

PONTI IN ALTERNATA

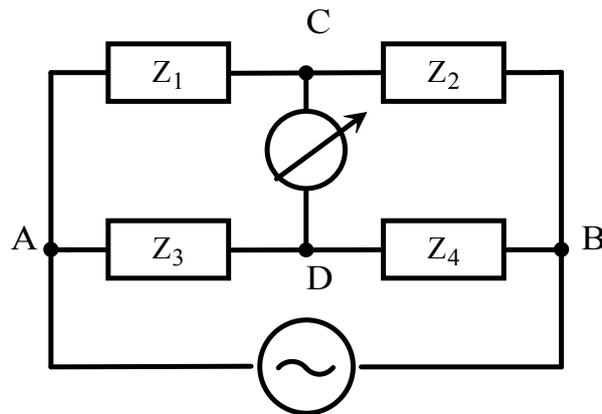


Fig. 1. Schematizzazione del ponte in alternata.

1. GENERALITA'

Un classico esempio di circuito di misura a ponte in alternata è rappresentato in Fig. 1. L'alimentazione è costituita da un generatore di tensione sinusoidale avente pulsazione ω . Come in tutti i metodi di zero, un ruolo fondamentale è occupato dal rivelatore di zero: quando esso indica che è nulla la corrente che lo attraversa significa che è stata raggiunta la condizione di equilibrio. In tale condizione, tra le quattro impedenze del ponte sussiste la relazione:

$$\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_4 = \dot{Z}_2 \cdot \dot{Z}_3$$

in cui tre valori sono noti, mentre il quarto è incognito ed è facilmente ricavabile dalla conoscenza degli altri tre.

Per il raggiungimento dell'equilibrio bisogna variare due elementi del ponte da scegliere in relazione al tipo di ponte usato, alla disponibilità dei campioni variabili e alle esigenze di sensibilità e convergenze dell'equilibrio.

Nel cercare il valore dell'incognita usando la relazione di equilibrio del ponte si devono separare le due parti, ossia quella reale e quella immaginaria. Infatti, affinché sia verificata la condizione di equilibrio nel ponte di misura, deve verificarsi l'uguaglianza tra due grandezze complesse:

$$\dot{A} = \dot{B}$$

Essa si considera verificata quando c'è il contemporaneo verificarsi di due condizioni di equilibrio quali l'uguaglianza tra i moduli A e B e tra gli argomenti α e β delle due grandezze:

$$A = B \qquad \alpha = \beta$$

In maniera equivalente devono verificarsi le uguaglianze delle rispettive parti reali e immaginarie:

$$\text{Re}(\dot{A}) = A \cos \alpha = \text{Re}(\dot{B}) = B \cos \beta \qquad \text{Im}(\dot{A}) = A \sin \alpha = \text{Im}(\dot{B}) = B \sin \beta$$

La presenza di eventuali armoniche è da evitare perché può creare problemi quali la variazione dei mutui accoppiamenti, induttivi e capacitivi fra i vari elementi del circuito, oppure può causare la variazione di parametri del circuito stesso quali resistenze, induttanze, capacità.

Quando capita che nelle due relazioni così ottenute non compare esplicitamente il valore della pulsazione ω si dice che l'equilibrio è indipendente dalla frequenza.

Per effettuare la misura d'impedenza esistono diversi metodi che però, non devono considerarsi equivalenti, specie se si vogliono effettuare misure molto accurate. Per la scelta del ponte, con cui effettuare una misura d'impedenza, le cose da tenere in considerazione sono: la natura delle grandezze da misurare (suo valore e angolo di fase), disponibilità di campioni fissi e variabili (sia come precisione che come valori adatti all'equilibrio), ed infine la frequenza a cui deve essere eseguita la misura. Ulteriori considerazioni, sempre utili per una buona scelta, vanno fatte sul tipo di alimentazione disponibile (potenza massima, contenuto di armoniche, ecc.) e sulle caratteristiche del rivelatore di zero (sensibilità, impedenza interna, selettività). Infine, è utile menzionare gli elementi che permettono la differenziazione tra i vari tipi di ponte: maggiore o minore sensibilità, maggiore o minore rapidità di convergenza verso l'equilibrio, maggiore o minore indipendenza delle due regolazioni che conducono all'equilibrio e per ultimo la maggiore o minore influenza dei residui.

Partendo dalle relazioni fondamentali dei ponti valida all'equilibrio e già più volte citata:

$$\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_4 = \dot{Z}_2 \cdot \dot{Z}_3$$

e supponendo che Z_3 sia la grandezza incognita, è facile capire che tale impedenza può essere ricavata con diverse combinazioni delle grandezze note Z_1, Z_2, Z_4 tali da verificare la semplice relazione:

$$\dot{Z}_3 = \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2} \dot{Z}_4$$

Molto spesso si preferisce avere due lati del ponte costituiti da elementi puri, ossia da impedenze con sola parte reale o sola parte immaginaria, e proprio tali ponti sono molto apprezzati perché avendo due lati formati da impedenze pure fisse e uno da elementi variabili, sono i ponti più semplici da realizzare e sono quelli che consentono di ottenere le precisioni migliori.

I ponti vengono classificati a seconda che gli elementi puri siano nei due lati adiacenti o in due lati opposti. Il primo caso riguarda i ponti che sono comunemente definiti "ponti a rapporto"; la relazione che li caratterizza è:

$$\dot{Z}_3 = \left(\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2} \right) \dot{Z}_4 \quad \text{ovvero} \quad \dot{Y}_3 = \left(\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1} \right) \dot{Y}_4$$

ed è facile notare che in questa equazione di equilibrio compare solo il rapporto tra i due elementi puri, ove il rapporto Z_1/Z_2 o Z_2/Z_1 può essere reale o immaginario in base alla natura di Z_1 e Z_2 , ovvero possono essere costituite da elementi puri dello stesso tipo o da elementi di tipo diverso.

I ponti che vengono comunemente detti "ponti a prodotto" presentano la seguente relazione che li caratterizza:

$$\dot{Z}_3 = \frac{(\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_4)}{\dot{Z}_2} = (\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_4) \cdot \dot{Y}_2 \quad \text{ovvero} \quad \dot{Y}_3 = \frac{\dot{Z}_2}{(\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_4)}$$

ed in questo caso nell'equazione di equilibrio compare solo il prodotto dei due elementi puri.

La grandezza incognita della misura, come più volte ripetuto, è l'impedenza; essa può essere espressa nella forma classica:

$$\dot{Z}_3 = R_3 + jX_3$$

o nella forma in cui compare l'ammettenza Y_3 che è il suo inverso:

$$\dot{Y}_3 = G_3 + jB_3$$

La parte reale di tale grandezza (sia essa R_3 o G_3) viene sempre considerata positiva e indipendente dalla frequenza, mentre la parte immaginaria è una funzione crescente della pulsazione ω .

Dalle considerazioni fatte fino ad ora emerge che può essere scritta una relazione generale che esprime l'equilibrio in entrambi i ponti esaminati fino ad ora. La relazione è:

$$R_3 + jX_3 = k(M + jN) \quad (A)$$

ove k è un numero reale che dipende solo dal rapporto o dal prodotto dei due elementi puri, mentre M ed N sono le componenti dell'impedenza (o dell'ammettenza) del lato che contiene più elementi.

2. PONTI A RAPPORTO

Con riferimento alla relazione (A), possiamo dire che il fattore k è un numero reale; tale condizione è verificata quando le impedenze Z_1 e Z_2 sono costituite da elementi puri dello stesso tipo. E' consuetudine realizzare i ponti a rapporto reale facendo in modo che le impedenze Z_1 e Z_2 siano costituite da due resistori o da due condensatori, come è illustrato nelle seguenti figure:

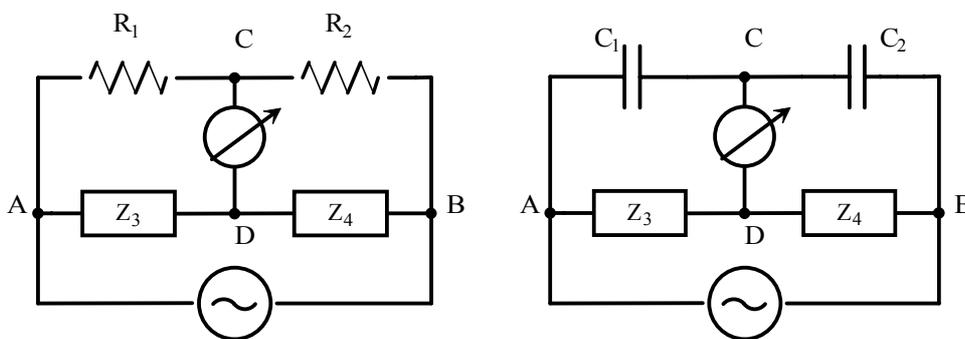


Fig. 2. Esempi di ponti a rapporto reale.

Continuando lo studio dell'equazione (A) e con riferimento alle figure precedenti, vediamo che essa può essere particolarizzata nel seguente modo:

$$R_3 + jX_3 = k(R_4 + jX_4)$$

Uguagliando fra loro le rispettive parti reali ed immaginarie si ha:

$$R_3 = kR_4 \qquad X_3 = kX_4$$

da cui si nota che per soddisfare le condizioni di equilibrio le impedenze Z_3 e Z_4 devono essere simili: esse potranno essere, dunque, di tipo ohmico-capacitivo o di tipo ohmico-induttivo.

2.1. Ponti di Wien e Gott

La scelta dipende dal tipo di misura che si deve fare: se si deve misurare un'induttanza, le due impedenze Z_3 e Z_4 saranno di tipo ohmico induttivo, ed il ponte rappresentato in Fig. 3 prende il nome di *ponte di Wien*.

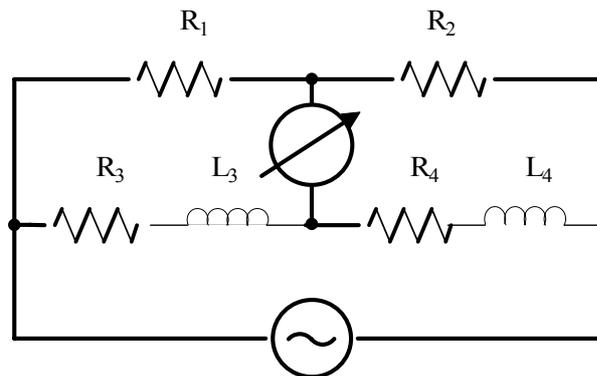


Fig. 3. Ponte di Wien.

Quando, invece, si deve fare una misura di capacità confrontandola con una capacità campione si usa lo schema di Fig. 4.

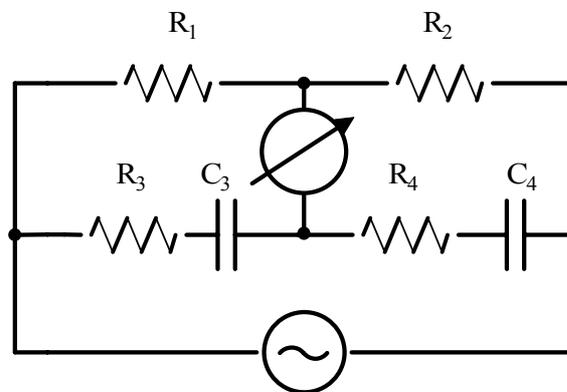


Fig. 4. Ponte di Gott.

Tale schema è noto come *ponte di Gott* e le impedenze Z_3 e Z_4 sono di tipo ohmico-capacitivo.

Dopo averli classificati analizziamo meglio questi ponti, cominciando dal ponte di Wien. In Fig. 5 è riportato uno schema in cui è possibile notare quali sono gli elementi variabili del ponte; essi sono importanti perché permettono all'operatore di raggiungere l'equilibrio del ponte operando su di essi.

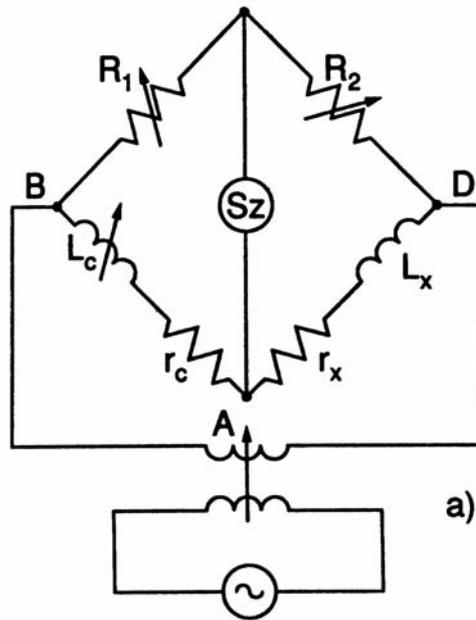


Fig. 5. Schematizzazione pratica del ponte di Wien.

Partendo dalle equazioni generali di equilibrio, si ricavano le condizioni di equilibrio:

$$R_1 \cdot \dot{Z}_X = R_2 \cdot \dot{Z}_C$$

dove:

$$\dot{Z}_X = R_X + j\omega L_X \qquad \dot{Z}_C = R_C + j\omega L_C$$

Sostituendo, si ha:

$$R_1 \cdot (R_X + j\omega L_X) = R_2 \cdot (R_C + j\omega L_C)$$

da cui, separando le parti reale ed immaginaria, otteniamo le due equazioni di equilibrio:

$$R_1 \cdot R_X = R_2 \cdot R_C \qquad R_1 \cdot L_X = R_2 \cdot L_C$$

da cui:

$$R_X = \frac{R_2}{R_1} \cdot R_C \qquad L_X = \frac{R_2}{R_1} \cdot L_C$$

Per ottenere l'equilibrio conviene operare nel seguente modo: all'inizio si azzerava il ponte alimentandolo in corrente continua e variando R_1 ed R_2 fino a realizzare la prima relazione d'equilibrio; fatto ciò, si alimenta il ponte in corrente alternata e si varia il valore di L_C fino ad ottenere la seconda condizione di equilibrio.

2.2. Ponte di De Sauty

Una configurazione in cui la capacità incognita C_X è rappresentata mediante un parallelo C_3/R_3 è mostrata in Fig. 6 e va sotto il nome di ponte di De Sauty.

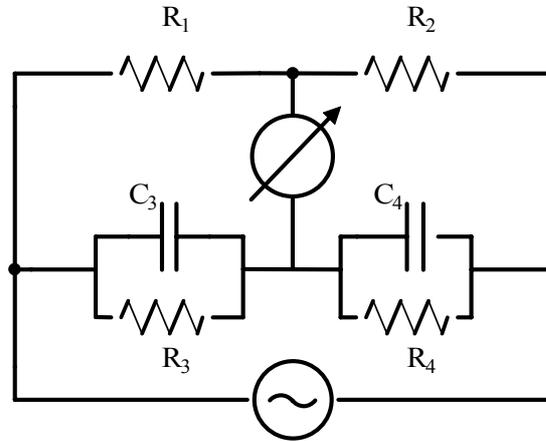


Fig. 6. Ponte di De Sauty.

Considerando variabili gli elementi C_4 ed R_4 , è possibile scrivere la relazione d'equilibrio come:

$$R_1 \cdot \dot{Z}_4 = R_2 \cdot \dot{Z}_3 \quad \text{ovvero} \quad \frac{R_1}{\dot{Y}_4} = \frac{R_2}{\dot{Y}_3}$$

in cui:

$$\dot{Y}_3 = G_3 + jB_3 = \frac{1}{R_3} + j\omega C_3 \quad \dot{Y}_4 = G_4 + jB_4 = \frac{1}{R_4} + j\omega C_4$$

da cui:

$$\frac{R_1}{\frac{1}{R_4} + j\omega C_4} = \frac{R_2}{\frac{1}{R_3} + j\omega C_3}$$

da cui, separando le parti reale ed immaginaria, otteniamo le due equazioni di equilibrio:

$$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3 \quad \frac{R_1}{C_4} = \frac{R_2}{C_3}$$

da cui:

$$R_3 = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_4 \quad C_3 = \frac{R_2}{R_1} \cdot C_4$$

2.3. Ponte di Owen

Per effettuare una misura di induttanza si può ricorrere al ponte di Owen, che è un ponte a rapporto immaginario in quanto le impedenze Z_1 e Z_2 sono costituite da elementi diversi (resistore e condensatore). Considerando variabili gli elementi R_4 e C_4 , e

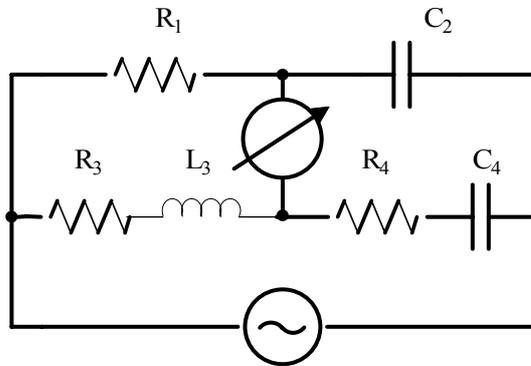


Fig. 7. Ponte di Owen.

3. PONTI A PRODOTTO

I ponti a prodotto sono quelli in cui le impedenze Z_1 e Z_4 sono costituite da due elementi puri dello stesso tipo (due resistori o due condensatori).

3.1. Ponte di Maxwell

In Fig. 8 vediamo il ponte di Maxwell che è sicuramente il più importante di questa categoria di ponti perché è largamente usato per il confronto di induttanze con capacità.

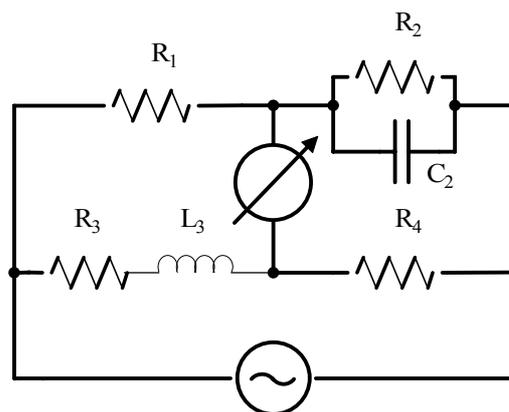


Fig. 8. Ponte di Maxwell.

In questo caso il prodotto tra le impedenze Z_1 e Z_4 è un numero reale; pertanto tale ponte è detto anche ponte a prodotto reale. E' facile verificare che:

$$\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_4 = k \quad \text{e quindi} \quad R_1 \cdot R_4 = k$$

Nella Fig. 8 possiamo osservare le due versioni del ponte di Maxwell più usate.

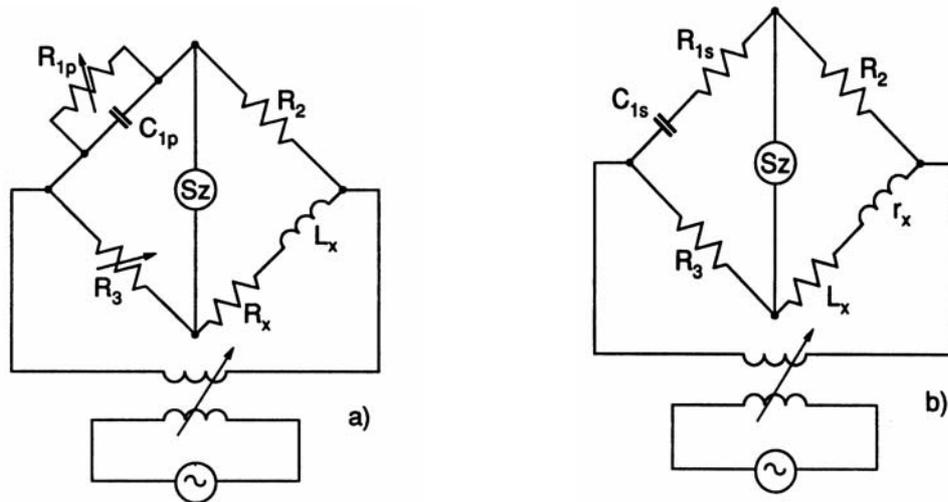


Fig 8. Schematizzazioni pratiche del ponte di Maxwell.

La prima versione (Fig. 8.a) è consigliabile quando la costante di tempo dell'induttanza è relativamente bassa. Applicando le relazioni di equilibrio è possibile trovare le equazioni che ci permettono di conoscere il valore delle grandezze incognite d'interesse:

$$R_x = \frac{R_3 R_2}{R_{1p}}$$

$$L_x = C_{1p} R_2 R_3$$

La versione di Fig. 8.b è invece usata quando la costante di tempo è elevata (es.: $\omega L/R > 50$); si nota che in questa versione compaiono i parametri del circuito equivalente serie e per passare dai parametri del circuito equivalente serie a quello parallelo si possono applicare le seguenti relazioni:

$$C_{1p} = \frac{C_{1s}}{1 + \omega^2 C_{1s}^2 R_{1s}^2}$$

$$R_{1p} = \frac{1}{\omega^2 R_{1s} C_{1p} C_{1s}}$$

Per i valori delle grandezze incognite alla condizione di equilibrio si possono sfruttare le relazioni di equilibrio già trovata per la configurazione precedente del ponte di Maxwell:

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_{1p}} = \frac{R_2 R_3 \omega^2 R_{1s} C_{1s}}{1 + \omega^2 R_{1s}^2 C_{1s}^2}$$

$$L_x = \frac{R_2 R_3 C_{1s}}{1 + \omega^2 C_{1s}^2 R_{1s}^2}$$

La seconda relazione può essere semplificata, alla frequenza industriale, in:

$$L_x = R_2 R_3 C_{1s}$$

3.2. Ponte di Shering

Altro esempio di ponte a prodotto è il *ponte di Shering*:

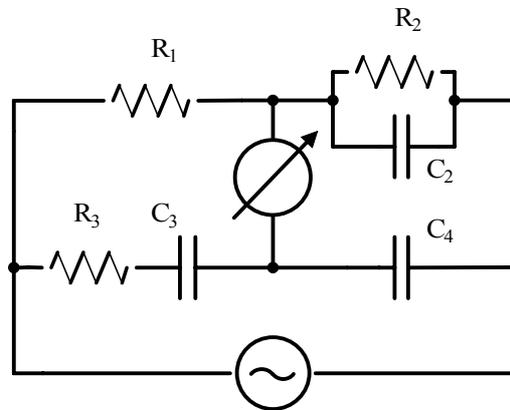


Fig. 9. Ponte di Shering.

Esso è molto usato sia per le misure di capacità che per la misura degli angoli di perdita dei materiali isolanti. Il circuito del ponte di Shering può subire delle modifiche quando si lavora alle basse frequenze o alle alte frequenze (fig. 10).

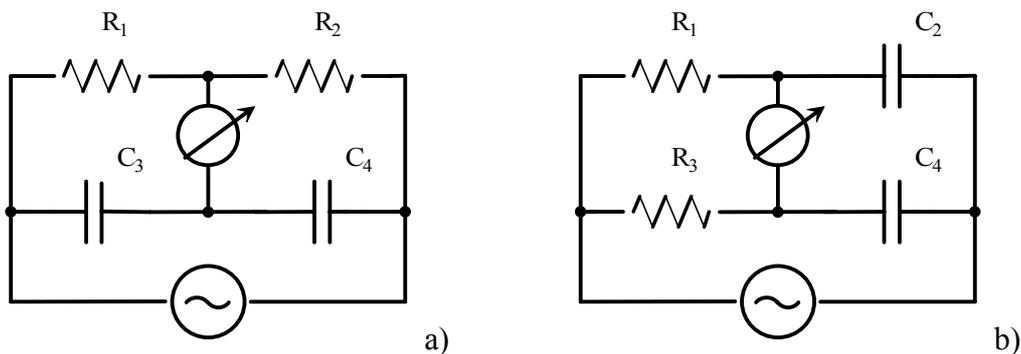


Fig. 10. Ponte di Shering per le basse (a) ed alte (b) frequenze.

Gli elementi che mancano rispetto allo schema originale possono considerarsi trascurabili alle basse o alle alte frequenze.

4. CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

Ognuno dei punti fin qui trattati è caratterizzato da una relazione di equilibrio: l'elenco completo di tali relazioni è schematizzato nella tabella 1. Essa è particolarmente utile nella fase di impostazione del ponte; durante questa fase bisogna fare una stima della grandezza da misurare e bisogna valutare la disponibilità dei campioni variabili. Fatto ciò è possibile scegliere il valore più opportuno da dare al fattore k tenendo conto della relazione di equilibrio del ponte che si è deciso di usare.

		Ponti a rapporto (Z_1/Z_2)			Ponti a prodotto (Z_1Z_4)	
		reale	immaginario		reale	immaginario
Z_3		$k = \frac{R_1}{R_2} \text{ o } \frac{C_2}{C_1}$	$k = R_1C_2$	$k = \frac{1}{C_1R_2}$	$k = R_1R_4$	$k = \frac{R_1}{C_4}$
serie	R_3, L_3	$R_3 = kR_4$ $L_3 = kL_4$	$R_3 = k/C_4$ $L_3 = kR_4$	—	$R_3 = k/R'_2$ $L_3 = kC'_2$	—
	$R_3; C_3$	$R_3 = kR_4$ $C_3 = C_4/k$	—	$R_3 = kL_4$ $C_3 = 1/R_4k$	—	$R_3 = kC'_2$ $C_3 = R'_2/k$
parallelo	R'_3, L'_3	—	$R'_3 = k/C'_4$ $L'_3 = kR'_4$	—	$R'_3 = k/R'_2$ $L'_3 = C_2k$	—
	$R'_3; C'_3$	$R'_3 = kR'_4$ $C'_3 = C'_4/k$	—	—	$R'_3 = k/R_2$ $C'_3 = L_2/k$	$R'_3 = kC_2$ $C'_3 = R_2/k$

Tab. 1. Elementi delle relazioni di equilibrio per i ponti in alternata.