

## Chapter 4

# Sensori e Trasduttori

Una delle ragioni della diffusione dell'elettronica in molti contesti è la possibilità di ricondurre molte grandezze fisiche a grandezze elettriche, tramite sensori o trasduttori. Trasduzione : la variazione di una grandezza fisica è tradotta in una variazione di tipo elettrico. Con riferimento alle tematiche del corso, noi possiamo parlare di uso dell'elettronica per l'effettuazione di misure. (v. *Fotocopia 9 Fig 26.3*)

### 4.1 Sensori di temperatura

#### 4.1.1 Termocoppia

Consideriamo un circuito costituito da materiali (metallici) di tipo diverso.

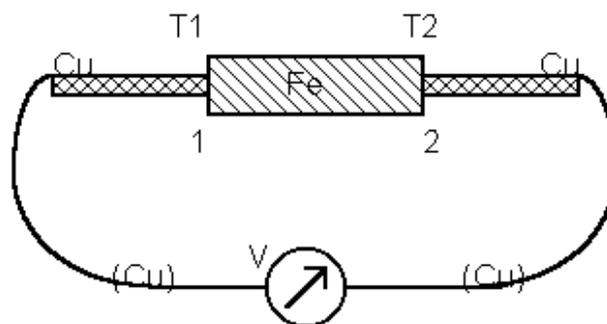


Figure 4.1: Circuito costituito da materiali di tipo diverso

Se la temperatura delle due giunzioni 1 e 2 è la stessa, per la seconda legge di Volta la differenza di potenziale misurata è nulla. Se viceversa le temperature  $T_1$  e  $T_2$  differiscono, avremo una tensione  $V \neq 0$  : la catena non è isoterma. Si parla di "effetto termoelettrico" o "effetto Seebeck". La differenza di potenziale dipende dai materiali, dalla differenza  $T_2 - T_1$ , ma non dalla variazione di temperatura lungo i materiali. Diversi sono i fenomeni che intervengono a determinare  $V$  : la struttura elettronica, il livello di Fermi, variazioni dei coefficienti di diffusione, ecc... Possiamo riassumere tali fenomeni nella seguente descrizione: dati due materiali A e B, alla giunzione tra essi si localizza una differenza di

potenziale legata alla temperatura:

$$E_t^{AB} = a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 + \dots \quad (\text{termine lineare prevalente})$$

Es. ferro-costantana (lega Cu-Ni) :

$$E_t^{AB} = 50.37T + 3.43T^2 + 8.57 \cdot 10^{-5}T^3 + \dots$$

Nel caso in cui nella catena ci siano giunzioni a temperatura diversa :

$$E_{T_1, T_2}^{AB} = E_{T_1}^{AB} \Leftrightarrow E_{T_2}^{AB} = a_1(T_1 \Leftrightarrow T_2) + a_2(T_1^2 \Leftrightarrow T_2^2) + \dots$$

#### 4.1.2 5 Leggi di impiego della termocoppia

1. La differenza di potenziale dipende dalla differenza di temperatura alle giunzioni, e non dalle temperature intermedie.

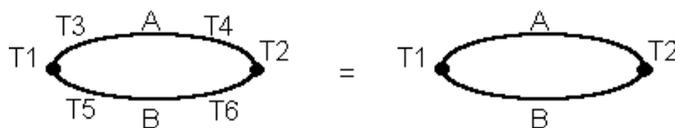


Figure 4.2: Prima legge di impiego della termocoppia

2. Se le due giunzioni ai capi del materiale C sono alla stessa temperatura, la differenza di potenziale resta invariata (come se C non ci fosse) :

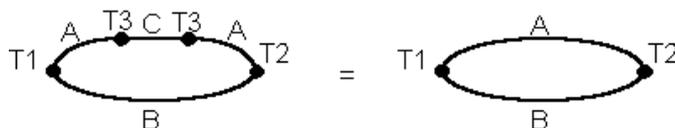


Figure 4.3: Seconda legge di impiego della termocoppia

3. Lo stesso discorso della 2) vale se C è posto dalla parte di una delle due giunzioni:

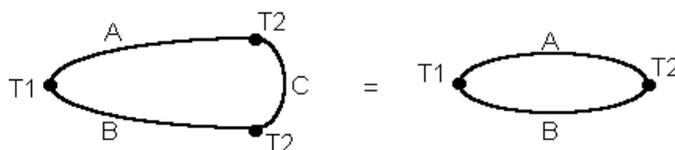


Figure 4.4: Terza legge di impiego della termocoppia

4. La somma delle differenze di potenziale delle due termocoppie distinte che operano alla stessa temperatura è pari alla differenza di potenziale tra i materiali A e B della prima e seconda rispettivamente (legge del materiale intermedio) :

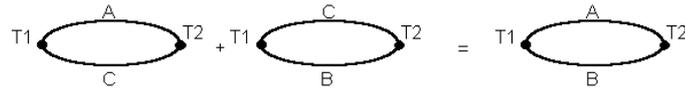


Figure 4.5: Quarta legge di impiego della termocoppia

5. Legge della temperatura intermedia :

$$E_{T_1, T_3}^{AB} + E_{T_3, T_2}^{AB} = E_{T_1, T_2}^{AB}$$

$$\text{Se } T_2 = 0^\circ\text{C} \implies E_{T_1, 0}^{AB} = E_{T_1, T_3}^{AB} + E_{T_3, 0}^{AB}$$

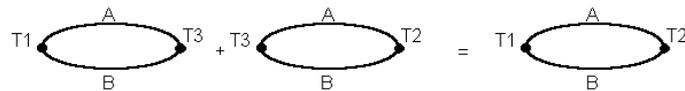


Figure 4.6: Prima legge di impiego della termocoppia

Tipicamente si forniscono tabelle di differenze di potenziale con un riferimento di tensione a zero gradi Celsius. La tabella di *figura 26.25 (fotocopia 10)* indica alcune delle più diffuse termocoppie, le loro denominazioni standard (colonna 'Type') ed gli intervalli di temperatura di funzionamento. Nella *figura 26.26* sono invece indicate le tensioni prodotte a diverse temperature dalle medesime termocoppie (con riferimento ad una temperatura di 0 °C).

### 4.1.3 Esempio di impiego di una termocoppia

Vogliamo osservare la temperatura di un fluido in un tubo: all'interno di esso porremo una giunzione della termocoppia; determiniamo la differenza di potenziale sfruttando la terza legge.

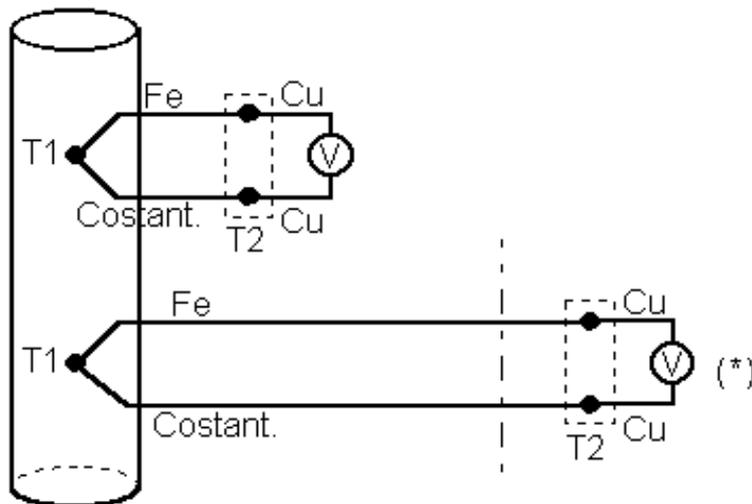


Figure 4.7: Esempio di impiego della termocoppia

La misura è corretta se le due giunzioni che interessano il rame sono alla stessa temperatura (ad esempio disponendole a contatto termico). Sarà particolarmente importante il controllo termico di T2; se non siamo in grado di assicurare un valore di T2 sufficientemente stabile, saremo costretti ad effettuare la connessione a lunga distanza con gli stessi materiali della termocoppia (\*). Non ha importanza la temperatura lungo i fili. (la soluzione più adeguata sarebbe quella di fissare T2 al riferimento della termocoppia : 0 °C - acqua-ghiaccio).

$$\underbrace{E_{T_1, T_2}^{AB}}_{\text{misurato}} = E_{T_1, 0}^{AB} \Leftrightarrow E_{T_2, 0}^{AB}$$

Ci interessa T1, quindi dobbiamo conoscere T2 : noto e costante nel tempo. Consideriamo il circuito in figura 26.27 (fotocopia 10).

$\partial_M$  = temperatura misurata

$\partial_R$  = temperatura di riferimento

Il valore di temperatura di riferimento determina una tensione che si somma a quella misurata, dovuta alla temperatura ignota. L'amplificatore ha il compito di riportare il coefficiente di temperatura della giunzione ferro-costantana, ad un coefficiente confrontabile con quello legato al riferimento.

$$51.7 \frac{\mu V}{^\circ C} (\partial_M \Leftrightarrow \partial_R) \Leftrightarrow 10 \frac{mV}{^\circ C} (\partial_M \Leftrightarrow \partial_R)$$

Nel circuito di figura 26.28 si provvede ad effettuare la compensazione mediante un sensore di temperatura che genera una tensione proporzionale alla temperatura stessa. Il primo amplificatore è di guadagno 192 ed ha il compito visto in precedenza; il secondo amplificatore ha guadagno unitario e provvede ad isolare le tensioni misurate permettendone la lettura. All'ingresso dell'operazionale abbiamo la somma di  $10 \frac{mV}{^\circ C} (\partial_M \Leftrightarrow \partial_R)$  e  $10 \frac{mV}{^\circ C} (\partial_R)$  quindi, come volevamo, una tensione proporzionale alla temperatura da misurare :  $10 \frac{mV}{^\circ C} (\partial_M)$

E' possibile uno schema differente che compensi il circuito prima di amplificare il segnale della termocoppia :

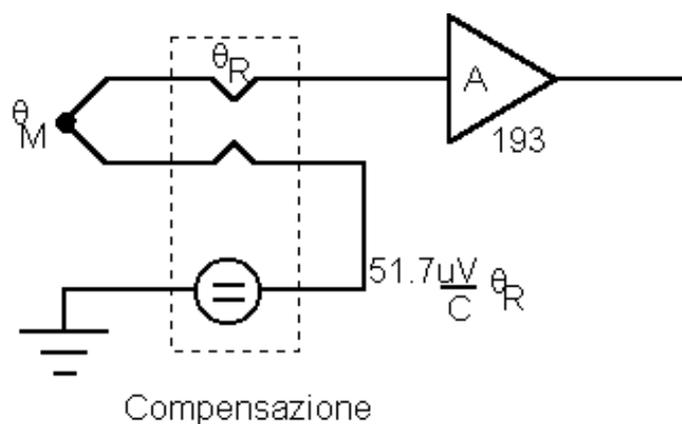


Figure 4.8:

La misura di una temperatura richiede la conoscenza di una temperatura di riferimento, altrimenti si applica una compensazione togliendo al contributo della termocoppia quello legato alla temperatura di riferimento.

## 4.2 Sensori di temperatura di tipo resistivo

La temperatura induce una variazione di resistenza.

- Sensori metallici
- Sensori a semiconduttore
- Termistori

### 4.2.1 Sensori metallici

Abbiamo una variazione di resistenza dell'ordine di  $\frac{0.4\%}{^{\circ}C}$ .

$$\text{Coefficiente di temperatura} = TC = \frac{1}{R} \frac{dR}{d\theta} \quad (R = \text{resistenza}, \theta = \text{temperatura})$$

Nel caso dei metalli  $\Delta\theta = \frac{^{\circ}C}{0.4\%} \frac{\Delta R}{R} \%$  (ad esempio :  $\frac{\Delta R}{R} = 1\% \Rightarrow$  incertezza su  $\theta = 2.5^{\circ}$ )

$$R(\theta)_{\text{platino}} = R_0 \left[ 1 + 3.908 \cdot 10^{-3} \left( \frac{\theta}{^{\circ}C} \right)^2 \right] \Leftrightarrow 200^{\circ}C < \theta < 0^{\circ}C$$

Variazione di resistenza in un filo di platino in funzione della temperatura.

$$R(\theta)_{\text{platino}} = R_0 \left[ 1 + 3.908 \cdot 10^{-3} \left( \frac{\theta}{^{\circ}C} \right)^2 + 0.42735 \cdot 10^{-9} \left( \frac{\theta}{^{\circ}C} \right)^3 \Leftrightarrow 4.27 \cdot 10^{-12} \left( \frac{\theta}{^{\circ}C} \right)^4 \right]$$

$$\text{per } 0^{\circ}C < \theta < 850^{\circ}C$$

### 4.2.2 Sensori a semiconduttore (drogato)

Hanno sensibilità superiore  $TC \cong 0.8\% \dots$

$\Leftrightarrow 50 < \theta < 150 \dots$  ma il campo di utilizzo è più ristretto.

### 4.2.3 Termistori (materiali ceramici di ossidi metallici)

$TC = -3\%, -5\%$

Da un punto di vista misuristico interessa avere una relazione lineare tra il valore di resistenza e quello di temperatura  $\Rightarrow$  si usano schemi di linearizzazione.

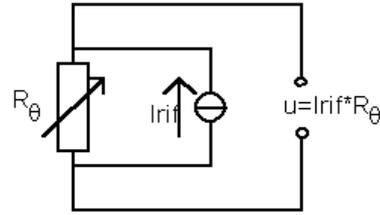


Figure 4.9: Schema di utilizzo di un sensore resistivo

### 4.3 Schema di utilizzo di un sensore resistivo

Eventuali resistenze nel circuito di misura della corrente non hanno effetto, così come la resistenza nel circuito di lettura della tensione, poichè tale lettura è fatta a circuito aperto. Si introduce una resistenza di linearizzazione :

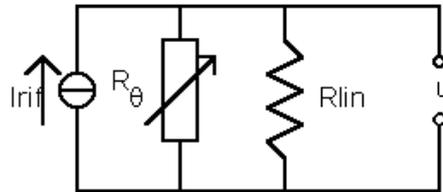


Figure 4.10: Introduzione della resistenza di linearizzazione

$$u = I_{rif} R_{lin} \parallel R_{\theta}$$

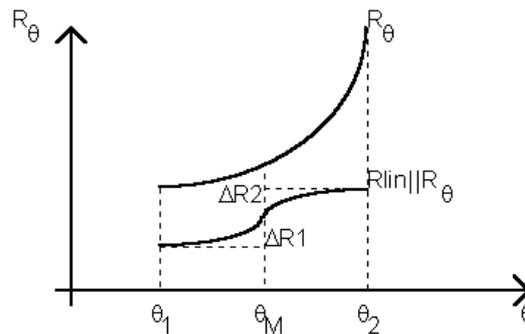


Figure 4.11: Grafico

Imponiamo  $\Delta R_1 = \Delta R_2$

$$R_1 = R(\theta = \theta_1), \quad R_2 = R(\theta = \theta_2), \quad R_M = R(\theta = \theta_M)$$

$$\Delta R_1 = \frac{R_{lin} R_M}{R_{lin} + R_M} \Leftrightarrow \frac{R_{lin} R_1}{R_{lin} + R_1} = \Delta R_2 = \frac{R_{lin} R_2}{R_{lin} + R_2} \Leftrightarrow \frac{R_{lin} R_M}{R_{lin} + R_M}$$

Avrò una relazione di secondo grado (ma una soluzione è  $R_{lin} = 0$ )

$$r_{lin} = \frac{R_M(R_1 + R_2) \Leftrightarrow 2R_1 R_2}{R_1 + R_2 \Leftrightarrow 2R_M} \implies \text{stabilisco il valore della resistenza di compensazione}$$

La variazione di resistenza sarà dunque distribuita linearmente.  $R \parallel (\theta_M)$  sarà valor medio di  $R \parallel_1$  e  $R \parallel_2$ . (v.fotocopia 11; 26.4,6,7)

In figura 26.5a,b sono indicati due possibili schemi di linearizzazione. Inseriremo nel circuito un amplificatore per non caricare la tensione ai capi della resistenza e per riportare la scala dell'uscita tra 0 e 2 volt : usiamo lo schema in figura 26.8. Vogliamo determinare le resistenze  $R_1, R_2, R_3$  in modo tale che la tensione di misura sia 0V a 0C e 2V a 100C.

$$\begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_3 \\ i_1 &= \frac{U_\theta}{R_1} = \frac{V_{ref} \Leftrightarrow U_\theta}{R_2} + \frac{U_{mis} \Leftrightarrow U_\theta}{R_3} \\ U_{mis} &= U_\theta R_3 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \Leftrightarrow V_{ref} \frac{R_3}{R_2} \end{aligned}$$

(Le tensioni alle quali ci riferiamo sono opposte a quelle indicate in fotocopia)

$$U_{mis} = U_{theta} \left( 1 + \frac{R_3}{R_1 \parallel R_2} \right) \Leftrightarrow V_{ref} \frac{R_3}{R_2}$$

Guadagno relativo a  $U_\theta$

$$A = \frac{U_{mis-alto} \Leftrightarrow U_{mis-basso}}{U_{\theta-alto} \Leftrightarrow U_{\theta-basso}} = \frac{2V}{0.935 \Leftrightarrow 0.555} \text{ (fig. 26.9) } = 5.26 (*)$$

L'altra condizione da imporre è  $U_{mis} = 0$  per  $T = 0^\circ C$ ; quindi :

$$\left( 1 + \frac{R_3}{R_1 \parallel R_2} \right) U_{\theta-basso} \Leftrightarrow V_{ref} \frac{R_3}{R_2} = 0 (**)$$

(\*) e (\*\*) sono due vincoli per le tre resistenze  $R_1, R_2, R_3$ : scegliamo  $R_2 = R_{lin}$ .

## 4.4 Circuiti di compensazione e misura per sensori a termistore

Dalla fig.26.12(fotoc.11) notiamo come la variazione della resistenza sia esponenziale, con buona approssimazione (dunque lineare nella scala semilogaritmica):

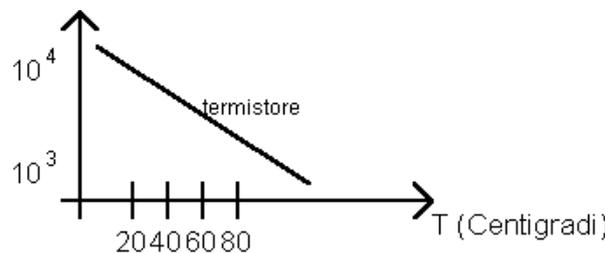


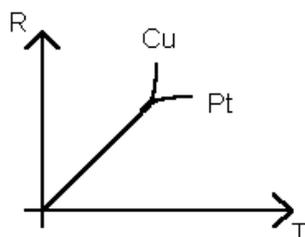
Figure 4.12: Grafico della variazione della resistenza

$$R(\theta) = R(T_0) e^{B \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)}$$

Il valore della resistenza lineare è qui positivo. Ricorriamo allo schema circuitale (f.11, 26.13), dove si è provveduto ad invertire la posizione della  $R_{lin}$  con  $R$  cosicchè la funzione di uscita risulti crescente con la temperatura. (diminuisce  $R$ , quindi aumenta la caduta di tensione su  $R_{lin}$ ,..... - situazione opposta a prima) fig.26.8 : PTC — 26.13 : NTC.

## 4.5 Circuiti di compensazione e misura per sensori resistivi al platino

Consideriamo inizialmente la variazione di resistenza del rame e del platino, il primo mostra una concavità verso l'alto, il secondo verso il basso  $\Rightarrow$  la resistenza di linearizzazione del platino dovrebbe essere minore di zero:



Consideriamo il seguente schema :

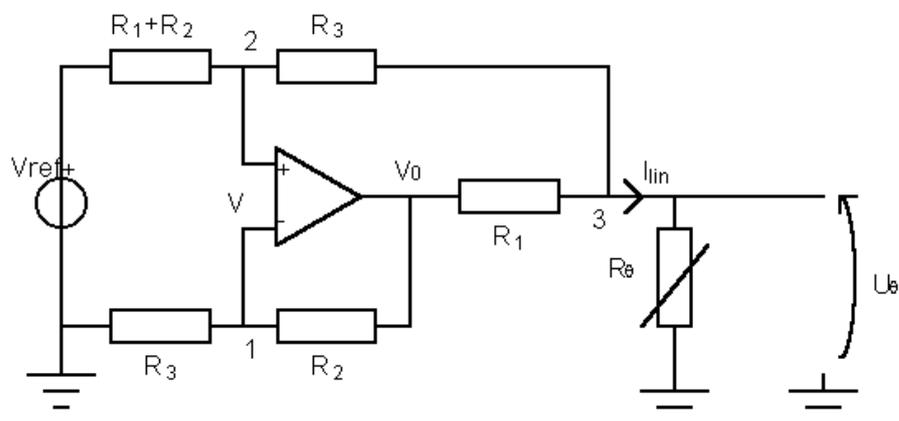


Figure 4.13:

Tutto ciò serve per realizzare la resistenza lineare negativa : a questo schema seguirà quello di misura visto in precedenza. Al nodo 1 abbiamo che :

$$\frac{V_0 \Leftrightarrow V}{R_2} = \frac{V}{R_3}$$

Al nodo 2 :

$$\frac{V_{ref} \Leftrightarrow V}{R_1 + R_2} = \frac{V \Leftrightarrow U_\theta}{R_3}$$

Al nodo 3 :

$$\frac{V_0 \Leftrightarrow U_\theta}{R_1} + \frac{V \Leftrightarrow U_\theta}{R_3} = I_{lin}$$

Abbiamo poi che

$$I_{lin} = \frac{V_{ref}}{R_1} + \frac{R_2^2 \Leftrightarrow R_3^2}{R_1 R_3 (R_2 + R_3)} U_\theta$$

se  $R_2 = R_3$  l'impedenza è nulla (rispetto a  $U_\theta$ ), mentre per  $R_2 > R_3$  abbiamo la resistenza negativa.

$$r_{diff} = \Leftrightarrow \frac{\Delta U_\theta}{\Delta I_{lin}} = \Leftrightarrow \frac{R_1 R_3 (R_2 + R_3)}{R_2^2 \Leftrightarrow R_3^2} = +R_{lin} \quad \leftarrow \text{determinata secondo il criterio di compensazione}$$

$$\left[ V_{ref} \Leftrightarrow R_{lin} I_{lin} = U_{\theta} \ ; \ \Delta V_{ref} \Leftrightarrow R_{lin} \Delta I_{lin} = \Delta U_{\theta} \ ; \ R_{lin} = \Leftrightarrow \frac{\Delta U_{\theta}}{\Delta I_{lin}} \right]$$

Realizziamo la sorgente di tensione compensata:

## 4.6 Transistori come sensori di temperatura

(f. 11, 26.14)

La variazione di  $U_{BE}$  (opposta a quella in figura) con la temperatura è di  $\Leftrightarrow \frac{2mV}{^{\circ}K}$ . Questa relazione è molto variabile da un transistor all'altro, quindi si renderà necessario uno schema più elaborato: f.11, 26.16 (consideriamo tensioni opposte a quelle indicate nel grafico).  $I_c = (\text{area emettitore})(\text{corrente di saturazione}) \exp(U_{be}/V_t)$ .

$$\begin{aligned} I_c &= A J_{cs} e^{\frac{U_{BE}}{V_T}} & V_T &= \frac{kT}{q} \\ \Delta U_{BE} &= U_{BE2} \Leftrightarrow U_{BE1} = V_T \ln \left( \frac{I_{c2}}{J_{cs} A_2} \right) \Leftrightarrow V_T \ln (I_{c1} J_{cs} A_1) \\ \Delta U_{BE} &= V_T \ln \left( \frac{I_{c2} A_1}{I_{c1} A_2} \right) = V_T \ln \left( \frac{A_1}{A_2} \right) \\ \Delta U_{BE} &= V_T \ln \left( \frac{A_1}{A_2} \right) = \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{A_1}{A_2} \right) = \frac{k300^{\circ}}{q} \frac{T}{300^{\circ}} \ln \left( \frac{A_1}{A_2} \right) \\ A_1 &= 10 A_2 \implies \ln \left( \frac{A_1}{A_2} \right) = 2.3 \\ \Delta U_{BE} &= 200 \left( \frac{\mu V}{^{\circ}K} \right) \end{aligned}$$

Ai capi di  $R_2$  ho una caduta  $2R_2 I_c = 10I_c R_1 = 10\Delta U_{BE}$

$$U_{temp} = 2 \left( \frac{mV}{^{\circ}K} \right) T$$

Quando  $T = 273^{\circ}K = 0^{\circ}C \implies U_{temp} = 546mV$

Questo circuito può essere utilizzato per la misura di temperatura, in particolare come sorgente di una tensione proporzionale alla temperatura. Vorremmo in particolare che  $U_{temp}$  sia nulla a zero  $^{\circ}C$ .

$$\begin{aligned} \frac{dU_{BE}}{dT} &= \frac{U_{BE}}{T} \Leftrightarrow \frac{U_{BG}}{T} \\ (U_{BG} &= \text{U Band Gap - banda proibita}) \\ U_{BE} &= U_{BG} \Leftrightarrow 2 \left( \frac{mV}{^{\circ}K} \right) T \\ U_{ref} &= U_{temp} + U_{BE} = U_{temp} + U_{BG} \Leftrightarrow 2 \left( \frac{mV}{^{\circ}K} \right) T \end{aligned}$$

(dimensionamenti tali che  $U_{temp} = \frac{2mV}{^{\circ}K}$ )

$$\implies U_{ref} = U_{BG}$$

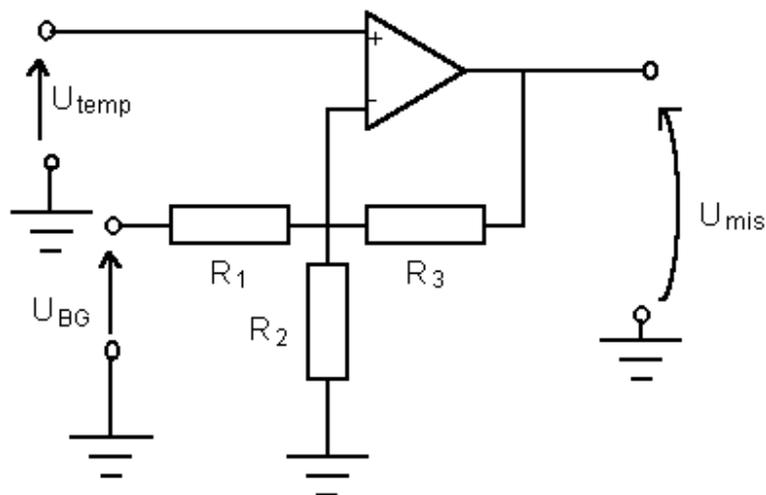


Figure 4.14: Circuito che realizza una proporzionalità con i gradi centigradi

Abbiamo a disposizione sul circuito un valore della tensione pari ad  $U_{BG}$ , questo ci da una tensione di riferimento : possiamo usare la sorgente costante  $U_{BG}$  e la tensione variabile  $U_{temp}$  per ottenere il circuito che realizza una proporzionalità con i gradi centigradi :

$$\frac{U_{BG} \Leftrightarrow U_{temp}}{R_1} = \frac{U_{temp}}{R_2} + \frac{U_{temp} \Leftrightarrow U_{mis}}{R_3}$$

$$U_{mis} = R_3 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) U_{temp} \Leftrightarrow \frac{R_3}{R_1} U_{BG}$$

Voglio  $U_{mis} \propto 10 \frac{mV}{^\circ C} T$  e  $U_{mis} = 0$  per  $T = 273^\circ K$ .

$$R_3 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = 5$$

$$U_{mis} = 5U_{temp} \Leftrightarrow 2.22U_{BG}$$

## 4.7 Sensori di pressione

$$1 \text{ Pascal} = [Pa] = \frac{1 \text{ Newton}}{1 \text{ metro}^2} = \left[ \frac{N}{m^2} \right], \quad \text{Bar} \cong 10^5 \text{ Pa}$$

Tipicamente nei sensori di pressione si impiegano tre passaggi di grandezza fisica :

Pressione  $\rightarrow$  Deformazione  $\rightarrow$  Variazione di Resistenza  $\rightarrow$  Variazione di tensione

(nella fotocopia 12, fig. 26.34 a e b si notano rispettivamente un sensore di pressione differenziale e uno di pressione assoluta; in fig. 26.35 a e b è indicato un tipo di sensore composto da un filo a serpentina saldato ad un substrato ed integrato sulla superficie di un diaframma il quale è in grado di deformarsi, e di trasmettere al filo un effetto di allungamento o accorciamento che ne varia la resistenza; in fig. 26.36 è mostrato un circuito a ponte per la misura della pressione con il dispositivo di fig. 26.35).

## 4.8 Variazioni di resistenza indotte da deformazioni

Esponiamo alcuni richiami di teoria dell'elasticità :

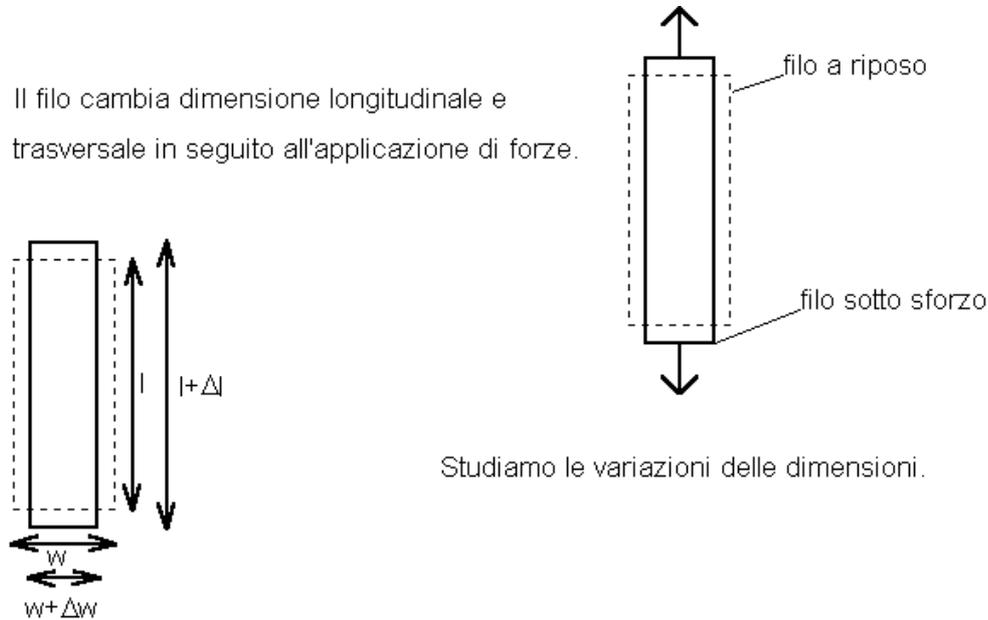


Figure 4.15: Richiami di teoria dell'elasticità

Nel regime elastico l'allungamento è proporzionale alla forza per unità di superficie ed alla lunghezza.

$$\Delta l = \frac{1}{E} \left( \frac{F}{S} \right) l$$

$\frac{1}{E}$  =coefficiente di allungamento, E=modulo di Young (di allungamento).

$$[E] = \frac{\text{Forza}}{\text{Superficie}} = \frac{N}{m^2}$$

(per  $\frac{F}{S} = E$ , in regime elastico,  $\Delta l = l \implies$  raddoppio l)

Per ogni dimensione lineare trasversale (della *base* del filo) vale :

$$\Delta w = \Leftrightarrow \frac{1}{B} \left( \frac{F}{S} \right) w$$

$\frac{1}{B}$  =coefficiente di contrazione, B=modulo di contrazione trasversale.

Si definisce un rapporto tra la variazione trasversale e longitudinale :

$$v = \frac{\left( \Leftrightarrow \frac{\Delta w}{w} \right)}{\frac{\Delta l}{l}} = \frac{\frac{1}{B}}{\frac{1}{E}} = \frac{E}{B} = \text{fattore - rapporto di Poisson}$$

*Nota*

Consideriamo il volume del filo (ad esempio a sezione circolare -  $w$ =diametro). Il volume è uguale a

$l\pi\left(\frac{w}{2}\right)^2$ . Consideriamo le variazioni di volume conseguenti alla deformazione:

$$\begin{aligned}\Delta V &= \Delta l \pi \left(\frac{w}{2}\right)^2 + l \pi \frac{w}{2} \Delta w \\ \frac{\Delta V}{V} &= \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta w}{w} = (1 \Leftrightarrow 2\nu) \frac{\Delta l}{l}\end{aligned}$$

Se  $\nu$  è pari ad  $\frac{1}{2}$  allora  $\Delta V = 0$ . E', questa, un'indicazione sul significato del fattore di Poisson. Se  $\nu < 0.5$  il volume del filo teso è aumentato rispetto a quello iniziale.

- Acciaio :  $\nu=0.3$
- Gomma :  $\nu = 0.48-0.50$

$$\begin{aligned}R_{filo} &= \rho \frac{l}{A} \\ \Delta R &= \left(\frac{\partial R}{\partial l}\right) \Delta l + \left(\frac{\partial R}{\partial A}\right) \Delta A + \left(\frac{\partial R}{\partial \rho}\right) \Delta \rho = \frac{\rho}{A} \Delta l \Leftrightarrow \frac{\rho l}{A^2} \Delta A + \frac{l}{A} \Delta \rho \\ \frac{\Delta R}{R} &= \frac{\Delta l}{l} \Leftrightarrow \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad A = wt = \text{larghezza} \cdot \text{spessore} \\ \frac{\Delta A}{A} &= \frac{\Delta w}{w} \Leftrightarrow \frac{\Delta t}{t} = \Leftrightarrow 2\nu \frac{\Delta l}{l} \\ \frac{\Delta R}{R} &= (1 + 2\nu) \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad \frac{\Delta l}{l} = e_L = \text{deformazione longitudinale} \\ \frac{\Delta R}{R} &= \underbrace{\left[ (1 + 2\nu) + \frac{\Delta \rho / \rho}{e_L} \right]}_G e_L\end{aligned}$$

$G$ =fattore di *calibro* della resistenza  $R$ ; fornisce il rapporto tra la variazione relativa di resistenza e la deformazione longitudinale (variazione relativa di lunghezza).

$$G_{metallo} = \left[ \left( 1 + 2 \underbrace{\nu}_{\simeq 0.3} \right) + \underbrace{\frac{\Delta \rho / \rho}{e_L}}_{\simeq 0.4} \right] \simeq 2$$

$\frac{\Delta l / l}{e_L}$  = variazione di resistività in funzione della deformazione : **piezoresistività** (piccola nei metalli).

$$G_{semiconduttori} = \left[ \left( 1 + 2 \underbrace{\nu}_{\simeq \text{come nei metalli}} \right) + \underbrace{\frac{\Delta \rho / \rho}{e_L}}_{\pm 100-200, +tipop, -tipon} \right]$$

La  $\frac{\Delta \rho}{\rho}$  nei semiconduttori dipende dalla struttura a bande, legata a sua volta alle dimensioni del reticolo cristallino. Si modifica la mobilità ed il numero di portatori, deformando il cristallo. Questi effetti

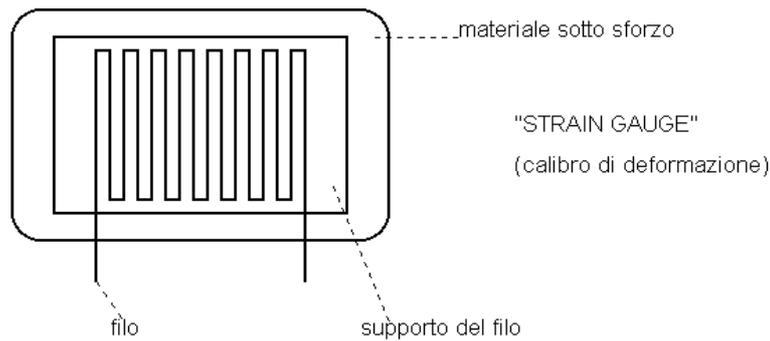


Figure 4.16: STRAIN GAUGE

vengono utilizzati su fili sottili lunghi, disposti a serpentina su un supporto legato ad un materiale campione sotto sforzo.

Il filo segue le deformazioni del materiale. Strain Gauge :

- metallici : meno sensibili, ma meno influenzati dalla temperatura
- a semiconduttore : più sensibili, ma più influenzati dalla temperatura (specialmente  $\rho$ )

Si ricorre a schemi di compensazione, sovente integrati nello stesso chip dove alloggia il sensore (in generale la temperatura influenza  $t, l, w$  e  $\rho$ ).

**Geometria dello strain gauge :**

- La disposizione a serpentina aumenta il valore assoluto della variazione di resistenza, aumentando la sensibilità alle deformazioni verticali (in figura) e non a quelle orizzontali. Orientiamo la serpentina nella direzione della deformazione interessata.
- La deformazione induce una grande variazione di resistenza :  $\frac{\Delta R}{R} = Ge_l$  : a pari variazione relativa,  $\Delta R$  aumenta molto.

## 4.9 Piezoelettricità

$e_L = (\text{coefficiente di allungamento}) \cdot (\text{sforzo}) = s \cdot z$ . Polarizzazione elettrica :

$$P = \chi \varepsilon_0 E \quad (\chi \text{ suscettività dielettrica, } E \text{ campo elettrico})$$

Induzione elettrica :

$$D = \varepsilon_r \varepsilon_0 E \quad (\varepsilon_r \text{ costante dielettrica relativa})$$

$$D = P + \varepsilon_0 E$$

$e_L$  = deformazione del reticolo cristallino.

P = polarizzazione delle cariche positive-negative nel reticolo cristallino.

Quando un corpo viene deformato si spostano gli atomi, quando viene polarizzato, le cariche. Sono vere le seguenti relazioni :

$$P = \chi \varepsilon_0 E + dz \quad \text{effetto piezoelettrico DIRETTO}$$

$dz$ =eventuale contributo a  $P$  per deformazione del reticolo cristallino sotto l'azione dello sforzo  $z$ .

Se questo contributo è presente, il campo elettrico che sposta le cariche può corrispondentemente indurre uno spostamento.

$$e = sz + dE \quad \text{effetto piezoelettrico INVERSO}$$

$de$ =eventuale contributo alla deformazione del reticolo cristallino per l'azione del campo  $E$ ;  $d$  è lo stesso di prima : se c'è il contributo prima menzionato allora c'è anche questo e viceversa.

L'effetto piezoelettrico è presente soltanto nei materiali cristallini con basso grado di simmetria ; ovvero se il reticolo presenta una disposizione simmetrica delle cariche , la deformazione non induce alcun effetto :

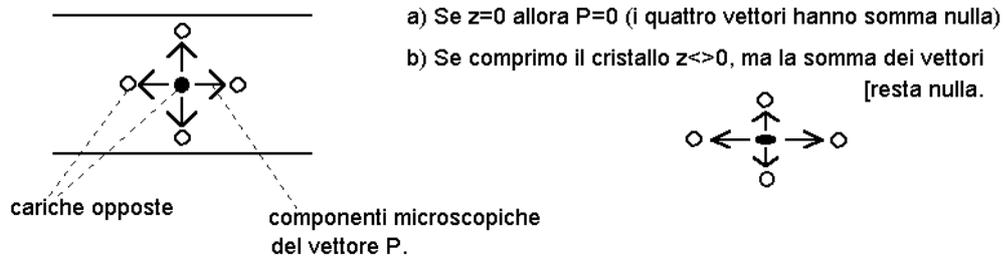


Figure 4.17:

Qualora la situazione non sia simmetrica (o sia a basso grado di simmetria), con caratteristiche di tipo ionico, la struttura deformata non è più bilanciata elettricamente.

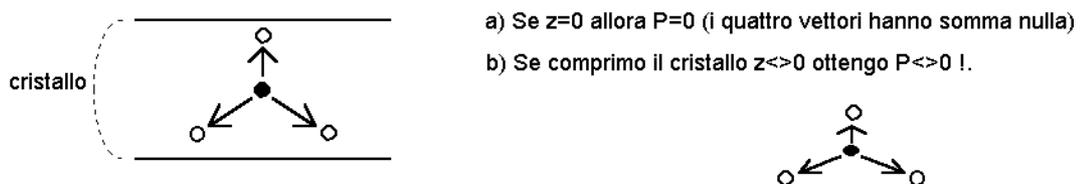


Figure 4.18:

Il silicio non è piezoelettrico, lo sono il quarzo, la tormalina, il sale di Rochelle,...

$$[Z] = \frac{N}{m^2}$$

$$[P] = \frac{\text{Coulomb}}{m^2}$$

$$[d] = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Newton}} = \frac{\text{Coulomb Volt}}{\text{Newton Volt}} = \frac{J}{N \cdot V} = \frac{m}{V}$$

$$[e] = \text{adimensionale}$$

$$[E] = \frac{V}{m}$$

$$[d] = \frac{m}{V}$$

		$d$	$\epsilon_r$	Modulo di Young
(naturali)	Quarzo	$2.3 \cdot 10^{-12}$	4.5	$80 \cdot 10^9$
	Tormalina	$1.9 \div 2.4^{(*)} \cdot 10^{-12}$	6.6	$160 \cdot 10^9$
(artificiali- ceramiche piezoelettriche)	Titanato di Pb	$265 \cdot 10^{-12}$	2500	$79 \cdot 10^9$
	Niobato di Pb	$80 \cdot 10^{-12}$	250	$47 \cdot 10^9$

(\*) a seconda degli orientamenti del cristallo

Figure 4.19: Materiali piezoelettrici

### 4.10 Dispositivi piezoelettrici

Ricaviamo il circuito equivalente di un dispositivo piezoelettrico.

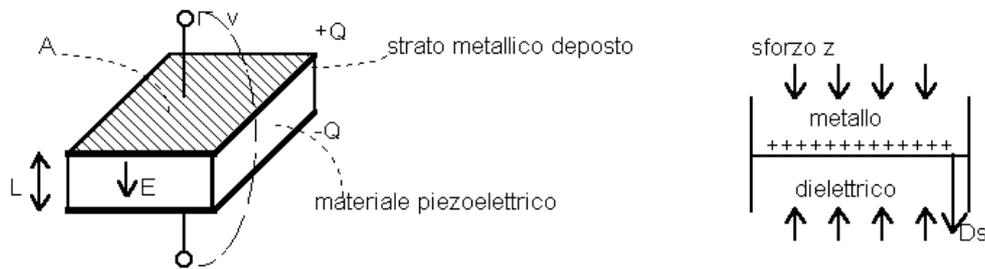


Figure 4.20: Dispositivo piezoelettrico

La carica superficiale che si localizza sulla superficie del cristallo è di valore uguale alla componente normale del vettore D.  $D_s =$  densità di carica superficiale. Nel nostro caso  $D_s = D$ .

$$Q = (\text{densità di carica})(\text{area}) = D_s A = A(\epsilon_r \epsilon_0 E + dz) = \epsilon EA + dzA$$

Assumo che il campo elettrico sia uniforme :

$$Q = \epsilon El \frac{A}{l} + dzA = \epsilon \frac{A}{l} v + dzA$$

$\epsilon \frac{A}{l}$  è una capacità  $\implies Q = CV + dzA$ .

$zA =$  forza totale applicata al dispositivo = F.

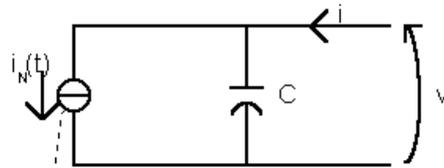
$$Q = CV + dF$$

Questa relazione vale ancora se le grandezze sono variabili nel tempo.

$$Q(t) = Cv(t) + df(t)$$

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} + d \frac{df(t)}{dt}$$

Interpretiamo circuitalmente questa relazione :



generatore indipendente di corrente, funzione delle variazioni temporali della forza applicata  $f(t)$ .

Figure 4.21: Schema elettrico

Se non è applicata forza  $i_N(t) = 0$ .

$$i_N(t) = d \frac{df(t)}{dt}$$

Aspetti dinamici dell'effetto piezoelettrico : l'effetto piezoelettrico è associato a moti del cristallo , a vibrazioni del reticolo cristallino , quindi abbiamo fenomeni di inerzia e di attrito viscoso.

$$F(\text{esterne, elastiche, attrito}) = ma$$

$$\underbrace{m \frac{d^2x}{dt^2}}_{\text{inerzia}} + \underbrace{\lambda \frac{dx}{dt}}_{\text{attrito viscoso}} + \underbrace{kx}_{\text{elastica}} = F_{\text{esterna}}$$

( $x$  è lo scostamento dalla posizione di equilibrio)

$$\underbrace{\frac{m}{k}}_{\frac{1}{\omega_n^2}} \frac{d^2x}{dt^2} + \underbrace{\frac{\lambda}{k}}_{\frac{2\xi}{\omega_n}} \frac{dx}{dt} + x = \frac{F_{\text{est}}}{k}$$

$\omega_n$  = pulsazione caratteristica,  $\xi$  = coefficiente di smorzamento. Applicando la trasformata di Laplace :

$$x(s) = \frac{\frac{1}{k}}{1 + s \frac{2\xi}{\omega_n} + \frac{s^2}{\omega_n^2}} F_{\text{est}}(s) = G(s) \frac{1}{k} F_{\text{est}}(s)$$

La deformazione del cristallo segue dunque le leggi di oscillazione meccanica con smorzamento. Valori tipici del materiale piezoelettrico sono :  $\omega_n = 2\pi f_n$  ,  $f_n = 27\text{kHz}$  ,  $\xi = 0.01$ .

Questo porta ad avere una risposta oscillatoria stabilizzata :

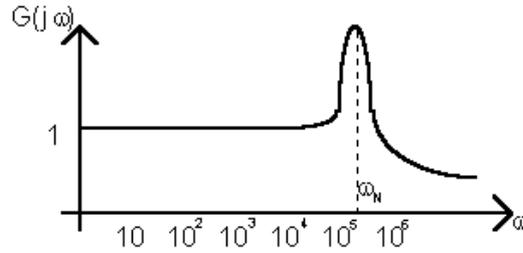


Figure 4.22: Risposta oscillatoria stabilizzata

Tenendo conto della presenza della capacità nel nostro circuito, determiniamo il valore di  $i$  e  $Q$ .

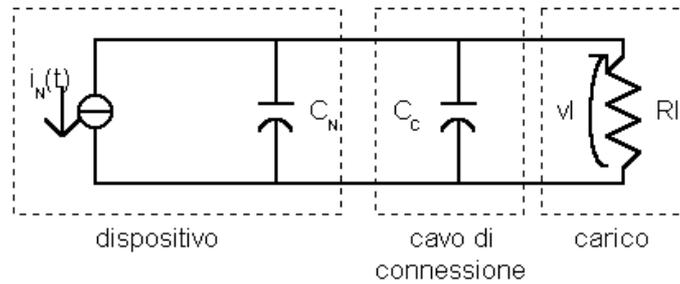


Figure 4.23:

Valori tipici :  $C_N = 1600pF, C_c = 600pF, R_L = 1M\Omega$ .

$$V_L(s) = \Leftrightarrow I_N(s) \frac{1}{\left[\frac{1}{R_L} + s(C_N + C_c)\right]} = \Leftrightarrow \frac{R_L}{1 + sR_L(C_N + C_c)} I_N(s)$$

Con i valori dati :  $2\pi R_L(C_N + C_c) = (72Hz)^{-1} \implies$  abbiamo un limite in frequenza.

Relazione corrente-forza :

$$I_N(s) = K \underbrace{\left(\Leftrightarrow \frac{1}{k}\right)}_d sG(s)F(s) = dsG(s)F(s) \quad (I_N = K \frac{dx}{dt})$$

$$V_L(s) = d \frac{sR_L}{1 + sR_L(C_N + C_c)} G(s)F(s) \implies V_L(s) = \frac{d}{(C_N + C_c)} \frac{s\tau}{1 + s\tau} G(s)F(s)$$

Possiamo estendere il funzionamento alle basse frequenze con il seguente schema:

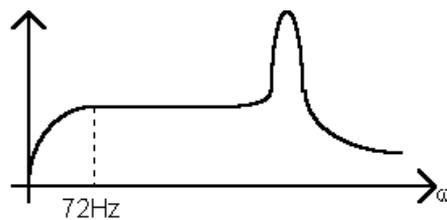


Figure 4.24:

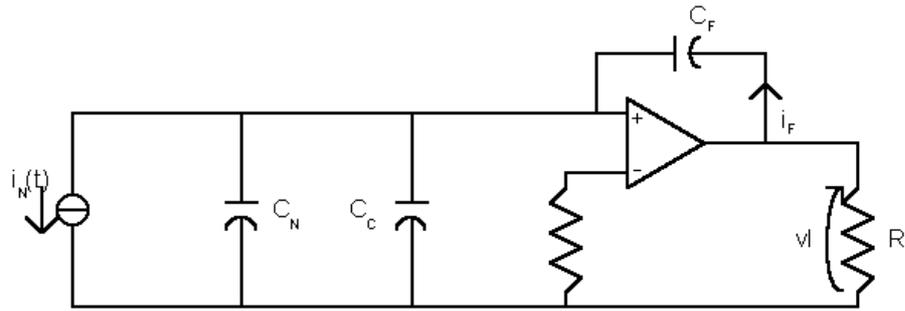


Figure 4.25:

$$V_L s C_F = i_F = i_N = dsF(s)$$

$$\Rightarrow V_L = \frac{d}{C_F} F(s) = sQ \text{ proporzionale alla forza, ovvero alla carica localizzata}$$

Se poniamo una resistenza in parallelo a  $C_f$  (es 100M) per avere un percorso verso massa, introduciamo una costante di tempo di qualche secondo estendiamo alle basse frequenze l'impiego del trasduttore. Complessivamente il trasduttore piezoelettrico correla la forza applicata  $F$  alla tensione  $V_L$ . Il campo di frequenze si estende da alcuni Hz ( $\frac{1}{\tau f}$ ,  $\tau f = R_f C_f$ ) ad alcuni kHz ( $\omega n$ ).

*Fotocopia 13 : fig.8.12 a)..d) sistemi di misura di accelerazione lineare , pressione, accelerazione angolare, torsione, con le relative funzioni di trasferimento nel dominio di Laplace. fig.8.13 a)...d) Esempi di applicazione degli strain gauges per la misura di deformazione di una mensola (cantilever), la deformazione longitudinale e trasversale di un pilastro, per la misura di coppia e di accelerazione.*

## 4.11 Accelerometri

Facciamo riferimento alla *fig.8.12 a)* ; osserviamo il moto relativo di una massa connessa elasticamente ad un contenitore: sono rappresentate simbolicamente le forze che si scambiano tra la massa  $m$  ed il contenitore stesso. Consideriamo il moto rispetto ad un osservatore inerziale esterno :

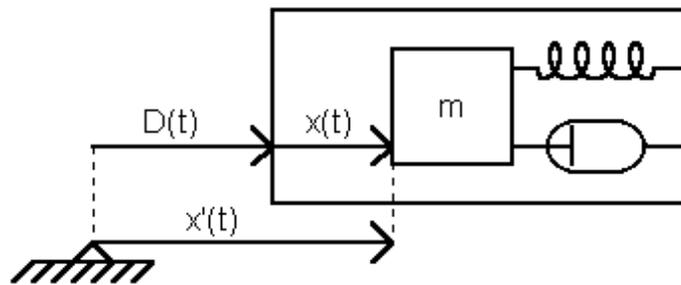


Figure 4.26:

$$X x'(t) = x(t) + D(t)$$

$$\frac{d^2 x'(t)}{dt^2} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \underbrace{\frac{d^2 D(t)}{dt^2}}_{a(t)}$$

Equazione del moto della massa  $m$  nel riferimento inerziale :

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 x'(t)}{dt^2} &= F \\ m \frac{d^2 x'(t)}{dt^2} &= F \Leftrightarrow ma \\ m \frac{d^2 x'(t)}{dt^2} &= F + F_{pseudo} \quad (*) \end{aligned}$$

(\*) equazione del moto nel sistema non inerziale dove compare la pseudo forza  $F_{pseudo} = \Leftrightarrow ma$

Il moto della massa relativo al contenitore è descritto da :

$$F = \text{forza elastica} + \text{forza d'attrito} = \Leftrightarrow kx \Leftrightarrow \lambda \frac{dx}{dt}$$

$$m \frac{d^2 x'(t)}{dt^2} + \lambda \frac{dx}{dt} + kx = F_{pseudo} = \Leftrightarrow ma(t)$$

Il moto relativo massa-contenitore è un moto inerziale smorzato elastico sotto una forza proporzionale all'accelerazione.

$$a(t) = 0 \implies x = \text{cost}$$

$$\frac{m}{k} = \frac{1}{\omega_n^2}, \quad \frac{\lambda}{k} = \frac{2\xi}{\omega_n} \implies \frac{x(s)}{a(s)} = \frac{\Leftrightarrow \frac{1}{\omega_n^2}}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n}s + \frac{1}{\omega_n^2}s^2}$$

Aumentando la massa aumenta la sensibilità ma diminuisce la frequenza di funzionamento. *fig.3.17 Mensola utilizzabile all'interno di uno strumento di misura di deformazione o di un accelerometro; fig.3.25 Accelerometro di tipo integrato : la massa di silicio (grigia) si deflette e varia la propria resistività.*

## 4.12 Elementi capacitivi sensibili allo spostamento

(*fig.15 fig.8.5*)

$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

Possiamo agire su  $A, d, \varepsilon$  per variare la capacità, ottenendo :

- agendo su  $A$

$$C = \varepsilon \frac{A \Leftrightarrow x w}{d} \quad (x = \text{spostamento}, w = \text{spessore})$$

- agendo su  $d$

$$C = \varepsilon \frac{A}{d + x}$$

- agendo su  $\varepsilon$

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_1 \frac{A_1}{d} w x + \varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{A_2}{d} w (l \Leftrightarrow x) = \frac{w}{d} \varepsilon_0 [\varepsilon_2 l \Leftrightarrow (\varepsilon_2 \Leftrightarrow \varepsilon_1) x]$$

Uno schema interessante è quello relativo alla variazione di  $d$  (f.15 fig.8.5) :

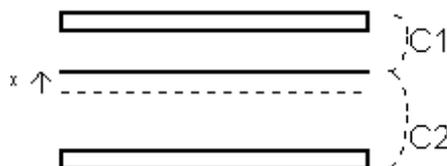


Figure 4.27: Schema relativo alla variazione di  $d$

$$C_1 = \frac{\varepsilon A}{d \Leftrightarrow x}, \quad C_2 = \frac{\varepsilon A}{d + x}$$

Se la misura di capacità è effettuata impiegando un ponte di Wheatstone...

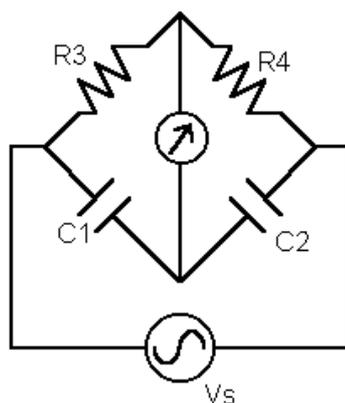


Figure 4.28: Misura della capacità usando un ponte di Wheatstone

... la tensione sullo strumento indicatore è

$$V_i = V_s \left[ \frac{C_2}{C_1 + C_2} \Leftrightarrow \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right]$$

Se  $R_1 = R_2$  e  $C_1, C_2$  sono quelle date :

$$V_i = V_s \left[ \frac{\frac{1}{d-x}}{\frac{1}{d+x} + \frac{1}{d-x}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \right] = V_s \frac{x}{2d} \Rightarrow \text{relazione lineare } \frac{V}{x}$$

Sensibilità :

$$\frac{\Delta V_i}{V_s} = \frac{\Delta x}{2d} \Rightarrow \Delta x = 2d \left( \frac{\Delta V_i}{V_s} \right)$$

Misurando direttamente la capacità, la sensibilità è

$$\Delta C = \Leftrightarrow \frac{\varepsilon A}{(d+x)^2} \Delta x = \Leftrightarrow \frac{\varepsilon A}{d} \frac{\Delta x}{d} \Rightarrow \Delta x = \Leftrightarrow d \frac{\Delta C}{C} \quad \left( \frac{\Delta C}{C} = \Leftrightarrow \frac{\Delta x}{d} \right)$$

*f.15 fig.8.5(\*\*) Strumento per la conversione : Pressione→Deformazione→Variazione di capacità fig.8.5(\*\*\*)  
Misura del livello di liquido (non conduttore, con costante dielettrica  $\varepsilon$ ):*

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon h}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)} + \frac{2\pi\varepsilon_0(l \Leftrightarrow h)}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)} + \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)}[l + (\varepsilon \Leftrightarrow 1)h]$$

Si può usare uno schema a ponte per tramutare in tensione la misura di capacità:

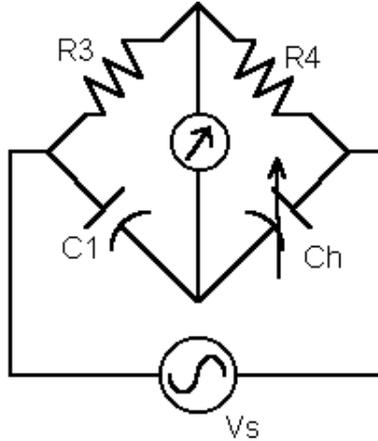


Figure 4.29: Schema a ponte per tramutare in tensione la misura di capacità

$$V_i = V_s \left[ \frac{C_h}{C_1 + C_h} \Leftrightarrow \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right]$$

Si sceglie che nella condizione di livello minimo :  $C_{h-min} \Rightarrow V_i = 0$  (ponte in equilibrio)  
 $\Rightarrow C_1 R_3 = C_{h-min} R_4 \quad Z_1 R_4 = Z_h R_3$

$$\Rightarrow V_i = V_s \left[ \frac{1}{1 + \frac{C_{min} R_4}{C_h R_3}} \Leftrightarrow \frac{1}{1 + \frac{R_4}{R_3}} \right]$$

Se inoltre poniamo  $\frac{R_4}{R_3} \gg 1$  possiamo scrivere la relazione come :

$$V_i = V_s \frac{R_3}{R_4} \left[ \frac{C_h}{C_{h-min}} \Leftrightarrow 1 \right]$$

Che dipende linearmente da h e da una relazione  $V_i$ -h lineare. Tutto ciò avviene a discapito della sensibilità poichè  $\frac{R_3}{R_4} \ll 1$ .

*f.15 8.5(#)* Condensatore per la misura di umidità.

## 4.13 Dispositivi di tipo induttivo per la misura dello spostamento

Facciamo riferimento al concetto di **circuito magnetico**. Pensiamo ad un anello di materiale magnetico, sul quale è avvolta una spira percorsa da corrente :

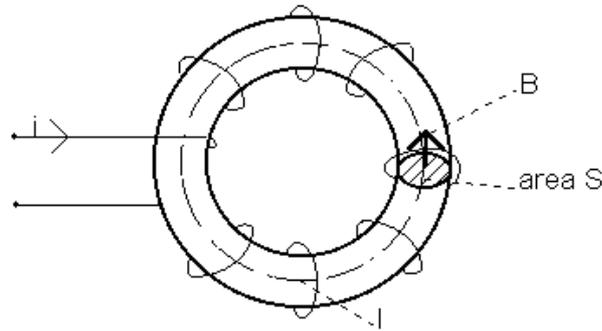


Figure 4.30: Anello di materiale magnetico avvolto da una spira percorsa da corrente

Se la permeabilità magnetica dell'anello è molto maggiore di quella dell'aria, il flusso disperso è circa nullo : le linee di flusso sono concentrate all'interno.

Flusso di induzione magnetica  $\Phi = SB = (B \perp S) = S\mu H$  ( $\mu$ =permeabilità magnetica).

Non abbiamo messo coordinate spaziali perchè il campo è uniforme lungo tutto l'anello. La circuitazione di H (prodotto H - spostamento) all'interno dell'anello è pari al numero di spire (n) concatenate per la corrente :

$$\oint \vec{H} d\vec{s} = ni \implies lH = ni \quad l = \text{lunghezza del percorso di integrazione}$$

$$\Phi = \frac{D\mu}{l} ni = \frac{1}{S\mu} ni$$

dove  $R = \frac{1}{S\mu}$  = RILUTTANZA del circuito magnetico.  $ni$  = forza magneto motrice.

Circuito magnetico	Circuito elettrico
$\Phi$	corrente
R	resistenza
ni	tensione

Dato un sistema magnetico - anche disomogeneo - individuato il flusso  $\Phi$  si può scrivere una relazione nella forma :

$$\underbrace{\sum n \cdot i}_{\text{forze magneto motrici}} = \Phi(R_1 + R_2 + \dots)$$

**Esempio** (f.15 8-6 b)

Abbiamo tre regioni :

	nucleo (core)	traferro(air gap)	armatura (armature)
Permeabilità	$\mu_c$	$\mu_o$	$\mu_a$
Riluttanza	$R_c$	$R_o$	$R_a$
Forza magneto-motrice	ni	0	0
Flusso	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$
Lungh./Sez.	$l_c, S_c$	$l_o, S_o$	$l_a, S_a$

$$\oint \vec{H} d\vec{s} = ni \implies H_c l_c + H_0 l_0 + H_a l_a = ni$$

$$\left( H_c = \frac{B_c}{\mu_c} = \frac{\Phi}{\mu_c S_c} ; B_c = \frac{\Phi}{S_c} \right)$$

$$\implies \Phi \left( \frac{l_c}{\mu_c S_c} + \frac{l_0}{\mu_0 S_0} + \frac{l_a}{\mu_a S_a} \right) = ni \Leftrightarrow \Phi (R_c + R_o + R_a) = ni$$

Lo spostamento da misurare modifica  $l_0 \implies$  modifica  $R_o$ .

$$L = \text{induttanza} = \frac{\text{Flusso concatenato}}{\text{Corrente}} = \frac{n\Phi}{i}$$

$$= \frac{n}{i} \left( \frac{ni}{R_c + R_o + R_a} \right) = \frac{n^2}{R_c + R_o + R_a} = \frac{n^2}{(R_c + R_a) + R_o(x)}$$

La variazione di  $x$  si riflette sull'induttanza ( $x = \frac{l_0}{2} = d$  - nel disegno 8-6)  $R_o$  dipende linearmente dalla lunghezza.

Abbiamo ottenuto una relazione tra la grandezza da misurare (spostamento) ed una grandezza elettrica misurabile (induttanza).

$$R_{totale} = R_c + R_o + R_a = (R_c + R_a) + \left( \frac{2}{\mu_t S_t} \right) x$$

(ricordiamo la relazione analitica  $R = \frac{1}{\mu S}$ , approssimata se il tubo di flusso non è a sezione uniforme S.)

$$\implies L = \frac{n^2}{(R_c + R_a) + \left( \frac{2}{\mu_t S_t} \right) x}$$

Con riferimento alla figura, diamo alcuni indici di grandezza :

- $n=500$  spire
- $R=2$  cm
- $r=0.5$  cm
- $t=0.5$  cm
- $\mu_c=100$

$$\implies (R_c + R_a) = 1.3 \cdot 10^7 \left[ \frac{1}{H} \right], \quad \frac{2}{\mu_0 S_t} = 2 \cdot 10^{10} \left[ \frac{1}{Hm} \right]$$

*f.16 fig.8.8 Misuratore di velocità angolare.* La variazione del flusso concatenato con la bobina avvolta sul magnete è dovuta alla variazione di posizione della ruota dentata; quando la bobina è vicino al dente

la riluttanza è elevata, viceversa è bassa. Il flusso varia in senso contrario alla riluttanza; la variazione di flusso genera una forza elettromotrice:

$$\begin{aligned} V &= \frac{d\Phi_{concat.}}{dt} \\ \Phi_{concat.} &= a + b \cos n\theta \quad (\text{a costante, } n = \# \text{ denti della ruota}) \\ V &= \Leftrightarrow bn \sin n\theta \frac{d\theta}{dt} \end{aligned}$$

Se  $\theta = \omega t \implies V = \Leftrightarrow bn\omega \sin n\omega t$ .

Sia l'ampiezza che la frequenza della forza elettromotrice variano con  $\omega$ . Si può dunque risalire alla misura di  $\omega$  misurando l'ampiezza o la frequenza (quest'ultima è meno affetta da errori e disturbi).

#### 4.14 Trasformatore differenziale per la misura di spostamenti lineari (LVDT)

(f.16 fig.8.7, f.14 fig.10.22)

Si fa riferimento alla posizione di un elemento magnetico che influenza l'accoppiamento primario-secondario del trasformatore; nella posizione centrale i due avvolgimenti (opposti fra loro) danno la stessa risposta. L'accoppiamento sarà migliore con  $V_1$  ( $V_2$ ) spostando l'elemento verso  $V_1$  ( $V_2$ ). La dipendenza dell'accoppiamento sullo spostamento è non lineare per grossi spostamenti. Si misurano così spostamenti da 0.25mm a 10cm con una relazione di linearità valida a meno di qualche punto percentuale.

#### 4.15 Sensori di umidità

Sono basati sull'influenza dell'assorbimento -adsorbimento (\*) - di vapore acqueo, sulle caratteristiche dielettriche o resistive del materiale impiegato; nel primo caso - il più comune - si studia una variazione di capacità, nel secondo una variazione di resistenza.

(\*) Si parla di adsorbimento con riferimento al fenomeno di legame delle particelle di gas o vapore al materiale, mediante forze fisiche e non chimiche, cioè senza reazione chimica.

E' possibile integrare un sensore di umidità capacitivo realizzando un condensatore con dielettrico a resina porosa in un circuito integrato (f.15,fig.8.5).

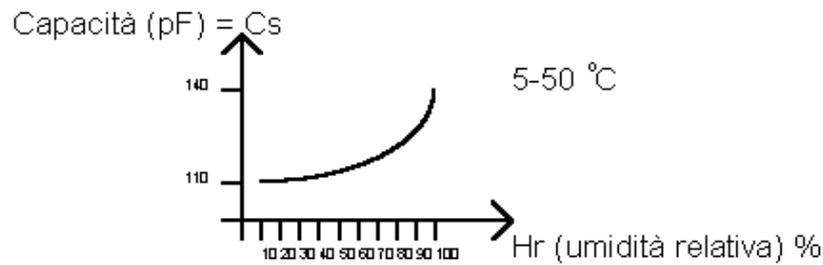


Figure 4.31: Grafico

$$C_s = C_0 \left[ 1 + 0.4 \left( \frac{H_r \%}{100} \right)^{1.4} \right] \quad \text{hbox (relazione empirica)}$$

$H_{ass}$  = umidità assoluta = densità di vapore acqueo =  $\frac{\text{quantità di vapore}}{\text{volume}}$ .

$H_r$  = umidità relativa =  $\frac{H_{ass}}{H_{ass-max}} \% = \frac{\text{quantità presente}}{\text{quantità massima che può essere presente}} \%.$

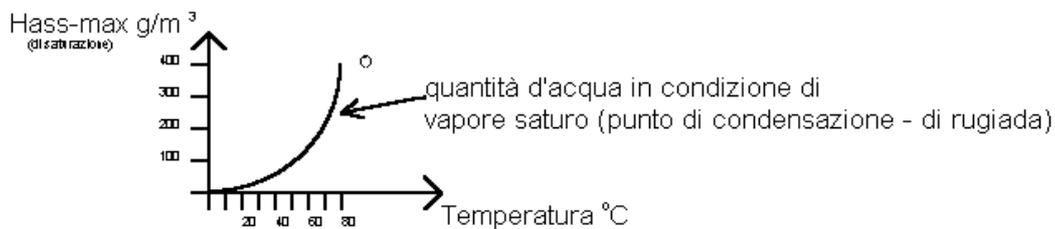


Figure 4.32:

L'umidità relativa è una frazione percentuale della massima quantità di vapore alla temperatura di lavoro.

Determinazione di  $H_r\%$  :

1. occorre conoscere la temperatura di lavoro.
2. dalle tabelle (curva (\*)) si determina Hass-max alla temperatura di lavoro.
3. si determina Hass : si raffredda l'aria nel suo contenitore finchè non si osserva l'inizio della condensazione, e si rileva la temperatura corrispondente a tale evento. Ancora dalle curve di saturazione si determina Hass.

Il rapporto tra le due quantità trovate fornisce  $H_r$ .

### Esempio

Lavoriamo a  $50^\circ \implies H_{sat(50)} = A.$

Raffreddando il campione ho condensazione a  $30^\circ \implies H_{sat(30)} = B.$

$$H_r = \frac{A}{B} \%$$

(Esistono dispositivi integrati che effettuano queste operazioni, raffreddando mediante effetto Peltier, ed individuando la condensazione grazie a misurazioni acustiche).

## 4.16 Oscilloscopio

Consideriamo la struttura dello strumento (*f.17 fig.11-1*).

(CRT = Cathode Ray Tube)

L'oscilloscopio da una rappresentazione luminosa su uno schermo di un diagramma XY bidimensionale. Tipicamente il segnale orizzontale è il tempo e quello verticale un segnale di cui si vuole studiare l'evoluzione; *in fig. 11-2 f.18 si vede la combinazione del segnale temporale e del segnale di ingresso*.

## 4.17 CRT

(*f.17 fig.9.1*) Possiamo distinguere 5 regioni : la prima regione è responsabile della generazione del fascio elettronico, segue una regione di focalizzazione (focusing), una regione di deflessione, poi di post-accelerazione, ed infine lo schermo.

1. La generazione del fascio elettronico comprende una struttura a triodo : c'è un catodo, una griglia ed un anodo. Il catodo è dotato di un filamento riscaldatore, tale che il materiale del catodo stesso (un ossido metallico) emetta elettroni per effetto termoionico. Questi elettroni vengono accelerati dall'anodo per avere un fascio elettronico con energia sufficiente a dar luogo ad effetti luminosi. La tensione di accelerazione è nell'ordine di 2kV. La griglia regola l'intensità del fascio ed ha potenziale inferiore a quello di catodo.
2. L'anodo è indicato con A1 : è forato per lasciar passare gli elettroni. Il fascio subisce una focalizzazione tramite le cosiddette *lenti elettrostatiche*, che hanno lo scopo di ridurre la divergenza del fascio, rendendo più nitido il punto sullo schermo.

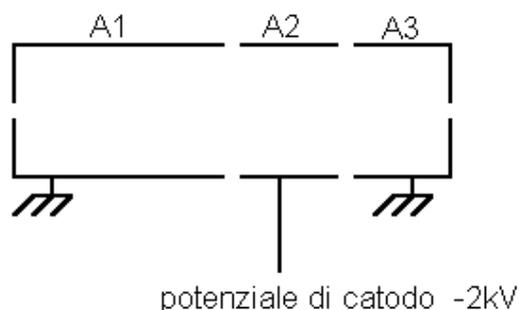


Figure 4.33:

3. La deflessione è verticale ed orizzontale. Nel nostro caso è realizzata con un campo elettrostatico tra due coppie di piastre di deflessione. Con riferimento alla *fig.5 f.19* analizziamo la deflessione