

# La trasformata di Hough



## Trasformata di Hough



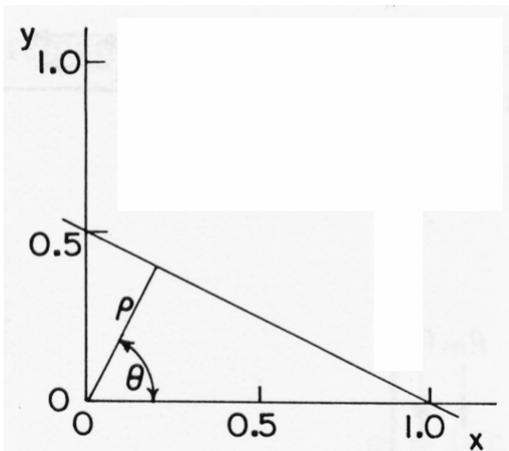
- E' una tecnica che permette di riconoscere particolari configurazioni di punti presenti nell'immagine, come segmenti, curve o altre forme prefissate.
- E' un tipico *operatore globale*.
- Il principio fondamentale è che la forma cercata può essere espressa tramite una funzione nota che fa uso di un insieme di parametri.
- Una particolare istanza della forma cercata è quindi completamente precisata dal valore assunto dall'insieme di parametri.

# Trasformata di Hough



- Per esempio, assumendo come rappresentazione della retta la forma  $y=ax+b$ , qualunque retta è completamente specificata dal valore dei parametri  $(a,b)$ .
- Se si assume un tipo di rappresentazione diversa, quale la forma normale di Hesse  $\rho = x \cos\vartheta + y \sin \vartheta$ , l'insieme di parametri varia di conseguenza; in questo caso la retta è completamente specificata dalla coppia  $(\rho, \vartheta)$ .

# Trasformata di Hough



La retta in figura è identificata dalla coppia:

$$(a,b)=(-0.5,0.5)$$

o dalla coppia:

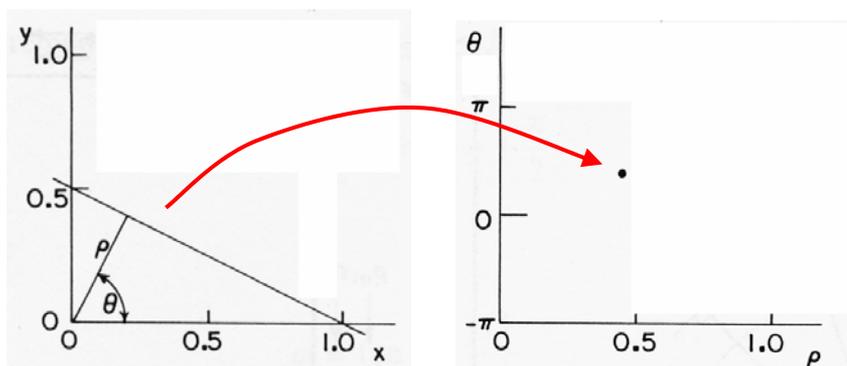
$$(\rho, \vartheta)=(0.447, 1.107)$$



## Trasformata di Hough

- Fissata la forma di interesse (p.es. il segmento di retta) e la sua rappresentazione (p.es. la forma di Hesse), è possibile considerare una trasformazione dal piano dell'immagine (su cui la forma è rappresentata) allo spazio dei parametri.
- In questo modo, una particolare istanza di retta viene rappresentata da un punto nello spazio dei parametri.

## Il piano trasformato





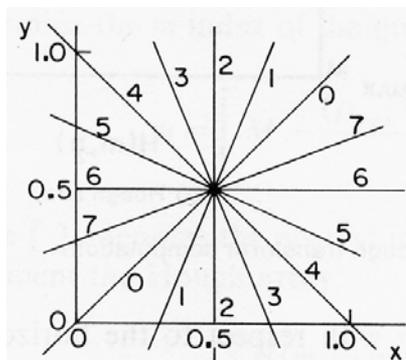
- Come poter sfruttare questa trasformata ai fini della individuazione di segmenti in un'immagine ?
- Nell'immagine in analisi, l'unica informazione disponibile è costituita dall'insieme di punti che appartiene al foreground.
- Qual è la trasformata di un punto nell'immagine ?

## Trasformata di un punto

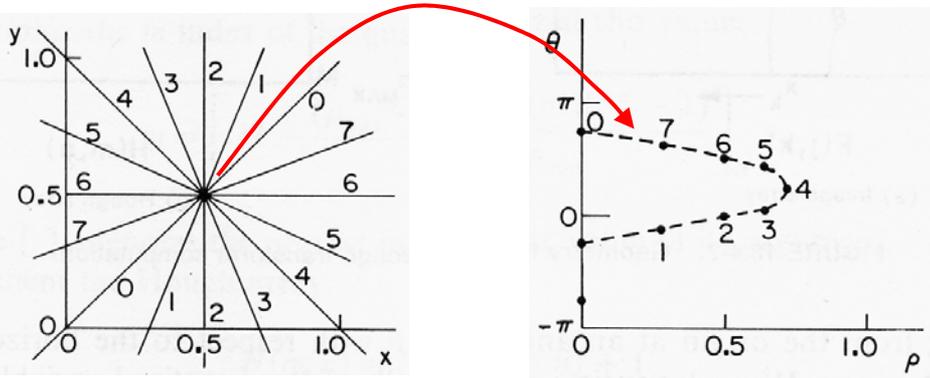


Nel piano dell'immagine, un punto è identificato dall'intersezione di più rette.

Quindi, ad ogni punto  $P$  corrisponde, nel piano dei parametri, la curva formata dai punti immagine delle rette passanti per  $P$ .



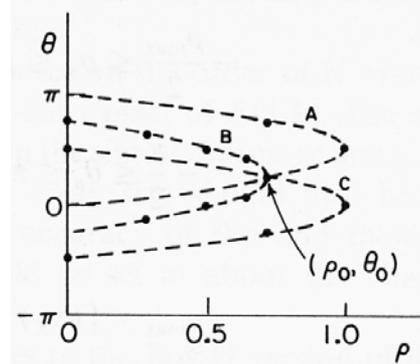
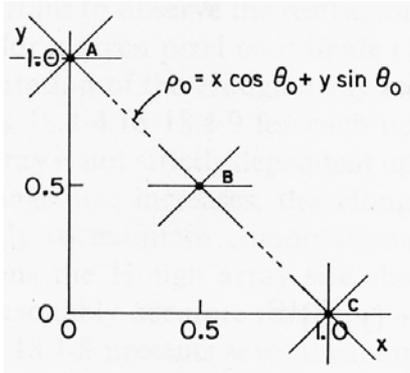
# Trasformata di un punto



- Che cosa succede se nell'immagine ci sono dei punti allineati su una stessa retta ?
- Sul piano dei parametri, le curve che corrispondono alle trasformazioni dei vari punti si intersecano in un punto del piano trasformato che è l'immagine della retta su cui giacciono i punti.



# Individuazione di una retta sul piano trasformato



Francesco Tortorella

Teoria e Tecniche di  
Interpretazione delle Immagini

A.A. 2002/2003

# Individuazione di una retta sul piano trasformato



- In questo modo, è possibile individuare i segmenti di retta presenti sull'immagine originale.
- L'approccio è robusto al rumore e ad eventuali interruzioni che dovessero essere presenti sul segmento nell'immagine.

Francesco Tortorella

Teoria e Tecniche di  
Interpretazione delle Immagini

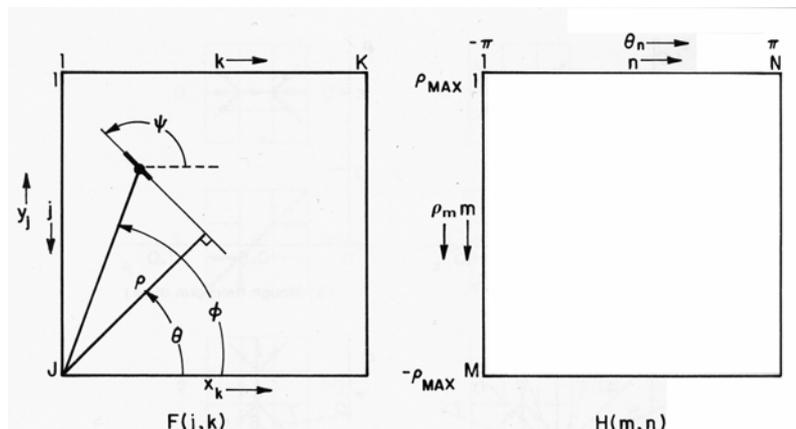
A.A. 2002/2003

# Implementazione della trasformata di Hough



- Si consideri una discretizzazione del piano dei parametri  $(\rho, \vartheta)$ . Ciò permette di rappresentare tale piano su una matrice  $H(m,n)$  i cui indici di riga e di colonna corrispondono ai valori quantizzati di  $\rho$  e  $\vartheta$ .
- Gli intervalli di variazione di  $\rho$  e  $\vartheta$  sono fissati sulla base delle caratteristiche dell'immagine originale.
- Tipicamente  $-\rho_{\max} \leq \rho \leq \rho_{\max}$ ,  $-\pi \leq \vartheta \leq \pi$ , dove  $\rho_{\max} = 0.5 * (NR^2 + NC^2)^{1/2}$  e  $(NR, NC)$  sono le dimensioni dell'immagine originale.
- Il numero dei livelli di quantizzazione va poi scelto in base all'accuratezza desiderata. Una scelta quasi sempre soddisfacente è  $\max(NR, NC)$ .

# Implementazione della trasformata di Hough

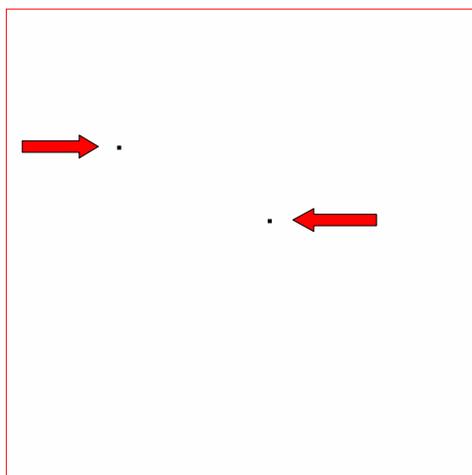




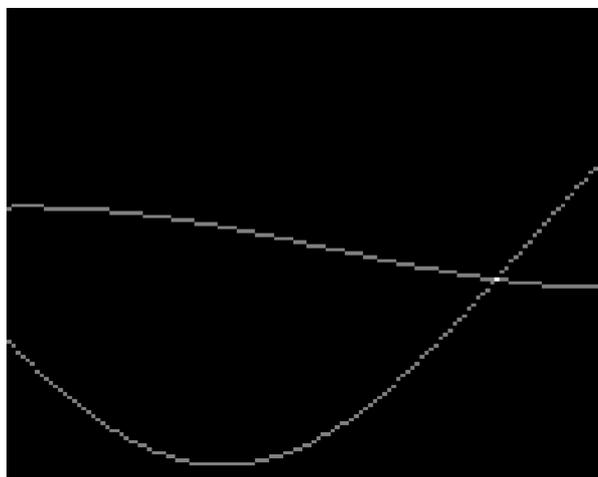
## Algoritmo

1. Si azzeri la matrice  $H(.,.)$ ;
2. Per ogni punto  $P \in F$ ,  $P=(x,y)$ 
  1. per  $\vartheta_n$  che varia tra  $-\pi$  e  $\pi$  con passo  $d\vartheta$ 
    1. si valuti  $\rho(n)=x*\cos(\vartheta_n)+y*\sin(\vartheta_n)$
    2. si ricavi l'indice  $m$  corrispondente a  $\rho(n)$
    3. si incrementi  $H(m,n)$
  2. end
3. end
4. Si individuino i massimi locali su  $H(.,.)$  corrispondenti ai parametri dei segmenti individuati

## Esempio: 2 punti – immagine originale



## Esempio: 2 punti – matrice di Hough 64x64

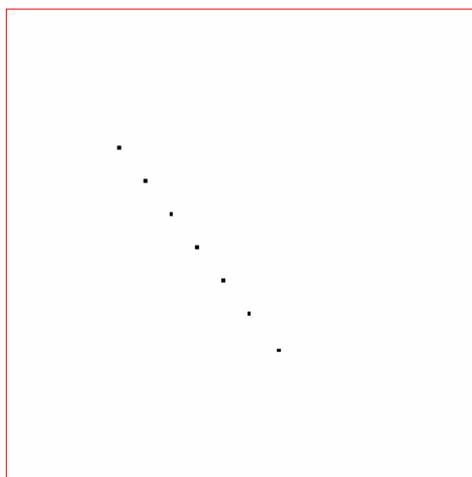


Francesco Tortorella

Teoria e Tecniche di  
Interpretazione delle Immagini

A.A. 2002/2003

## Esempio: punti allineati– immagine originale

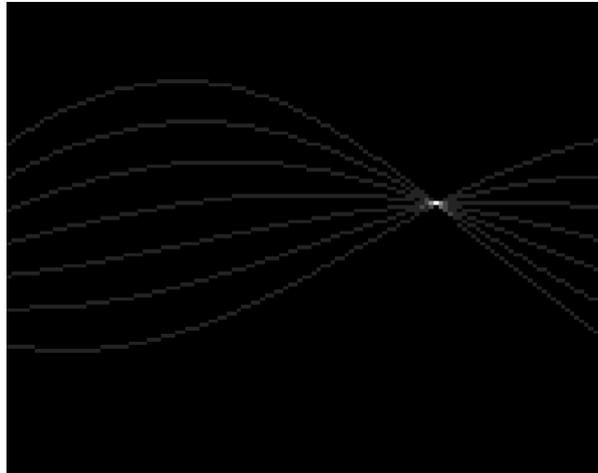


Francesco Tortorella

Teoria e Tecniche di  
Interpretazione delle Immagini

A.A. 2002/2003

## Esempio: punti allineati – matrice di Hough 64x64

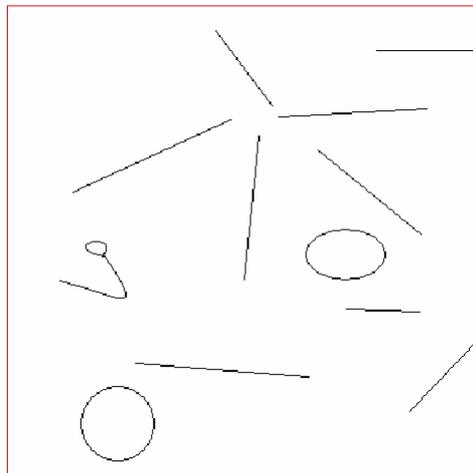


Francesco Tortorella

Teoria e Tecniche di  
Interpretazione delle Immagini

A.A. 2002/2003

## Esempio: immagine binaria 256x256

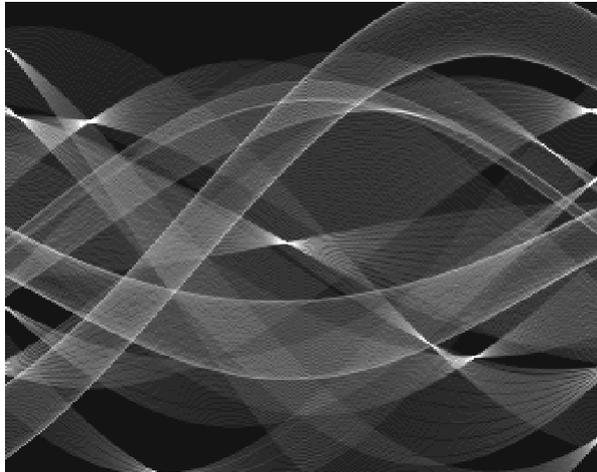


Francesco Tortorella

Teoria e Tecniche di  
Interpretazione delle Immagini

A.A. 2002/2003

# Esempio: matrice di Hough 256x256



Nota:

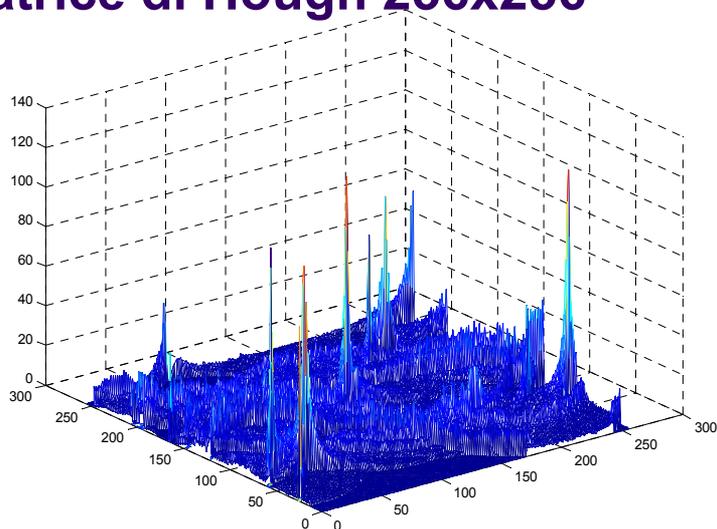
è stato fatto un  
contrast  
stretching della  
matrice  
originale per  
migliorare la  
visualizzazione

Francesco Tortorella

Teoria e Tecniche di  
Interpretazione delle Immagini

A.A. 2002/2003

# Esempio: matrice di Hough 256x256



Francesco Tortorella

Teoria e Tecniche di  
Interpretazione delle Immagini

A.A. 2002/2003

# Altre versioni della trasformata di Hough



- E' possibile utilizzare la trasformata di Hough per individuare cerchi, tenendo conto dell'equazione  $(x-a)^2+(y-b)^2=c^2$
- In questo caso è possibile lavorare su:
  - un piano dei parametri  $(a,b)$ , fissando il raggio  $c$  dei cerchi da individuare
  - uno spazio dei parametri  $(a,b,c)$ , facendo variare  $c$  in un intervallo finito.
- E' stata inoltre proposta (Ballard) una generalizzazione della trasformata di Hough che permette di individuare oggetti di forma qualunque.