Elementi di geometria delle immagini digitali binarie

Adiacenza e connettività

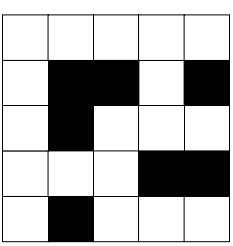
Componenti connessi

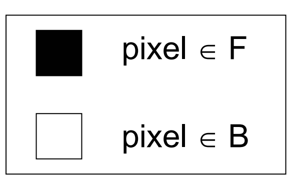
Distanze

Contorni

Immagini digitali binarie

In un'immagine digitale binaria I, sono individuabili due sottoinsiemi disgiunti di pixel (chiamiamoli F e B), individuati dai due diversi valori che questi possono assumere





Sussistono le seguenti relazioni:

- $F=\overline{B}$
- $I=F \cup B$

Punti 4-vicini

Un punto P=(x,y) appartenente ad un'immagine digitale binaria ha 4 punti vicini in orizzontale e in verticale

	(x-1,y)	
(x,y-1)	(x,y)	(x,y+1)
	(x+1,y)	

Tali punti si definiscono *4-vicini* (*4-neighbors*) di P e si dicono essere *4-adiacenti* a P.

Punti 8-vicini

Lo stesso punto P=(x,y) ha altri 4 punti vicini disposti in diagonale

(x-1,y-1)	**(x-1,y)**	**(x-1,y+1)**
(x,y-1)	**(x,y)**	**(x,y+1)**
(x+1,y-1)	**(x+1,y)**	**(x+1,y+1)**

Gli 8 punti evidenziati si definiscono definiscono *8-vicini* (*8-neighbors*) di P e si dicono essere *8-adiacenti* a P.

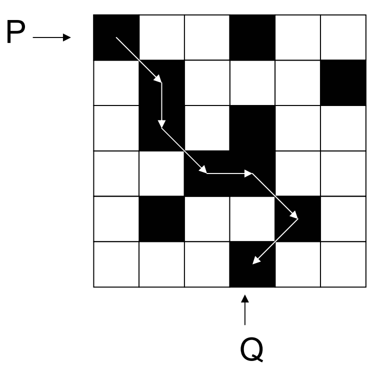
<u>Un punto 4-adiacente ad un punto P è anche 8-adiacente a P</u>.

Francesco Tortorella
Teoria e Tecniche di Interpretazione delle Immagini
A.A. 2002/2003

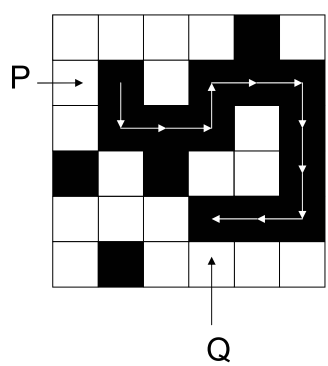
Connettività

- Un *percorso* (*path*) di lunghezza n da P a Q in I è una sequenza di punti $P=P_0,P_1,P_2,\dots,P_n=Q$ tale che P_i è un k-vicino di P_{i-1} $\forall$ $i=1,\dots n$
- A seconda del valore di k, si parla di *4-percorso* o di *8-percorso*
- Siano P e Q appartenenti ad uno stesso sottinsieme S di I (F o B). P si dice *k-connesso* a Q se esiste un k-percorso da P a Q formato interamente da punti appartenenti ad S.

Connettività



P è 8-connesso a Q



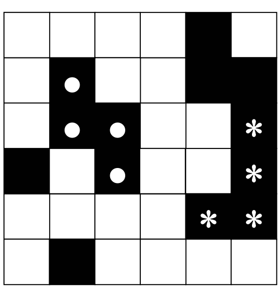
P è 4-connesso a Q

Se P è 4-connesso a Q, allora è anche 8-connesso a Q

Componenti

- Un insieme T di punti di F (B) si dice *k-connesso* se $\forall$ P,Q $\in$ T P è k-connesso a Q
- Un insieme T di punti di F (B) è una *k-componente* se:
  - T è un insieme k-connesso di F (B)
  - non esiste nessun punto X $\notin$T che sia k-adiacente ad un punto appartenente a T

Componenti



punti di T

T è un insieme 4-connesso
T è un insieme 8-connesso

T NON è un componente connesso

punti di Z

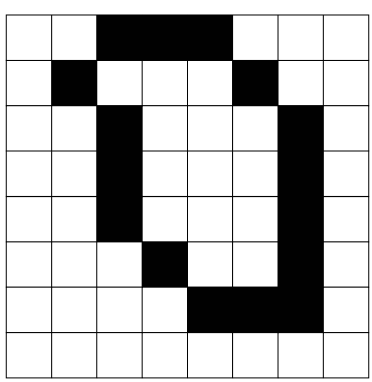
Z è un insieme 4-connesso
Z è un 4-componente connesso

Z NON è un 8-componente connesso

Scelta delle relazioni di adiacenza

- E' necessario adottare differenti relazioni di adiacenza per i punti di F ed i punti di B
- In altre parole, se si adotta la 8(4)-adiacenza per F, bisogna adottare la 4(8)-adiacenza per B
- Lo scopo di questa (bizzarra) decisione è quello di evitare paradossi topologici.

Scelta delle relazioni di adiacenza



Verificare che cosa succede se si sceglie:

la 4-adiacenza per F e B

la 8-adiacenza per F e B

la 4-adiacenza per F e la 8-adiacenza per B

la 8-adiacenza per F e la 4-adiacenza per B

Distanze sulle immagini digitali

- La *distanza euclidea* tra due punti P(x,y) e Q(u,v) è definita come:

$$d_e(P,Q) = \sqrt{(x-u)^2 + (y-v)^2}$$

- Sulle immagini digitali sono definite anche altre distanze, "più semplici":
  - distanza *city block*
  - distanza *chessboard*

Distanza city block

E' definita come:

$$d_4(P,Q) = |x-u| + |y-v|$$

		2		
	2	1	2	
2	1	0	1	2
	2	1	2	
		2		

"Cerchio" identificato dai punti X tali che $d_4(P,X)<=2$

I punti a distanza 1 da P sono proprio i 4-vicini di P.

$d_4(P,Q)$ è uguale alla lunghezza del più breve 4-percorso da P a Q.

A.A. 2002/2003

Distanza chessboard

E' definita come:

$$d_8(P,Q) = \max(|x-u|,|y-v|)$$

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

"Cerchio" identificato dai punti X tali che d_8(P,X)<=2

I punti a distanza 1 da P sono proprio gli 8-vicini di P.

d_8(P,Q) è uguale alla lunghezza del più breve 8-percorso da P a Q.

Distanze sulle immagini digitali

- Si noti come tutte queste distanze siano *metriche.*
- Infatti, per tutte valgono le seguenti proprietà:
  - $d(P,Q) \geq 0$; $d(P,Q) = 0 \Leftrightarrow P = Q$
  - $d(P,Q) = d(Q,P)$
  - $d(P,R) \leq d(P,Q) + d(Q,R)$

Marcatura dei componenti connessi

- In numerose applicazioni si presenta il problema di marcare ogni componente connesso di un'immagine binaria con un'etichetta diversa (*component labeling*).
- La connessione si intende con riferimento alla relazione di adiacenza scelta.
- Ciò permette di individuare gli oggetti distinti presenti in un'immagine, operazione preliminare spesso necessaria nell'analisi e nell'interpretazione di immagini.

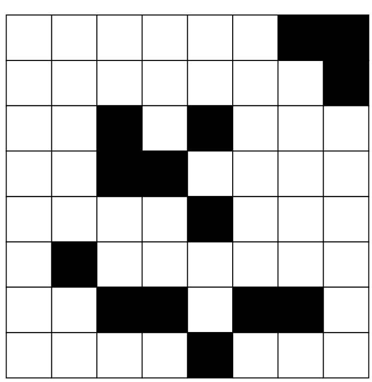
Algoritmo per la marcatura dei componenti connessi

- E' un algoritmo sequenziale che elabora l'immagine punto per punto procedendo dall'alto verso il basso e da sinistra verso destra.
- Per ogni punto in esame si accede a due righe dell'immagine: quella che contiene il punto e quella precedente. E' quindi necessario gestire in modo particolare i punti della prima riga.
- Una gestione simile deve essere assicurata anche per i punti della prima colonna

Algoritmo per la marcatura dei componenti connessi

- Per ogni $P \in I$, si verifica se $P \in F$.
- In questo caso, si controlla se uno dei suoi vicini già visitati è già stato marcato con un'etichetta R_i (i=1,2,..).
- Se questo non è verificato, viene assegnata a P l'etichetta col valore più basso non ancora assegnato.
- Se, invece, qualcuno dei vicini è già stato marcato con etichette $R_1,R_2,\ldots,R_k$, P viene marcato con l'etichetta $R_P=\min\{R_1,R_2,\ldots,R_k\}$ e in una tabella viene registrato che l'etichette $R_1,R_2,\ldots,R_k$ sono equivalenti perché si riferiscono allo stesso oggetto.

Algoritmo per la marcatura dei componenti connessi



Supponiamo di scegliere l'8-adiacenza per F. L'insieme dei vicini di P da considerare è:

A	**B**	**C**
D	**P**	

Algoritmo per la marcatura dei componenti connessi

Dopo la prima scansione

						1	1
							1
		2		3			
		2	2				4
				2			
	5						
		5	5		6	6	
				5			

Tabella delle equivalenze	
3	2
6	5

Algoritmo per la marcatura dei componenti connessi

Dopo l'aggiornamento delle etichette

						1	1
							1
		2		2			
		2	2				3
				2			
	4						
		4	4		4	4	
				4			

Nell'immagine sono presenti 4 componenti connessi, i cui punti sono identificati dalle diverse etichette

Francesco Tortorella

Teoria e Tecniche di Interpretazione delle Immagini

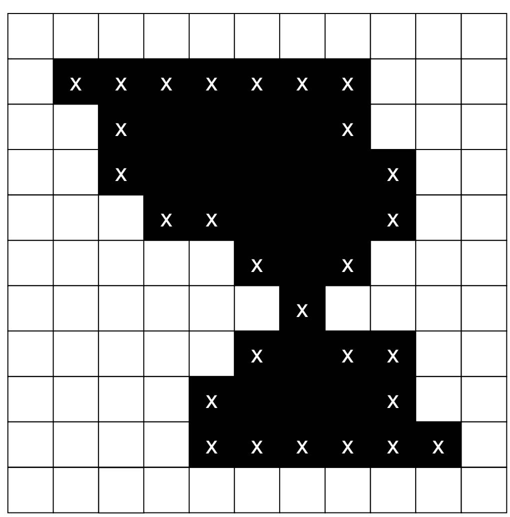
A.A. 2002/2003

Contorni

- Il contorno di un insieme T di punti di F è formato dall'insieme di punti di T che sono adiacenti a B.
- Possiamo quindi considerare il contorno come un insieme di curve chiuse.
- Ognuna di queste è determinata specificando un punto iniziale ed una sequenza di spostamenti lungo il contorno.
- I punti di T che non appartengono al contorno si dicono *punti interni*; il loro insieme forma l'*interno* (*core*) di T.

Contorni

Esempio di contorno di un componente connesso.



Contorni

Avere una rappresentazione del contorno può essere utile per:

- esigenze di rappresentazione
- esigenze di analisi
- esigenze di descrizione

Contorni

- Per individuare i punti di contorno all'interno di un'immagine è necessario tornare alla definizione.
- P è un punto di contorno se:
  - $P \in F$
  - esiste almeno un k-vicino di P appartenente a B.
- Quindi, il contorno dipende dalla scelta delle relazioni di adiacenza.

Contorni

Se si sceglie la 8-adiacenza per F e la 4-adiacenza per B, la condizione per essere un punto di contorno è:

$(P \in F)$ &&
$((P_N \in B) \,||\, (P_S \in B) \,||\, (P_E \in B) \,||\, (P_W \in B))$

dove:

	P_N	
P_W	P	P_E
	P_S	

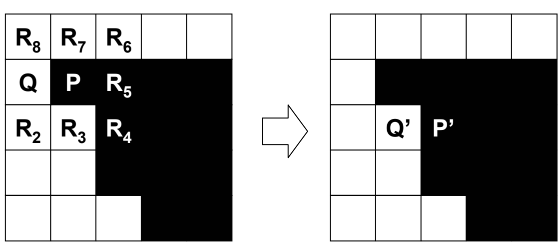
Algoritmo per l'inseguimento del contorno

- Dato un componente connesso S, è necessario un algoritmo che identifichi la sequenza di punti che ne costituisce il contorno.
- L'algoritmo parte da un punto P del contorno e individua passo passo i punti successivi, arrestandosi quando viene di nuovo raggiunto il punto di partenza.

Algoritmo per l'inseguimento del contorno

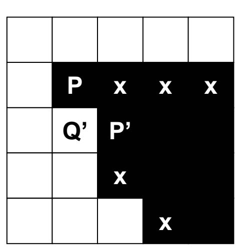
1. Siano P e Q un punto del contorno di S ed un punto del background 4-adiacente a P.
2. Viene inizializzata la lista dei punti del contorno: LC={P}.
3. Siano R_1=Q,R_2,R_3,…,R_8 gli 8-vicini di P ordinati in senso antiorario a partire da Q.
4. Sia R_i il primo degli R che appartiene a S; si ponga P'=R_i e Q'= R_{i-1}.
5. Sia U l'ultimo punto nella lista LC.
   IF la sequenza U-P' è già presente nella lista LC
   THEN stop
   ELSE LC=LC∪{P'}; P=P'; Q=Q'; GOTO 3

Algoritmo per l'inseguimento del contorno



passaggio da P a P'

P'=R_4
Q'=R_3



condizione di stop