

Rappresentazione dei dati

Rappresentazione in virgola mobile

F. Tortorella

Corso di Calcolatori Elettronici

Università degli Studi
di Cassino

Rappresentazione in virgola mobile

- **Fissata la base B, il valore viene considerato nella forma $M \cdot B^E$ (notazione scientifica) ed è rappresentato tramite la coppia (M,E)**

Esempio: $22.315 = 0.22315 \cdot 10^2 \rightarrow (0.22315, 2)$

$10110.010 = 10.110010 \cdot 2^3 \rightarrow (10.110010, 11)$

- **Nel registro saranno quindi prefissate zone diverse per la mantissa e per l'esponente**

F. Tortorella

Corso di Calcolatori Elettronici

Università degli Studi
di Cassino

Rappresentazione in virgola mobile

Come si rappresentano M ed E ?

- **M**
 - numero reale
 - segno e modulo
 - virgola fissa
- **E**
 - numero intero con segno
 - eccessi
- **La disposizione nel registro facilita il confronto**



Intervallo di numeri rappresentabili

- **M** rappresentato su m bit con p cifra frazionarie
M: $0, 2^{-p}, 2 \cdot 2^{-p}, \dots, (2^m - 1) \cdot 2^{-p}$

- **E** rappresentato su e bit
E: $-2^{e-1}, \dots, +2^{e-1} - 1$

- $N_{\min} = M_{\min} \cdot 2^{E_{\min}} = 2^{-p} \cdot 2^{-2^{e-1}}$

- $N_{\max} = M_{\max} \cdot 2^{E_{\max}} = (2^m - 1) \cdot 2^{-p} \cdot 2^{+2^{e-1} - 1}$

Intervallo di numeri rappresentabili

- **Esempio:**
 - $m=23$ $p=23$
 - $e=8$
- $N_{\min} = 2^{-23} \cdot 2^{-128} \cong 3.5 \cdot 10^{-46}$
- $N_{\max} = (2^{23}-1) \cdot 2^{-23} \cdot 2^{127} \cong 1.7 \cdot 10^{+38}$

Rappresentazione normalizzata

- Con la virgola mobile non c'è unicità di rappresentazione:
$$N = M \cdot 2^E = (M \cdot 2) \cdot 2^{E-1} = (M \cdot 4) \cdot 2^{E-2} = (M/2) \cdot 2^{E+1}$$
- Quale scegliere ? Quella che massimizza la precisione:
prima cifra della mantissa diversa da 0
→ *rappresentazione normalizzata*

Rappresentazione normalizzata

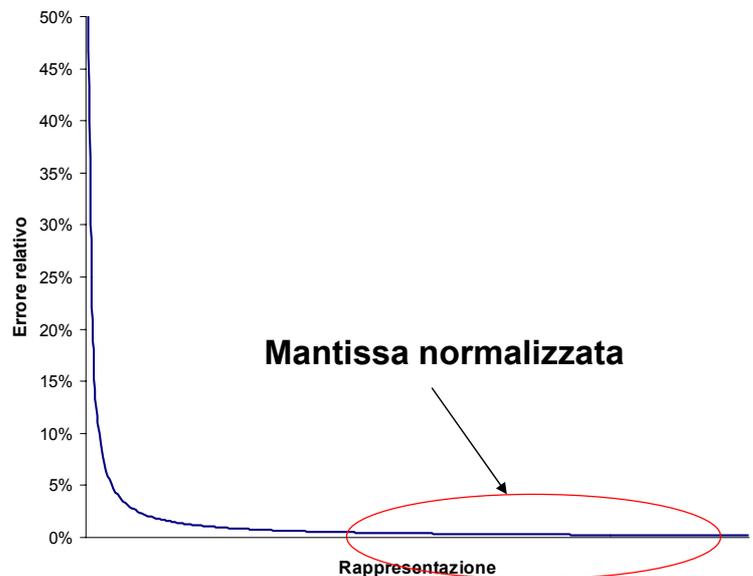
- **Esempio: N = 0.0003241892**
mantissa a 5 cifre decimali
- **Diverse rappresentazioni possibili:**
0.00032*10⁰
0.00324*10⁻¹
0.03241*10⁻²
0.32418*10⁻³ ← normalizzata

Rappresentazione normalizzata

- **L'intervallo di rappresentazione si modifica :**
 $N_{\min} = 2^{m-1} * 2^{-p} * 2^{-2^{e-1}}$
- **Esempio:**
 - m=23 p=23
 - e=8
- $N_{\min} = 2^{-23} * 2^{-128} \cong 3.5 * 10^{-46}$ (non normalizzata)
- $N_{\min} = 2^{22} * 2^{-23} * 2^{-128} \cong 1.5 * 10^{-39}$ (normalizzata)

Rappresentazione normalizzata

- **Valutiamo l'errore di approssimazione:**
 - Errore assoluto massimo:
 $Err_{max} = (2^{-p}/2)*2^E$
 - Errore relativo: $E_{rel} = Err_{max}/x$
- **Pro**
 - Maggiore precisione
- **Contro**
 - Underflow più facile



Lo standard IEEE754

- **Due formati**
 - 32 bit: 23 bit mantissa + 8 bit esp. + 1 bit segno
 - 64 bit: 52 bit mantissa + 11 bit esp. + 1 bit segno
- **Mantissa con *hidden bit***
 $N = (-1)^s * (1.M) * 2^{E-127}$
- **Esponente polarizzato**
 - I valori 0 e 255 sono riservati
- **Intervallo di rappresentazione**
 $1.8 * 10^{-38}, 3.4 * 10^{38}$
- **Underflow graduale, denormalizzazione**

Lo standard IEEE754

- Permette la rappresentazione di casi particolari:
 - NaN (0/0, sqrt(-2^k))
 - +∞, -∞

denormalizzato 

E	M	N
255	≠0	NaN
255	=0	$(-1)^s \infty$
0	0	0
0	≠0	$(-1)^s 2^{-126} (0.M)$