

# STRUMENTI ELETTROMECCANICI

Sono costituiti da un sistema costituito da una parte fissa ed una parte mobile (*equipaggio mobile*); quest'ultima generalmente può ruotare intorno ad un asse.

Basano il loro funzionamento sull'equilibrio meccanico di due coppie:

$$C_m(x) = C_r(\delta)$$

dove  $C_m(x)$  è la *coppia motrice* dipendente dalla grandezza elettrica  $x$  (generalmente corrente, in alcuni casi tensione) e  $C_r(\delta)$  è la *coppia resistente o antagonista* dipendente dall'angolo  $\delta$  di rotazione del sistema mobile; essa è generalmente fornita da un sistema elastico (molla) che fornisce una coppia resistente proporzionale alla rotazione:

$$C_r(\delta) = M\delta$$

con  $M$  costante elastica della molla.

La valutazione della coppia motrice  $C_m(x)$  può essere fatta con un approccio di tipo energetico, ovvero:

$$C_m(x) = \frac{dW}{d\delta}$$

dove  $W$  è l'energia (magnetica o elettrostatica) immagazzinata nel sistema.

Possono essere classificati in:

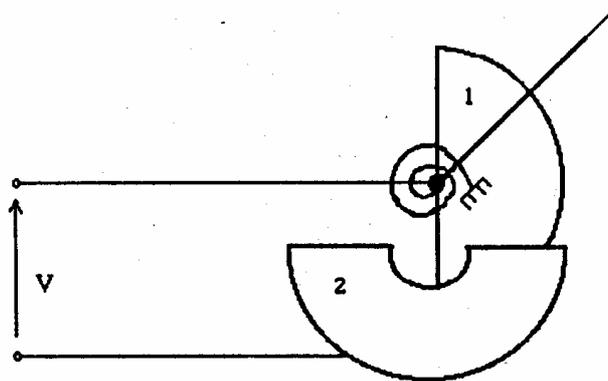
- *strumenti elettrostatici;*
- *strumenti magnetoelettrici;*
- *strumenti elettromagnetici;*
- *strumenti elettrodinamici.*

Vi sono poi altre categorie di strumenti elettromeccanici i cui principi di funzionamento sono basati su altre leggi o fenomeni fisici. Essi sono:

- *strumenti termici*: l'indicazione di misura scaturisce da considerazioni di natura energetica legati alla valutazione dell'effetto Joule (dissipazione di potenza termica in un conduttore attraversato da corrente);
- *strumenti ad induzione*: l'indicazione di misura scaturisce dall'interazione di flussi magnetici e correnti indotte su di un disco di materiale conduttore (alluminio), interazione che provoca la generazione di una coppia motrice che pone in rotazione il disco.

## Strumenti elettrostatici

Sono intrinsecamente dei voltmetri, in quanto misurano la d.d.p. fra due armature sulla base della forza di attrazione esercitata dalle cariche di segno opposto depositate su di esse.



L'energia elettrostatica immagazzinata dal sistema è:

$$W_e = \frac{1}{2} CV^2$$

dove  $C$  è la capacità del sistema e  $V$  è la tensione di alimentazione. La coppia motrice sarà:

$$C_m = \frac{dW_e}{d\delta} = \frac{1}{2} \frac{dC}{d\delta} V^2 = kV^2$$

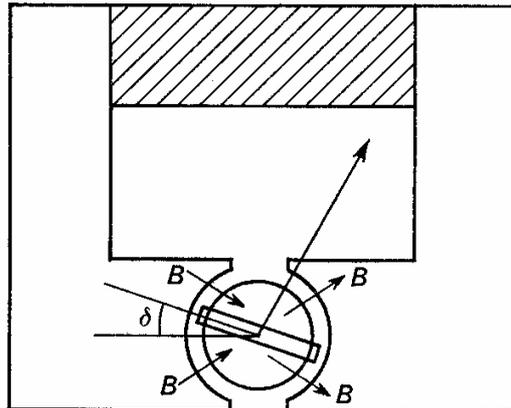
nell'ipotesi di rendere  $dC/d\delta$  costante. Con una opportuna costruzione del sistema tale costanza è assicurata, per cui lo strumento fornirà una indicazione proporzionale al quadrato della tensione.

Indicazione di misura:

- in c.c.: proporzionale al quadrato del valore della tensione;
- in c.a.: l'inerzia dell'equipaggio mobile non consente allo strumento di misurare il quadrato del valore istantaneo della tensione, per cui lo strumento fornisce l'indicazione del valore medio del quadrato del valore istantaneo della tensione, ovvero il valore efficace della stessa.

## Strumenti magnetoelettrici

Sono costituiti da un magnete permanente sagomato a forma di ferro di cavallo, fra le cui espansioni polari, anch'esse sagomate in modo da creare un campo radiale, ruota una bobina montata su un cilindro di materiale ferromagnetico.



Per la geometria del sistema, il flusso magnetico concatenato dalla bobina è dato da:

$$\phi = BSn\delta$$

dove  $B$  è l'induzione magnetica al traferro,  $S$  è la sezione della singola spira della bobina,  $n$  è il numero di spire e  $\delta$  è l'angolo di rotazione della bobina.

L'energia magnetica immagazzinata dal sistema è:

$$W_m = \phi \cdot I$$

dove  $I$  è la corrente che attraversa la bobina. Ne consegue che la coppia motrice vale:

$$C_m = \frac{dW_m}{d\delta} = BSnI = kI$$

La rotazione è quindi proporzionale alla corrente che attraversa la bobina.

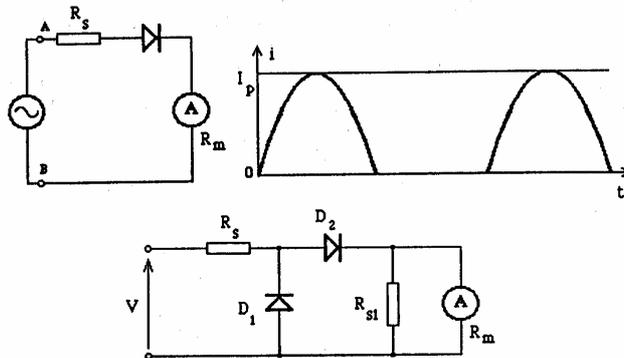
Con l'aggiunta di un resistore addizionale in serie alla bobina possono essere utilizzati anche come voltmetri.

Indicazione di misura:

- in c.c.: proporzionale al valore della corrente;
- in c.a.: l'inerzia dell'equipaggio mobile non consente allo strumento di misurare il valore istantaneo della corrente, per cui lo strumento fornisce l'indicazione del valore medio della corrente (che è per definizione pari a zero).

Per l'uso dello strumento magnetoelettrico in c.a. è quindi necessario associare ad essi opportuni sistemi a raddrizzatore, in modo da ottenere valori medi della corrente diversi da zero.

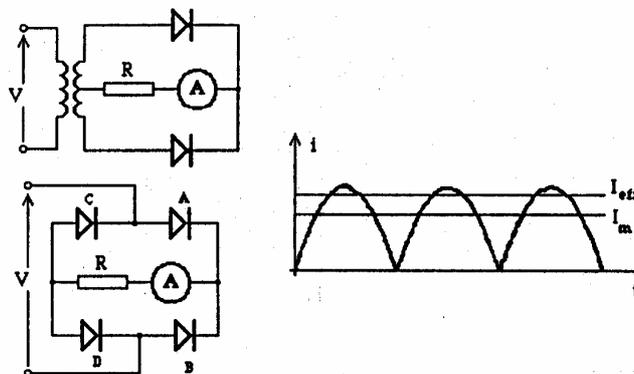
### Voltmetro con raddrizzatore a semplice semionda



Si ha:

$$I_m = \frac{I_p}{\pi}$$

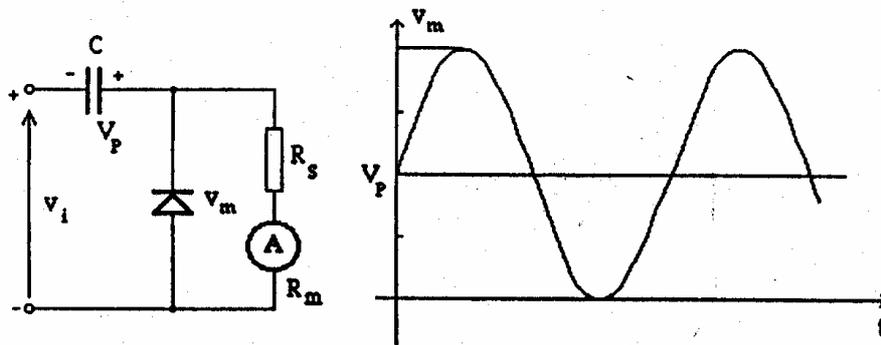
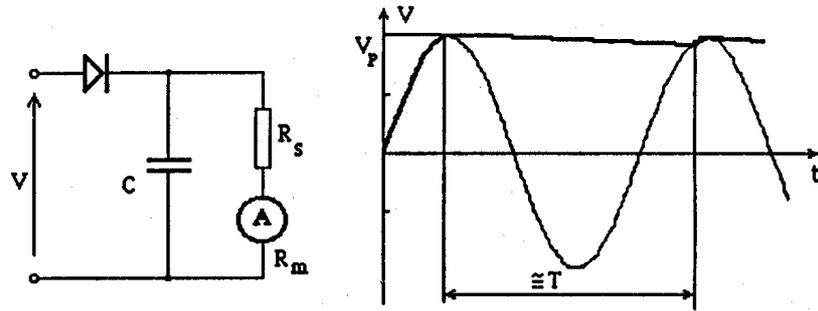
### Voltmetro con raddrizzatore a doppia semionda



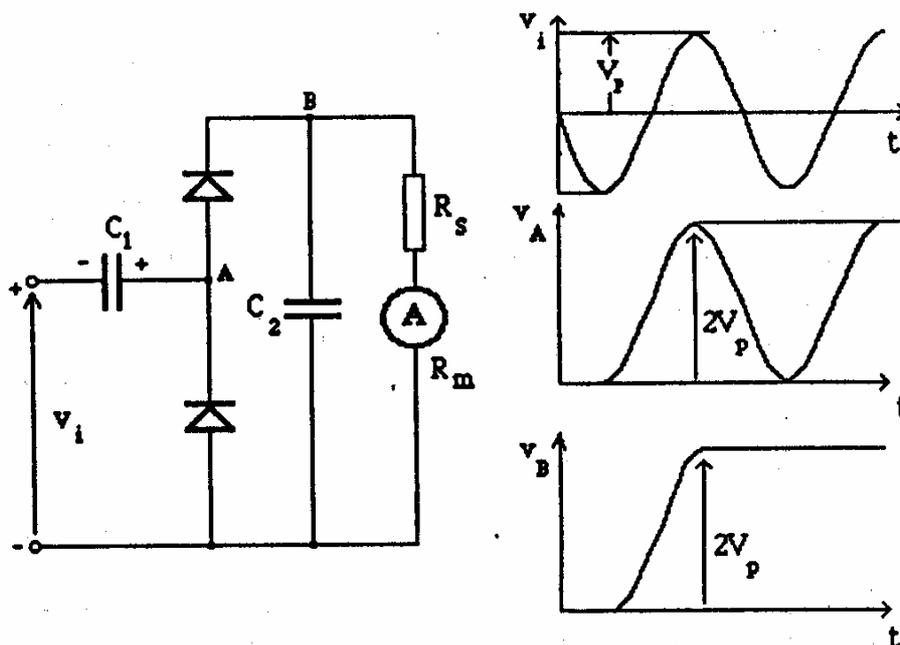
Si ha:

$$I_m = \frac{2I_p}{\pi}$$

## Voltmetri di picco

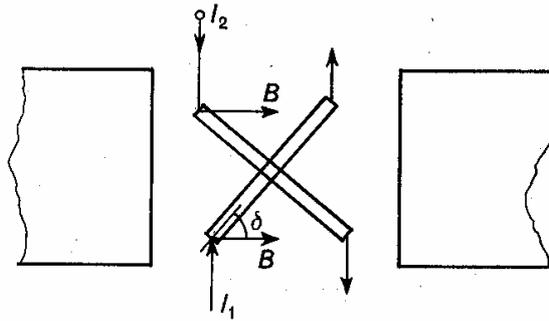


## Voltmetri picco-picco o duplicatori di tensione



## Logometri

Sono particolari strumenti magnetoelettrici dotati di due bobine mobili poste rigidamente a 90° fra di loro immerse in un campo uniforme (e non radiale) generato da un magnete permanente. Non è presente, inoltre, la coppia antagonista meccanica (molla).



Le coppie motrici applicate alle singole bobine sono:

$$C_{m1} = BS_1n_1I_1\cos\delta$$

$$C_{m2} = BS_2n_2I_2\cos(90-\delta) = BS_2n_2I_2\sin\delta$$

La posizione di equilibrio si raggiunge, in assenza di coppia antagonista meccanica, mediante l'equilibrio delle due coppie motrici. Si ha quindi:

$$C_{m1} = C_{m2} ; \quad BS_1n_1I_1\cos\delta = BS_2n_2I_2\sin\delta$$

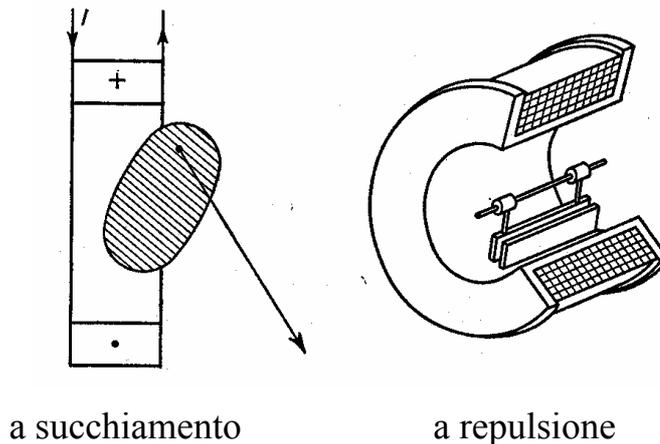
e quindi, ipotizzando le bobine di uguale sezione ( $S_1=S_2$ ) e di uguale numero di spire ( $n_1=n_2$ ):

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{I_1}{I_2}$$

ovvero l'indicazione risultante è proporzionale al rapporto fra le correnti.

# Strumenti elettromagnetici

Detti anche *a ferro mobile*, sono costituiti da una bobina fissa entro la quale può ruotare un equipaggio mobile costituito da materiale ferromagnetico. Sono molto robusti ma poco sensibili ed accurati. Vengono prevalentemente impiegati in ambiente industriale.



L'energia magnetica immagazzinata dal sistema è:

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2$$

dove  $L$  è il coefficiente di autoinduzione della bobina ed  $I$  la corrente che la attraversa. La coppia motrice sarà:

$$C_m = \frac{dW_m}{d\delta} = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\delta} I^2 = kI^2$$

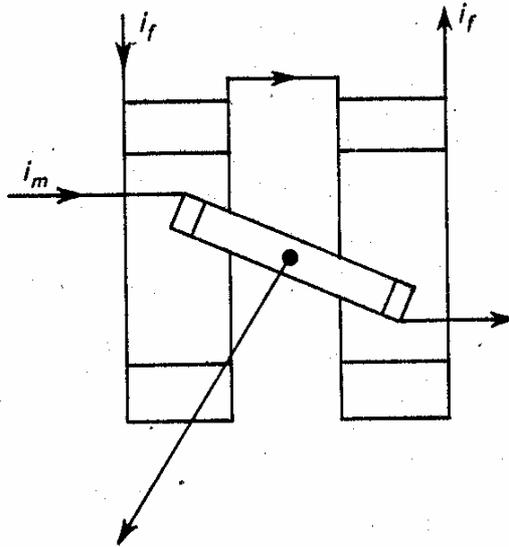
nell'ipotesi di rendere  $dL/d\delta$  costante. Con una opportuna costruzione del sistema tale costanza è assicurata, per cui lo strumento fornirà una indicazione proporzionale al quadrato della corrente.

Indicazione di misura:

- in c.c.: proporzionale al quadrato del valore della corrente;
- in c.a.: l'inerzia dell'equipaggio mobile non consente allo strumento di misurare il quadrato del valore istantaneo della corrente, per cui lo strumento fornisce l'indicazione del valore medio del quadrato del valore istantaneo della corrente, ovvero il valore efficace della stessa.

## Strumenti elettrodinamici

Sono costituiti da due bobine, una fissa che genera il campo magnetico ed una mobile che ruota all'interno delle espansioni polari riferite alla prima.



L'energia magnetica immagazzinata dal sistema è:

$$W_m = \frac{1}{2} L_f I_f^2 + \frac{1}{2} L_m I_m^2 + M I_f I_m$$

dove  $L_f$  ed  $L_m$  sono i coefficienti di autoinduzione delle bobine fissa e mobile,  $M$  è il coefficiente di mutua induzione fra le bobine,  $I_f$  ed  $I_m$  sono le correnti che la attraversano le due bobine.

La coppia motrice sarà:

$$C_m = \frac{dW_m}{d\delta} = \frac{dM}{d\delta} I_f I_m = k I_f I_m$$

in quanto le parti relative ai coefficienti di autoinduzione rimangono costanti con la rotazione, mentre in fase di costruzione si riesce a rendere costante la variazione di mutua induzione fra le bobine (campo magnetico uniforme con piccola bobina mobile e limitata escursione angolare).

Lo strumento fornirà quindi una indicazione proporzionale al prodotto fra le correnti circolanti nelle due bobine.

Indicazione di misura:

- in c.c.: proporzionale al prodotto fra le due correnti;
- in c.a.: proporzionale al prodotto del valore istantaneo delle correnti, ovvero, per correnti sinusoidali sfasate di un angolo  $\varphi$ :

$$C_m = i_f(t) \cdot i_m(t) = I_{fM} \sin(\omega t) \cdot I_{mM} \sin(\omega t + \varphi) = k I_f I_m \cos \varphi$$

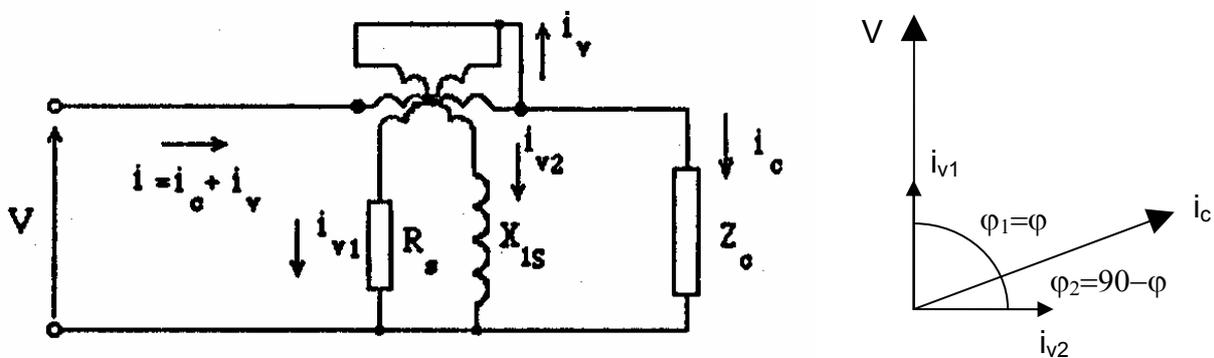
dove  $I_f$  ed  $I_m$  sono i valori efficaci delle correnti, in quanto l'inerzia del sistema non consente di apprezzare il termine di pulsazione  $2\omega$  a media nulla sovrapposto al valore costante precedente.

Ponendo in serie le due bobine, si ottiene un amperometro con indicazione quadratica (in c.c. ed in c.a.); introducendo un resistore addizionale in serie alle bobine si ottiene un voltmetro con indicazione quadratica (in c.c. ed in c.a.).

Facendo attraversare la bobina fissa da una corrente proporzionale alla corrente nel circuito misurato, la bobina mobile da una corrente proporzionale alla tensione nel circuito (introducendo un resistore addizionale in serie a quest'ultima), si ottiene una indicazione proporzionale alla potenza attiva circolante nel circuito e quindi un wattmetro.

## Misuratore di fattore di potenza (cosfmetro)

E' in particolare strumento elettrodinamico dotato di due bobine mobili poste rigidamente a 90° fra di loro. Non è presente, inoltre, la coppia antagonista meccanica (molla). La bobina fissa (amperometrica) è attraversata dalla corrente  $i_c$  del circuito, mentre le due bobine mobili sono poste in serie rispettivamente con un resistore ed un induttore e sono attraversate dalle correnti  $i_{v1}$  ed  $i_{v2}$  derivate dal circuito amperometrico.



In tale situazione, le coppie motrici agenti sulle singole bobine risultano:

$$C_{m1} = k_1 i_c i_{v1} \cos \varphi_1; \quad C_{m2} = k_2 i_c i_{v2} \cos \varphi_2$$

dove  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  sono gli angoli formati dalla corrente amperometrica  $i_c$  e le correnti voltmetriche  $i_{v1}$  ed  $i_{v2}$ . Per la presenza del resistore e dell'induttore e trascurando gli effetti secondari (induzione della bobina e resistenza dell'induttore), le correnti  $i_{v1}$  ed  $i_{v2}$  risulteranno rispettivamente in fase ed in quadratura con la tensione  $V$  di alimentazione, sfasata dell'angolo  $\varphi$  di carico rispetto alla corrente  $i_c$ ; all'equilibrio si ha:

$$\delta = \frac{C_{m2}}{C_{m1}} = \frac{k_2 i_c i_{v2} \cos \varphi_2}{k_1 i_c i_{v1} \cos \varphi_1} = \frac{k_2 i_{v2} \cos(90 - \varphi)}{k_1 i_{v1} \cos \varphi} = \frac{k_2 i_{v2}}{k_1 i_{v1}} \operatorname{tg} \varphi$$

per cui l'indicazione risulta proporzionale alla tangente dell'angolo di carico.

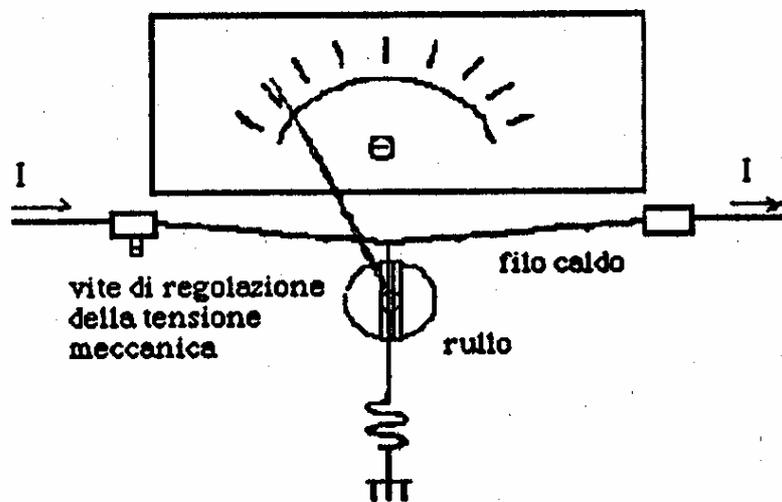
## Strumenti termici

Sono particolari strumenti in cui l'indicazione di misura scaturisce da considerazioni di tipo energetico legati all'effetto Joule: una corrente  $I$  che attraversa un conduttore di resistenza  $R$  produce una dissipazione di potenza pari a:

$$P = RI^2$$

Legando l'indicazione dello strumento alla potenza dissipata, la stessa risulta proporzionale al quadrato della corrente; in c.a. la misura risulta quindi proporzionale al valore efficace della corrente (strumenti a vero valore efficace).

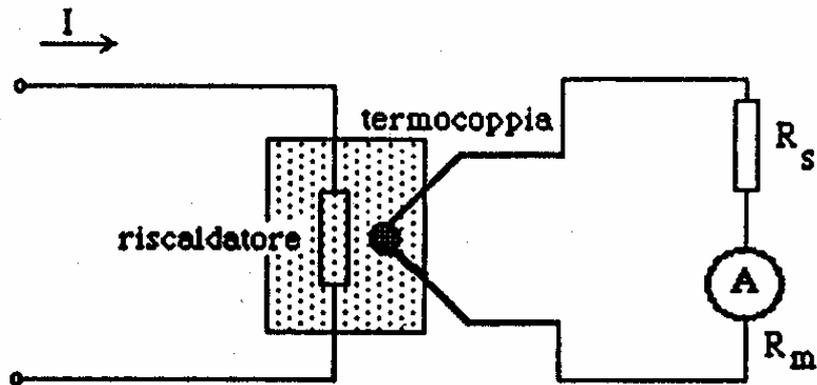
### Strumento a filo caldo



Il riscaldamento del filo provoca un allungamento dello stesso, che viene misurato dal sistema meccanico. Essendo l'allungamento relativo del filo legato al suo riscaldamento attraverso il coefficiente di dilatazione termica, è possibile legare la rotazione del rullo alla corrente che fluisce nel filo:

$$\delta = k I^2$$

## Strumento a termocoppia



Il riscaldamento della termocoppia genera ai suoi capi una f.e.m. (effetto termoelettrico) proporzionale alla potenza termica dissipata dal riscaldatore, per cui:

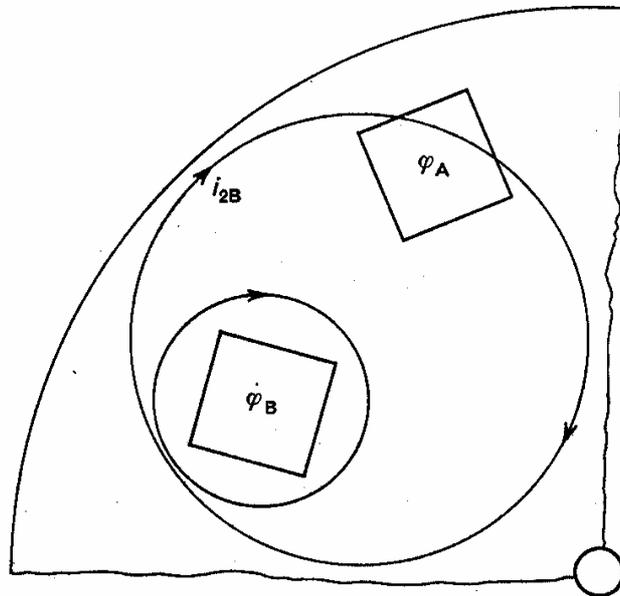
$$e = kP = kRI^2 = k^*I^2$$

Particolare attenzione va posta nella scelta dello strumento posto in serie alla termocoppia. Esso deve avere una altissima impedenza di ingresso, per evitare che circoli una corrente nella termocoppia che riscaldi la stessa per autoconsumo e non per effetto del riscaldatore.

## Strumenti ad induzione

Il più diffuso è il contatore di energia elettrica (da non confondere con il contatore/frequenzimetro), ma ci sono anche voltmetri e amperometri ad induzione.

Il principio di funzionamento è basato sulle interazioni fra flussi magnetici e correnti indotte su di un disco conduttore (alluminio), con la conseguente generazione di una coppia motrice che pone lo stesso in rotazione.



La coppia motrice sarà:

$$C_m = k_1 \varphi_A i_{2B} - k_2 \varphi_B i_{2A}$$

Per quanto riguarda i contatori, rendendo, con una costruzione opportuna, la coppia motrice proporzionale alla potenza elettrica fluente nel circuito, la velocità di rotazione del disco risulta proporzionale alla stessa; integrando opportunamente tale valore di velocità nel tempo, si ottiene la misura dell'energia elettrica.

# WATTMETRI

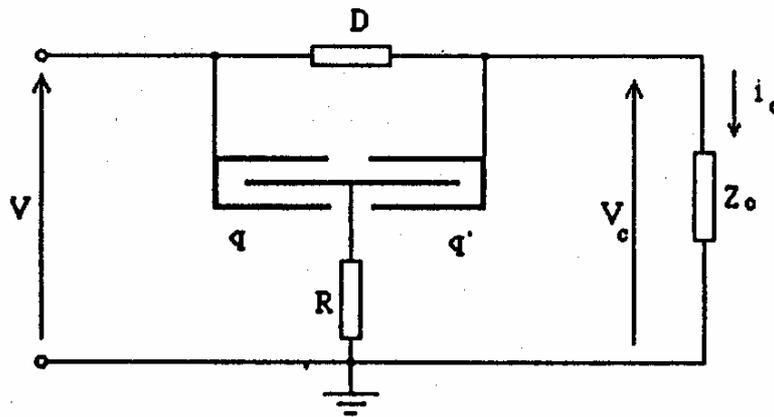
Sono strumenti che misurano la potenza elettrica (generalmente attiva, ma anche reattiva) fluente in un circuito. A tal fine, sono dotati di due parti separate: la parte amperometrica, che viene sollecitata da una grandezza proporzionale alla corrente del circuito sotto misura, ed una parte voltmetrica, sollecitata da una grandezza proporzionale alla tensione del circuito.

I wattmetri possono essere:

- elettrostatici;
- termici;
- elettrodinamici;
- ad induzione.

I wattmetri ad induzione verranno trattati nel capitolo riguardante le misure di energia (contatore ad induzione).

## Wattmetri elettrostatici



E' usato per misure in A.T.. E' costituito da due armature fisse, \$q\$ e \$q'\$, poste a diverso potenziale in virtù della caduta \$Di\_c\$ sul derivatore \$D\$, e da un'armatura mobile ruotante posta a potenziale di terra tramite la resistenza \$R\$ di sicurezza.

L'energia elettrostatica del sistema è data da:

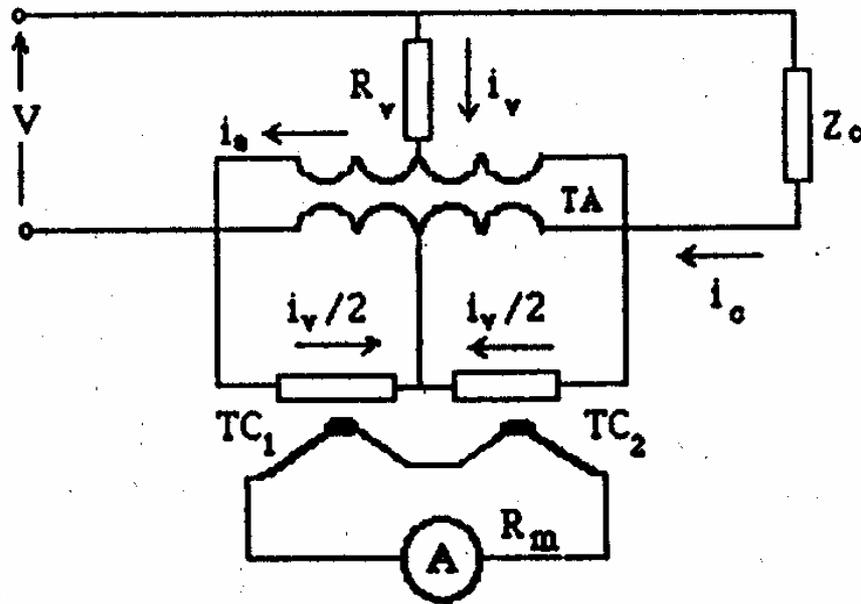
$$W_e = \frac{1}{2}CV^2 + \frac{1}{2}CV_c^2$$

Per la simmetria del sistema, le variazioni di capacità dovute alla rotazione dell'armatura mobile sono uguali e opposte su \$q\$ e \$q'\$, per cui la coppia motrice sarà:

$$\begin{aligned} C_m &= \frac{dW_e}{d\delta} = \frac{1}{2} \frac{dC}{d\delta} (V^2 - V_c^2) = \frac{1}{2} \frac{dC}{d\delta} [(V_c + Di_c)^2 - V_c^2] = \\ &= \frac{1}{2} \frac{dC}{d\delta} (V_c^2 - 2V_c Di_c + D^2 i_c^2 - V_c^2) = \frac{1}{2} \frac{dC}{d\delta} 2D \left( V_c i_c + \frac{1}{2} D i_c^2 \right) = \\ &= kV_c i_c + \frac{k}{2} D i_c^2 \end{aligned}$$

L'indicazione del wattmetro sarà quindi proporzionale alla potenza istantanea assorbita dal carico, più un termine aggiuntivo che rappresenta il consumo dello strumento (e di cui bisogna tener conto nella valutazione della misura, apportando la dovuta correzione - errore sistematico).

## Wattmetri termici



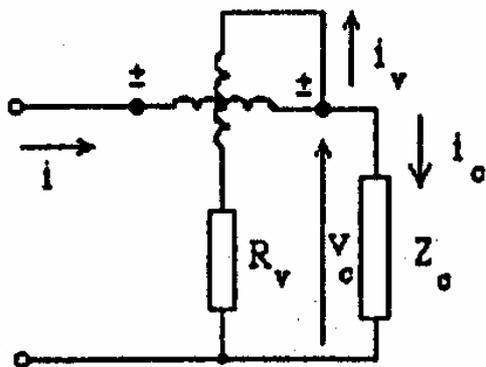
I riscaldatori delle termocoppie  $TC_1$  e  $TC_2$  sono attraversati da una corrente dipendente rispettivamente dalla somma e dalla differenza della corrente  $i_a$  (legata alla corrente  $i_c$  del carico) e della corrente voltmetrica  $i_v$ ; le termocoppie sono collegate in opposizione fra loro, per cui la f.e.m. risultante è pari a:

$$e = k \left[ \left( i_a + \frac{i_v}{2} \right)^2 - \left( i_a - \frac{i_v}{2} \right)^2 \right] = 2k i_a i_v = k^* V i_c$$

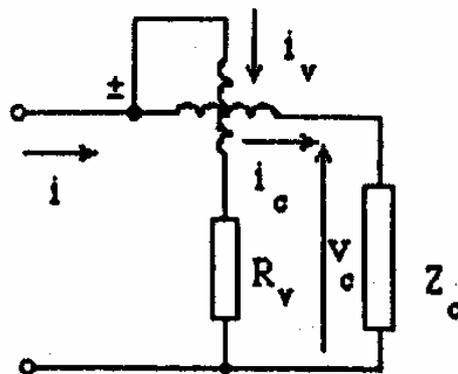
essendo la corrente  $i_a$  proporzionale alla corrente del carico  $i_c$  e la corrente  $i_v$  proporzionale alla tensione  $V$  di alimentazione (grazie all'uso del resistore volumetrico  $R_v$ ).

L'indicazione dello strumento sarà quindi proporzionale alla potenza istantanea assorbita dal carico; nel caso di misura in a.c., impiegando uno strumento a valor medio (ad es. un magnetoelettrico), l'indicazione sarà quindi relativa alla potenza attiva (ovvero il valore medio della potenza istantanea).

## Wattmetri elettrodinamici



inserzione a valle



inserzione a monte

La bobina fissa è attraversata dalla corrente  $i_c$  del carico (a meno della corrente derivata dalla bobina voltmetrica nell'inserzione a valle), mentre la bobina mobile è attraversata da una corrente proporzionale alla tensione  $V_c$  sul carico (a meno della caduta sulla bobina voltmetrica nell'inserzione a monte).

La coppia motrice sarà data da:

$$C_m = k i_c i_v \cos \varphi = k^* V_c i_c \cos \varphi = k^* P$$

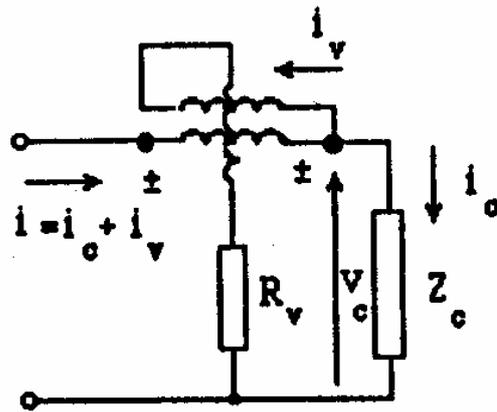
a meno del consumo dello strumento.

Tale consumo (errore sistematico) vale:

$$P_w = R_a i_c^2 \text{ (inserz. a monte);} \quad P_w = V_c^2 / R_v \text{ (inserz. a valle)}$$

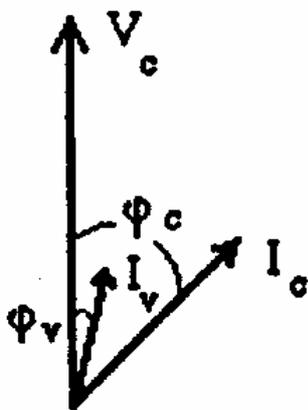
per cui va apportata la conseguente correzione della misura.

Generalmente si preferisce la inserzione a valle, per ragioni legate sia alla costanza dell'effetto di carico (la  $V_c$  è a valore generalmente costante) sia dell'accuratezza con la quale si conosce il valore della resistenza voltmetrica  $R_v$ .



Wattmetro con compensazione automatica del consumo: l'indicazione del wattmetro è diminuita automaticamente del valore  $V_c^2/R_v$  grazie all'effetto smagnetizzante di una bobina secondaria fissa posta in serie alla bobina mobile.

I wattmetri elettrodinamici sono affetti anche da un errore di fase, dovuto allo sfasamento fra la tensione  $V_c$  sul carico e la corrente  $i_v$  che attraversa la bobina voltmetrica (a causa della presenza dell'induttanza dell'avvolgimento). Tale errore è pari a:



$$e_f = \frac{P_m - P_v}{P_v} = \frac{V_c i_c \cos(\varphi_c - \varphi_v) - V_c i_c \cos \varphi_c}{V_c i_c \cos \varphi_c} = \frac{\cos \varphi_c \cos \varphi_v + \sin \varphi_c \sin \varphi_v}{\cos \varphi_c} - 1 \approx \varphi_v \operatorname{tg} \varphi_c$$

in quanto, essendo  $\varphi_v$  piccolo,  $\cos \varphi_v \approx 1$  e  $\sin \varphi_v \approx \varphi_v$ . Per minimizzare tale errore, non potendo agire su  $\varphi_c$  in quanto dipende dal carico, bisogna agire su  $\varphi_v$  rendendolo trascurabile. Non potendo annullare l'induttanza della bobina, si

procede al suo rifasamento mediante l'inserzione di un condensatore in parallelo a parte del resistore voltmetrico (per ottenere un rifasamento valido per la banda di frequenze d'impiego):

