

Rappresentazione dei dati

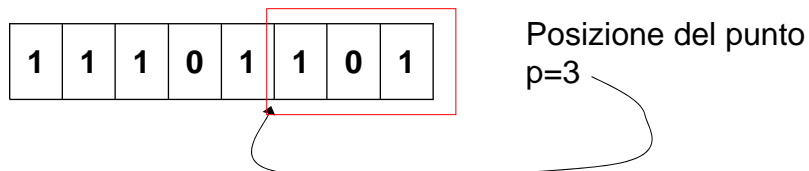
Rappresentazione in virgola fissa

Rappresentazione dei numeri reali

- **Come rappresentiamo 22.315 ?**
- **A differenza dei numeri interi, per rappresentare i numeri reali è necessario codificare la posizione del punto frazionario**
- **Due soluzioni:**
 - Codifica esplicita
 - Codifica implicita
- **Con la codifica esplicita dovremmo rappresentare sia il numero che il suo fattore di scala → antieconomico e complicato**

Rappresentazione in virgola fissa

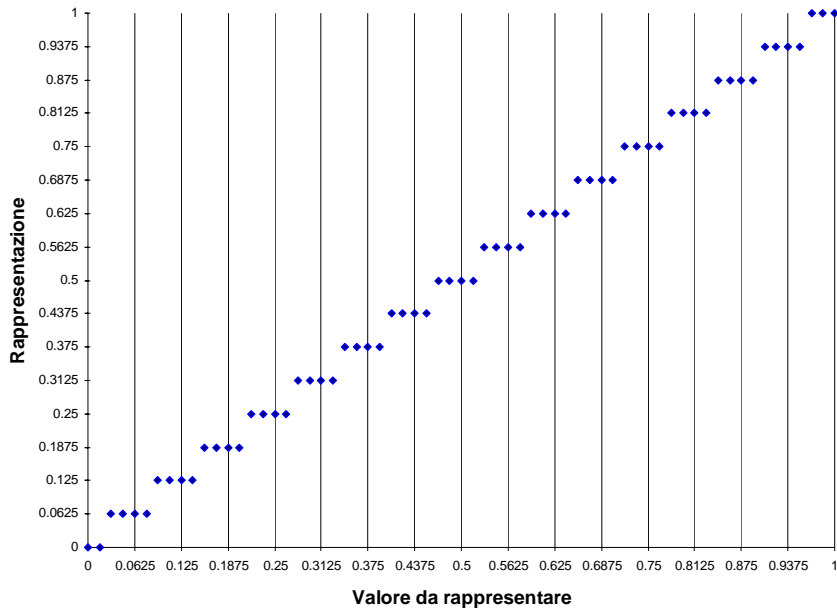
- Con la codifica implicita, si assume prefissata la posizione del punto all'interno del registro → **Rappresentazione in virgola fissa (fixed point)**
- Esempio:



il numero rappresentato è 11101.101

Rappresentazione in virgola fissa

- Con questa convenzione, il valore X rappresentato nel registro è $K \cdot 2^{-p}$, dove K è il valore che otterremmo se interpretassimo come un intero il contenuto del registro.
- Qual è l'insieme dei valori rappresentabili su un registro a N bit ?
 $K: 0, 1, 2, \dots, 2^N - 1 \rightarrow X: 0, 2^{-p}, 2 \cdot 2^{-p}, \dots, (2^N - 1) \cdot 2^{-p}$
- Esempio: $N=8, p=4$
 $X = 0, 0.0625, 0.125, 0.1875, \dots, 15.9375$



F. Tortorella

Corso di Calcolatori Elettronici

Università degli Studi
di Cassino

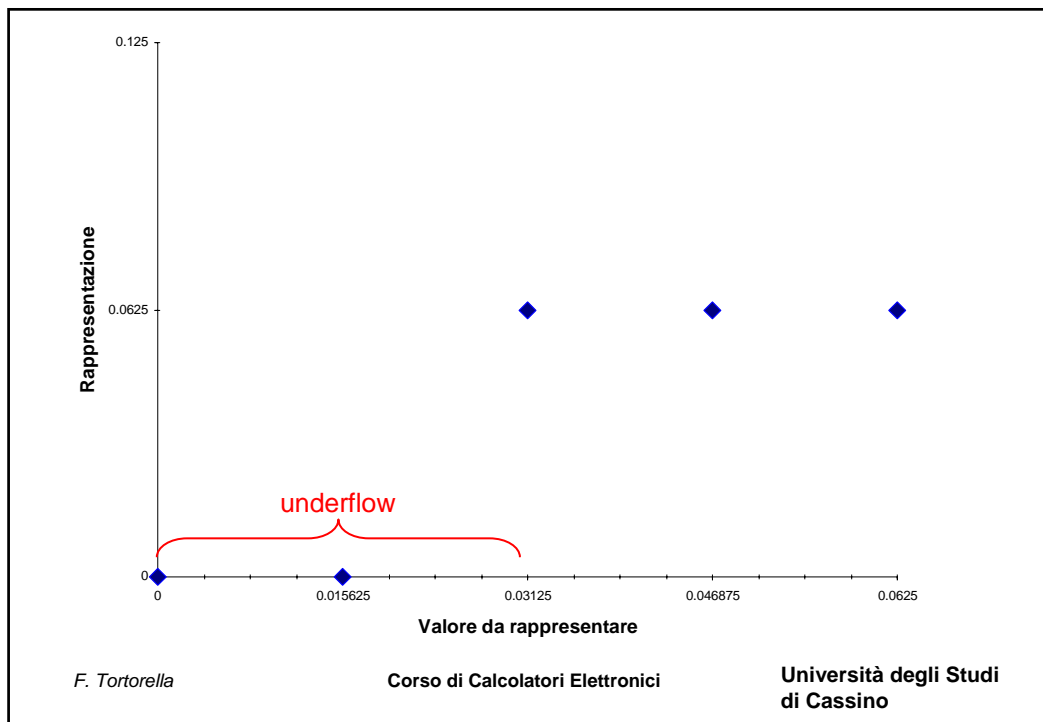
Rappresentazione in virgola fissa

- I numeri sono rappresentati con una certa approssimazione
 - Esempio: tutti i valori compresi tra 0.03125 e 0.09375 sono rappresentati da 0.0625
- Tutti i valori compresi tra 0 e 0.03125 sono rappresentati da 0.0000 → *underflow*

F. Tortorella

Corso di Calcolatori Elettronici

Università degli Studi
di Cassino



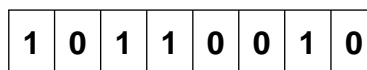
Rappresentazione di un numero in virgola fissa

Supponiamo di voler rappresentare il numero 22.315 in virgola fissa in un registro ad 8 bit con $p=3$.

Separiamo parte intera e parte frazionaria:

$$22_{10} \rightarrow 10110_2$$

$$0.315_{10} \rightarrow 0.010100\dots_2$$



Precisione della virgola fissa

- Quantifichiamo l'errore assoluto:

$$\text{Err}_{\max} = 2^{-p}/2 \rightarrow \text{per } p=4 \quad \text{Err}_{\max} = 0.03125$$

- Come fare per diminuire l'errore ?

basta aumentare p , ma qual è l'effetto sul range dei numeri rappresentabili ?

→ **compromesso tra range e precisione**

- Ricordiamo che $X: 0, 2^{-p}, 2^*2^{-p}, \dots, (2^N-1)*2^{-p}$

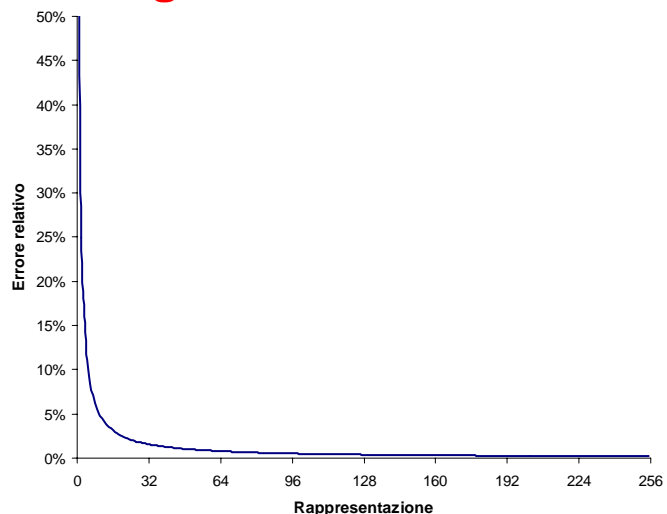
Precisione della virgola fissa

Il problema vero
è legato
all'errore
relativo:

$$E_{\text{rel}} = \text{Err}_{\max} / x$$



Alternative ?



Virgola fissa con segno

- La codifica dei numeri relativi in complementi alla base si applica in maniera immediata ai numeri reali rappresentati in virgola fissa.
- La rappresentazione di un numero reale con segno (N bit, punto in posizione p) si ottiene tramite la regola:

$$\begin{cases} R(x) & \text{se } x \geq 0 \\ b^{N-p}-R(|x|) & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

dove $R(x)$ è la rappr. in virgola fissa di x

Virgola fissa con segno

- In questo modo, l'intervallo dei numeri rappresentabili diventa:

$$[(-2^{N-1}) \cdot 2^{-p} \quad (+2^{N-1}-1) \cdot 2^{-p}]$$

oppure:

$$[-2^{N-p-1} \quad +2^{N-p-1} - 2^{-p}]$$

- Esempio (N=8, p=3):

$$[-2^{8-3-1} \quad +2^{8-3-1} - 2^{-3}]$$

$$[-16.000 \quad +15.875]$$

Virgola fissa con segno

Esempio (N=8, p=3):

$R(-3.7) = 2^5 - R(3.7) \rightarrow$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad - \\ \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \\ \hline R(-3.7) \rightarrow 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

Virgola fissa con segno

- Possiamo comunque applicare il criterio già visto per ottenere velocemente la rappresentazione in complementi alla base:
- Per ottenere $R(-3.7)$ si considera $R(3.7)$ e si complementa cifra per cifra aggiungendo 1 al bit meno significativo:

$$\begin{array}{r} R(3.7) \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad + \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 1 \\ \downarrow \\ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \end{array}$$