l'entità dell'incertezza legata alla presenza di rumore (figura 4.9) è data da:

$$t_e = V_n \cdot \cot \alpha = \frac{V_n}{\left| \frac{dV_{in}}{dt} \right|_p} \quad (4.22)$$

nell'ipotesi che il passaggio per lo zero con pendenza positiva sia stato scelto come evento per la generazione degli impulsi.

Il senso di tale contributo legato al tempo  $t_e$  deriva dalla possibilità che commutazioni spurie legate al rumore attivino segnali di start o di stop, alterando il numero di conteggi e pregiudicando la bontà della misura.

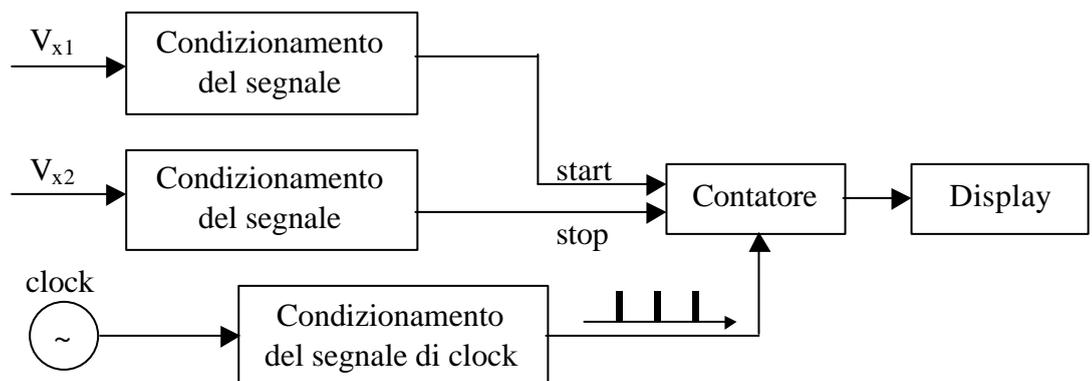
Si osserva che questo contributo è minimo quando è massima la derivata del segnale; questa condizione si verifica, per una sinusoidale, in tutti i punti in cui la forma d'onda incontra l'asse dei tempi.

Più in generale, il livello prescelto, detto anche di *trigger*, è quello che massimizza la derivata e che permette, quindi, di ridurre il contributo di  $t_e$ .

L'aleatorietà del rumore impedisce di pensare ad una compensazione delle incertezze legate ai segnali di start e stop.

### Misura di un intervallo di tempo

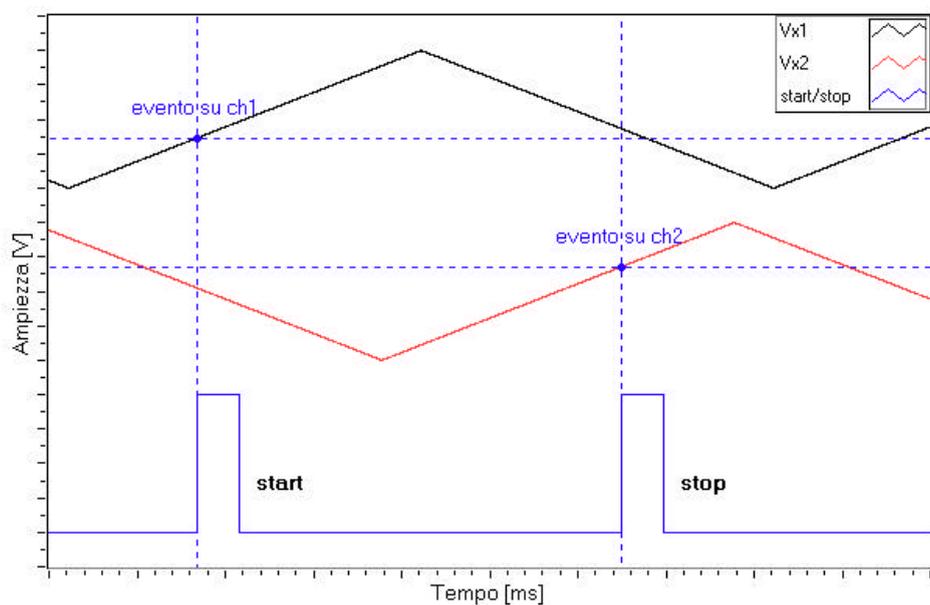
Per misurare un intervallo di tempo è necessario definire due condizioni, o eventi, rappresentativi dei due istanti che ne stabiliscono l'inizio e la fine. Queste condizioni sono scelte in modo opportuno e in funzione delle grandezze fisiche che partecipano alla definizione dell'intervallo di tempo che si vuole misurare. Per misurare, ad esempio, il tempo che occorre ad un segnale elettrico per propagarsi lungo un cavo di lunghezza  $L$ , è possibile scegliere come inizio dell'intervallo di misura l'istante in cui il segnale inizia a propagarsi (primo evento) e come fine dell'intervallo l'istante in cui il segnale ha raggiunto il punto a distanza  $L$  (secondo evento). Per riconoscere il verificarsi di un evento è necessario associare ad esso una o più informazioni, legate tra loro anche da condizioni logiche. Nel nostro esempio, è possibile associare ad entrambi gli eventi due informazioni: passaggio per un livello di tensione (condizione A) con una certa pendenza (condizione B). Se si applicano due sensori,  $S_1$  ed  $S_2$ , rispettivamente nei punti di ascissa  $x=0$  ed  $x=L$ , punti che individuano l'inizio e la fine della propagazione, allora la misura inizierà quando si verifica l'evento  $C=(A \text{ and } B)$  sul segnale presente su  $S_1$  e terminerà col verificarsi di C su  $S_2$ .



- figura 4.10 -

Lo schema a blocchi di uno strumento usato per misurare un intervallo di tempo è riportato in figura 4.10 dove i due blocchi di condizionamento del segnale consentono di definire le condizioni per il verificarsi dei due eventi, uno sul segnale  $V_{x1}$  e l'altro sul segnale  $V_{x2}$ .

Il verificarsi dell'evento sul  $V_{x1}$  determina la generazione del segnale di start dando inizio al conteggio degli impulsi di clock; il conteggio, e quindi la misura, procede fino a quando si verifica l'evento generato sul canale 2 che ne determina la fine mediante il comando di stop.



- figura 4.11 -

L'intervallo di tempo misurato è:

$$t = N \cdot T_c \quad (4.23)$$

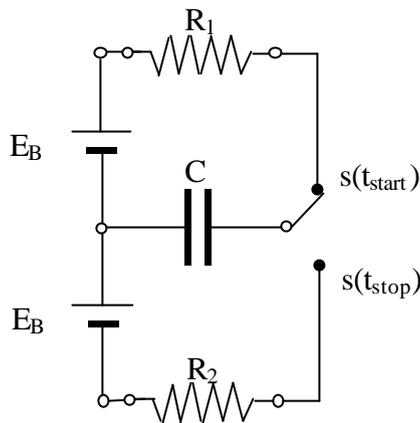
dove  $N$  è il numero di impulsi conteggiati e  $T_c$  è il periodo del segnale del clock. La risoluzione assoluta è dunque  $\Delta\tau = T_c$  mentre quella relativa è  $\Delta\tau/\tau = T_c/\tau$ .

Dette  $\delta T_c$ ,  $\delta N=1$ ,  $t_{e,start}=t_{e,stop}=t_e$ , rispettivamente le incertezze su  $T_c$ , su  $N$ , sullo start e sullo stop, l'incertezza relativa, nell'ipotesi che non siano presenti altri contributi, risulta pari a:

$$\frac{dt}{t} = \frac{1}{N} + \frac{dT_c}{T_c} + \frac{2t_e}{t} \quad (4.24)$$

Per migliorare la risoluzione, esistono opportune soluzioni circuitali capaci di prolungare di un fattore noto l'intervallo incognito da misurare.

Si faccia riferimento, ad esempio, al circuito  $RC$  di figura 4.12, comprensivo di un interruttore che al comando di start e di stop determini rispettivamente la carica, con costante di tempo  $R_1C$ , e la scarica, con costante di tempo  $R_2C$ , del condensatore  $C$ , con  $R_2=1000R_1$ .



- figura 4.12 -

Supponendo il condensatore inizialmente scarico, le equazioni che descrivono la carica e la scarica del condensatore sono:

$$V_{c,carica}(t) = E_B \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_1 C}} \right) \quad \text{per } 0 \leq t \leq \mathbf{t} \quad (4.25)$$

$$V_{c,scarica}(t) = \left( V_{c,carica}(\mathbf{t}) + E_B \right) e^{-\frac{t-\mathbf{t}}{R_2 C}} - E_B \quad t \geq \mathbf{t} \quad (4.26)$$

dove  $E_B$  è l'ampiezza di un segnale continuo visto dal circuito  $RC$ . Dimensionando il circuito in modo che  $R_1 C \gg \tau$ , le relazioni precedenti, per piccoli valori di  $t$ , si scrivono:

$$V_{c,carica}(t) = E_B \frac{t}{R_1 C} \quad (4.27)$$

$$V_{c,scarica}(t) = \left( V_{c,carica}(\mathbf{t}) + E_B \right) \left( 1 - \frac{t-\mathbf{t}}{R_2 C} \right) - E_B \quad (4.28)$$

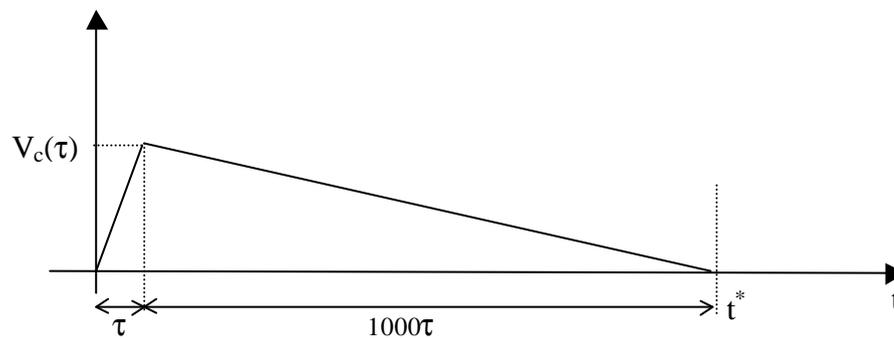
da cui, per  $t=\tau$ , si ha:

$$V_{c,carica}(t) = E_B \frac{t}{R_1 C} \quad (4.29)$$

$$V_{c,scarica}(t^*) = 0 \Rightarrow V_{c,carica}(t) - E_B \frac{t^* - t}{R_2 C} = 0 \quad (4.30)$$

da cui:

$$t^* = t + \frac{R_2 C E_B}{R_1 C E_B} t = t + \frac{R_2}{R_1} t = t + 1000t \quad (4.31)$$



- figura 4.13 -

La soluzione proposta è particolarmente vantaggiosa quando accade che il valore di  $\tau$  da misurare è più piccolo di  $T_c$ , e cioè quando si desidera misurare un intervallo di tempo inferiore alla risoluzione disponibile. Il risultato finale è:

$$1000 \cdot t = N \cdot T_c \Rightarrow t = N \cdot \frac{T_c}{1000} \quad (4.32)$$

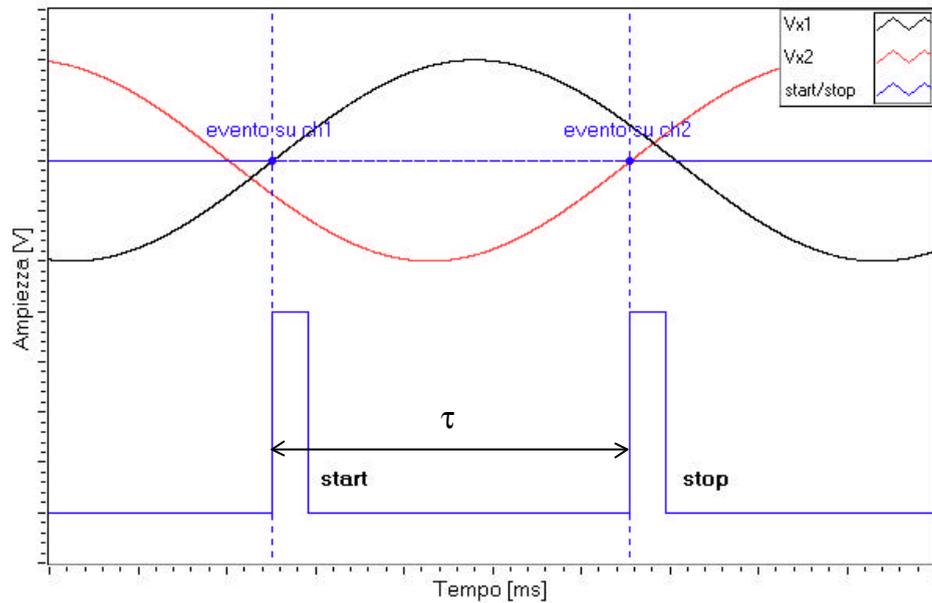
ed il vantaggio risiede nel miglioramento di mille volte della risoluzione precedente:  $T_c/1000$ .

### Misura di sfasamento tra due segnali isofrequenziali

La misura dello sfasamento tra due segnali isofrequenziali si effettua misurando l'intervallo di tempo,  $\tau$ , che si verifica tra due passaggi per lo zero con le stesse pendenze e consecutivi. Noto il periodo  $T$  dei due segnali, si applica la nota relazione:

$$j = 2p \cdot \tau / T \quad (4.33)$$

È evidente che per una tale misura occorrerà eseguire due operazioni: la misura del periodo  $T$  e dell'intervallo temporale  $\tau$ .



- figura 4.14 -

In termini di conteggi si può scrivere:

$$j = \frac{2p}{q} \frac{NT_c}{MT_c} = 2p \frac{N}{M} \quad (4.34)$$

Nell'ipotesi di stabilità dell'oscillatore è lecito semplificare nella (4.34) i due termini  $T_c$ , ovvero è necessario supporre che nel tempo in cui si sono effettuate le misurazioni non sia variato il periodo del clock (stabilità *a breve termine*).

La risoluzione assoluta è legata sia alla variazione di  $N$  sia alla variazione di  $M$ , ma le informazioni non possono essere separate; esse saranno invece collegate secondo la relazione:

$$\Delta j = 2p \left( \frac{N \pm 1}{M \pm 1} - \frac{N}{M} \right) \quad (4.35)$$

Nel caso di ipotesi peggiore, cioè incremento unitario al numeratore e decremento unitario al denominatore, la risoluzione assoluta si calcola come:

$$\begin{aligned} \Delta j &= 2p \left( \frac{N+1}{M-1} - \frac{N}{M} \right) = 2p \left( \frac{M+N}{M^2-M} \right) = 2p \left( \frac{1}{M} + \frac{1}{N} \right) \frac{MN}{M^2-M} = \\ &= 2p \frac{N}{M} \left( \frac{1}{M} + \frac{1}{N} \right) = j \left( \frac{1}{M} + \frac{1}{N} \right) \end{aligned} \quad (4.36)$$

La validità del penultimo passaggio nella (4.36) è affidata alla ragionevole ipotesi che  $M \gg 1$ , in quanto in ogni periodo vengono considerati un numero elevato di conteggi.

Si osserva che  $1/M$  e  $1/N$  sono le risoluzioni relative delle misurazioni rispettivamente di  $\tau$  e del periodo  $T$ , pertanto la risoluzione assoluta della misura di sfasamento è data dal prodotto dello sfasamento per la somma delle risoluzioni relative delle due misure.

L'incertezza relativa associata a questa misura vale:

$$\frac{d(\mathbf{j})}{\mathbf{j}} = \frac{1}{N} + \frac{1}{M} + \frac{2t_{e1}}{t} + \frac{2t_{e2}}{T} \quad (4.37)$$

dove sono riportati i contributi delle incertezze relative ai conteggi e al rumore presente sia durante la misurazione di  $\tau$ , sia su quella di periodo.

L'incertezza assoluta è ricavata moltiplicando l'incertezza relativa per  $\mathbf{j}$ , ed è pari a:

$$d(\mathbf{j}) = \text{risoluzione assoluta} + \mathbf{j} \left( \frac{2t_{e1}}{t} + \frac{2t_{e2}}{T} \right) \quad (4.38)$$

### Circuiti prescaler

La frequenza del segnale di clock per la maggior parte degli strumenti di uso comune è dell'ordine delle decine di megahertz, poiché per queste frequenze si trovano in natura oscillatori molto stabili.

Ciò costituisce un limite in frequenza per i segnali da analizzare giacché non è possibile misurare, senza altre soluzioni circuitali diverse da quelle già viste, una frequenza superiore a quella del segnale di clock. Un altro limite è costituito dalla risoluzione: usare per una misura di periodo, ad esempio, un riferimento di frequenza  $f_c = 10\text{MHz}$  significa accontentarsi di una risoluzione pari a  $T_c = 100\text{ns}$ , cosa che non sempre può essere accettabile.

Per segnali a frequenze molto alte si utilizzano appositi circuiti detti **prescaler**, che effettuano la divisione in frequenza del segnale di ingresso.

Detta  $f_x$  la frequenza del segnale incognito, essi ripropongono in uscita la stessa forma d'onda del segnale in ingresso, ma con frequenza pari a  $f_x/M$ . Il nuovo segnale viene trattato dai contatori nel modo già illustrato in precedenza ed il

risultato, espresso in termini di periodi, viene moltiplicato per  $M$  al fine di non perdere la congruenza con il segnale originario.

Per la misura di frequenza la divisione per  $M$  determina una riduzione della risoluzione; per ovviare a questo problema si allunga il tempo di misura proprio di  $M$  periodi: in questo modo sono conteggiati lo stesso numero di impulsi che sarebbero stati visti nella finestra temporale prima della divisione in frequenza.