

Estrazione dei bordi

L'algoritmo di Marr-Hildreth
L'algoritmo di Canny



Operatori per l'estrazione dei bordi (edge operators)



- Lo scopo di questi operatori è quello di generare un'*immagine dei bordi* (edge image): un'immagine in cui il livello di grigio di ogni punto è proporzionale alla pendenza ed all'ampiezza di un fronte di salita eventualmente presente in quel punto
- L'individuazione dei bordi costituisce spesso uno stadio preliminare dell'analisi di immagini o dell'estrazione delle caratteristiche per la classificazione.

Operatori per l'estrazione dei bordi (edge operators)

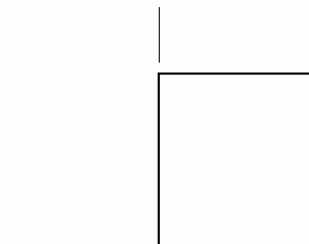


- Un esempio di operatori per l'estrazione dei bordi è dato dai filtri derivativi già visti (Roberts, Prewitt, Sobel)
- Altre tecniche sono fornite da algoritmi basati su modelli di bordo, quali:
 - l'algoritmo di Marr-Hildreth
 - l'algoritmo di Canny

Caratteristiche dei bordi

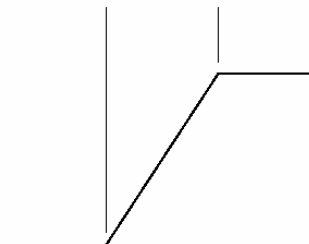


Model of an ideal digital edge



Gray-level profile of a horizontal line through the image

Model of a ramp digital edge

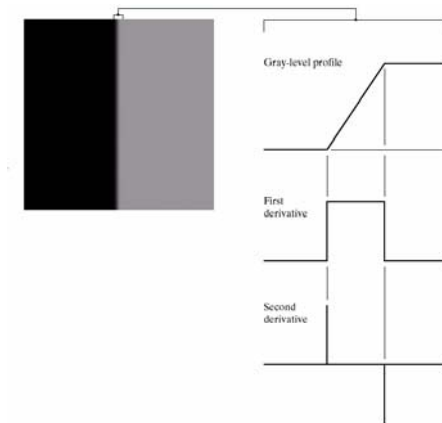


Gray-level profile of a horizontal line through the image

Risposta degli operatori derivativi ai bordi



- Gli operatori derivativi visti forniscono una risposta ben definita al bordo se questo ha un andamento a rampa



Risposta degli operatori derivativi ai bordi

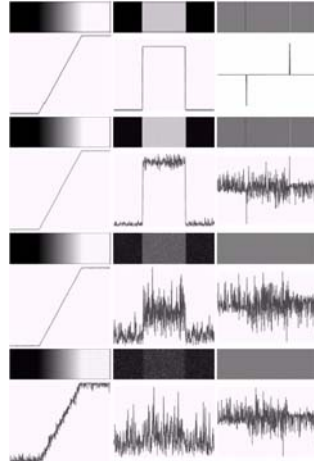


- Qual è il comportamento degli operatori derivativi rispetto ad un bordo ?
- Derivate del primo ordine:
 - Massimo locale del modulo del gradiente
 - Direzione del gradiente perpendicolare alla direzione del bordo
- Derivate del secondo ordine
 - Attraversamento dello zero da parte del laplaciano

$$\tan^{-1} \left(\frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{\frac{\partial f}{\partial x}} \right)$$

Effetto del rumore

- Il rumore presente sull'immagine rende estremamente difficile garantire il comportamento ideale degli operatori derivativi
- E' quindi necessario procedere ad una rimozione del rumore prima di applicare gli operatori derivativi



Il modello di Marr

- L'approccio di Marr è basato su uno studio dei meccanismi biologici della visione che potessero essere riprodotti su sistemi di calcolo
- In particolare, definisce come *primal sketch* la descrizione di più basso livello di una scena operata dal sistema di visione
- I bordi sono una componente importante del primal sketch



Il modello di Marr



I risultati della sua indagine possono essere riassunti in cinque punti principali:

1. Nelle immagini naturali, le caratteristiche di interesse si presentano a diversi livelli di dettaglio. Non è possibile utilizzare un unico operatore a tutte le scale; quindi si devono combinare i risultati di operatori applicati su scale diverse
2. E' necessario applicare una forma di media locale (smoothing) per eliminare dettagli di piccole dimensioni (dovuti per lo più a fenomeni ottici di tipo diffrattivo) che non sono funzionali alla descrizione della scena

Il modello di Marr



3. Il filtro gaussiano è il filtro di smoothing ottimale in quanto contiene le caratteristiche osservate in un sistema di visione biologico (smussato e localizzato nel dominio spaziale, smussato e di banda limitata nel dominio della frequenza)
4. In corrispondenza di un bordo (variazione di luminosità) si genera un picco nella derivata prima della luminosità e quindi un attraversamento dello zero (zero crossing) nella derivata seconda
5. Il laplaciano è l'operatore di ordine minimo adatto a questo scopo in quanto indipendente rispetto all'orientazione del bordo



Algoritmo di Marr-Hildreth

- I punti precedenti sono basati sullo studio dei sistemi di visione biologici o derivati matematicamente
- A partire da questi è possibile definire un algoritmo per l'estrazione dei bordi:
 1. filtraggio dell'immagine con un filtro gaussiano;
 2. calcolo del laplaciano dell'immagine risultato del passo 1;
 3. individuazione dei punti dell'immagine ottenuta nel passo 2 in cui c'è un attraversamento dello zero



Algoritmo di Marr-Hildreth

- Chiamiamo I l'immagine in ingresso e $G(x,y)$ il filtro gaussiano bidimensionale.
- Seguendo i passi prima descritti, dovremmo considerare la sequenza di operazioni:

$$\nabla^2(I * G(x, y))$$

dove $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ e $I * G(x, y)$ indica il

filtraggio di I con la gaussiana

Algoritmo di Marr-Hildreth



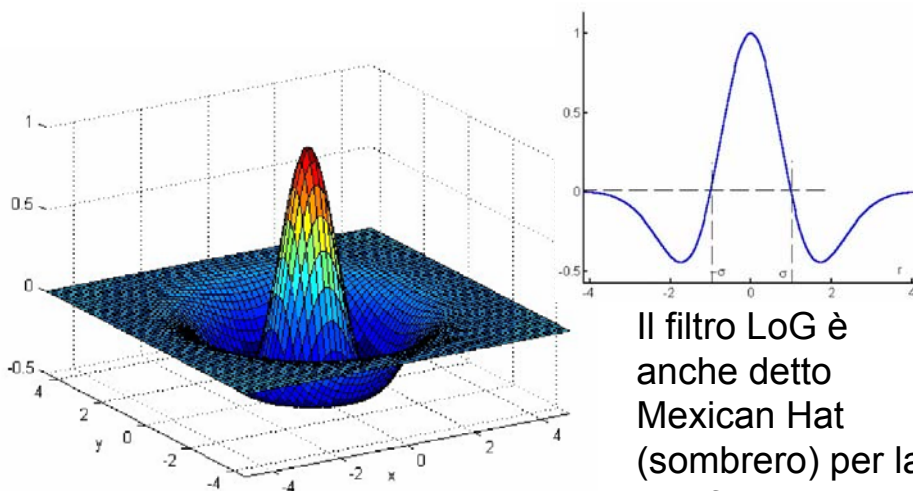
- In effetti, possiamo invertire l'ordine di applicazione degli operatori:

$$\nabla^2(I * G(x, y)) = I * (\nabla^2 G(x, y))$$

e considerare il risultato del filtraggio dell'immagine con il laplaciano della gaussiana (filtro LoG):

$$\nabla^2 G(x, y) = \frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{2\pi\sigma^6} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

Il filtro LoG

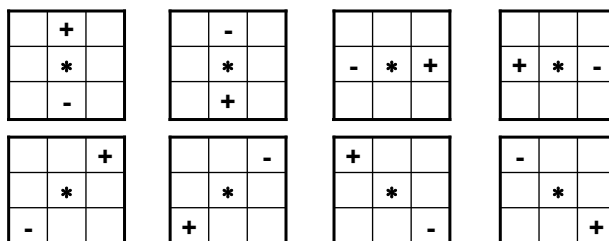


Il filtro LoG è anche detto Mexican Hat (sombbrero) per la sua forma



Ricerca degli zero crossing

- La ricerca degli zero crossing deve avvenire tenendo in considerazione il fatto che il bordo può essere disposto in una delle 8 direzioni possibili nel piano digitale.
- Quindi c'è uno zero crossing in presenza di una delle configurazioni seguenti:

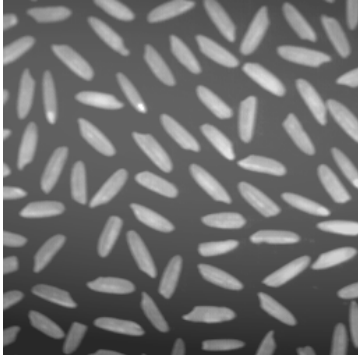


Ulteriori considerazioni

- La scelta di σ influisce sul tipo di dettaglio evidenziato
- Per avere risultati più affidabili, si possono valutare i filtraggi dell'immagine con filtri LoG a scale diverse (σ diversi), individuare gli zero crossing e combinare i risultati
- Per evitare effetti di troncamento, la maschera del filtro LoG deve avere dimensioni $W \times W$, con $W \geq 3c$ dove $c = 2\sqrt{2}\sigma$ è l'ampiezza del lobo centrale positivo del LoG. Un'altra formula a riguardo è $W = \text{ceil}(3\sigma) * 2 + 1$.

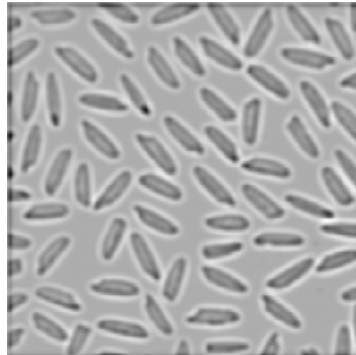
Algoritmo di Marr-Hildreth

Esempi



Uscita del filtraggio con
filtro laplaciano $\sigma=2$, $W=13$.

Livelli di grigio riscaldati

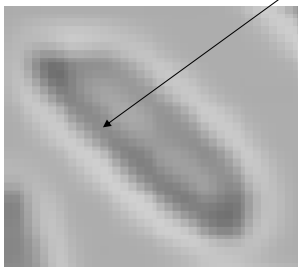


Algoritmo di Marr-Hildreth

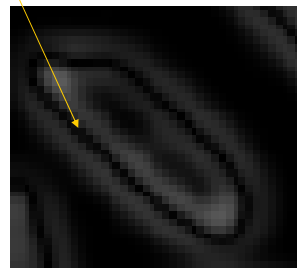
Esempi



zero crossing



LoG



abs(LoG)

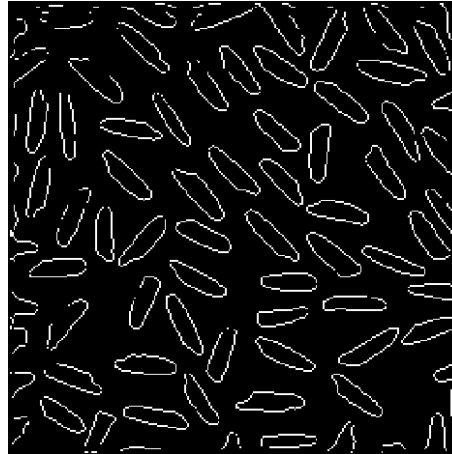
Algoritmo di Marr-Hildreth

Esempi



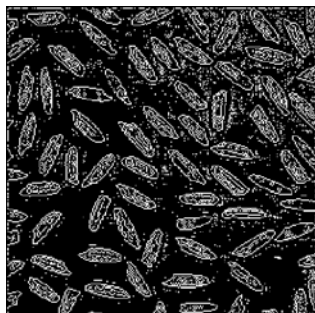
Immagine
dei bordi

$\sigma=2$



Algoritmo di Marr-Hildreth

dipendenza da σ

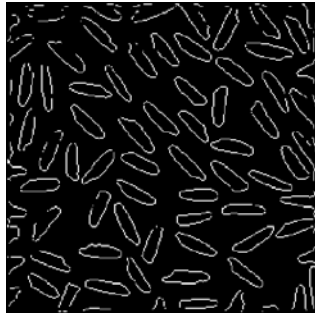


$\sigma=0.5$



$\sigma=1$

Algoritmo di Marr-Hildreth dipendenza da σ



$\sigma=2$



$\sigma=4$

Il metodo di Canny



- Il modello di bordo considerato è un fronte ripido monodimensionale $b(x)$ cui è aggiunto rumore Gaussiano bianco.
- Si assume che l'individuazione del bordo sia realizzata tramite una convoluzione con un filtro avente risposta impulsiva $h(x)$ antisimmetrica e nulla al di fuori di un intervallo $[-W, W]$.
- Un bordo è individuato da un massimo locale della convoluzione tra l'immagine ed il filtro.
- Il filtro è scelto sulla base di tre criteri di efficacia definiti da Canny.



Criteri di Canny

1. Buona capacità di individuazione:
l'operatore ha una bassa probabilità di non individuare un bordo reale (elevata sensibilità) ed una bassa probabilità di individuare falsi bordi (elevata specificità)
2. Buona capacità di localizzazione:
i punti evidenziati dall'operatore dovrebbero essere quanto più vicini possibile al centro del bordo reale
3. Unicità della risposta:
l'operatore dovrebbe fornire una sola risposta in corrispondenza di un bordo reale



Criteri di Canny

Matematicamente, i criteri precedenti si traducono nelle seguenti condizioni:

Criterio 1:

si massimizza il rapporto segnale/rumore, che è proporzionale a:

$$\frac{\int_{-W}^{+W} h(x) dx}{\int_{-W}^{+W} [h(x)]^2 dx}$$



Criteri di Canny

Criterio 2:

si minimizza la distanza del bordo individuato dal bordo effettivo; a tale scopo si stima il reciproco di tale distanza come:

$$\frac{h'(0)}{\int_{-W}^{+W} [h'(x)]^2 dx}$$



Criteri di Canny

Criterio 3:

La distanza x_m tra due picchi del gradiente, in presenza di solo rumore, è assunta uguale ad una frazione k della larghezza W del filtro

$$x_m = kW$$



Il filtro di Canny

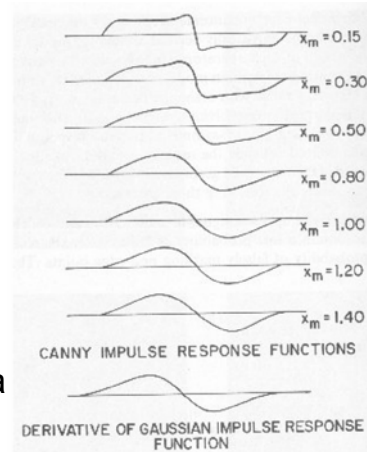
- Canny ha combinato i tre criteri, operando una massimizzazione del prodotto

$$\frac{\int_{-W}^0 h(x) dx}{\int_{-W}^{+W} [h(x)]^2 dx} \frac{h'(0)}{\int_{-W}^{+W} [h'(x)]^2 dx}$$

imponendo il vincolo proveniente dal criterio 3

Il filtro di Canny

- A causa della sua complessità, il problema è stato affrontato con approccio numerico
- A fianco sono presentate le risposte impulsive del filtro $h(x)$ per diversi valori di x_m .
- Si nota come, per x_m sufficientemente grande, $h(x)$ è ben approssimato dalla derivata di una gaussiana.





Il filtro di Canny

- Quindi il filtro da considerare è dato da:

$$\left(-\frac{x}{\sigma^2}\right) * G(x, \sigma) = \left(-\frac{x}{\sigma^2}\right) * \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

- Tale filtro va però considerato in due dimensioni
- In effetti, una convoluzione con una gaussiana bidimensionale può essere separata in due convoluzioni con gaussiane monodimensionali.



Il filtro di Canny

- Lo stesso discorso vale per la convoluzione con la derivata della gaussiana che può essere valutata tramite due convoluzioni separate con
 - G_x derivata della gaussiana nella direzione x
 - G_y derivata della gaussiana nella direzione y
- Si ottengono quindi due immagini risultato che forniscono le componenti nei due assi.



L'algoritmo di Canny

In definitiva, il metodo definito da Canny può essere realizzato con i seguenti passi:

1. si costruisce un filtro gaussiano G monodimensionale di dev. st. σ
2. si costruiscono i due filtri G_x e G_y , che costituiscono le due derivate di gaussiana
3. si convolve l'immagine di ingresso I con G lungo le righe (uscita I_x) e lungo le colonne (uscita I_y)
4. si convolve I_x con G_x (uscita I_x') e I_y con G_y (uscita I_y')
5. Le immagini I_x' e I_y' contengono le componenti sui due assi del gradiente di cui vanno cercati i massimi



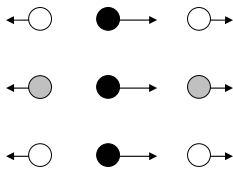
Ricerca dei massimi locali

- Al termine dell'elaborazione precedente va eseguito la ricerca dei massimi locali del gradiente
- Il semplice confronto con una soglia non porta a risultati soddisfacenti
- In effetti se un punto appartiene a un bordo, il valore del gradiente in esso è superiore ai valori dei vicini nella direzione del gradiente
- Se il punto in esame non verifica questa condizione, viene azzerato (*nonmaximum suppression*)

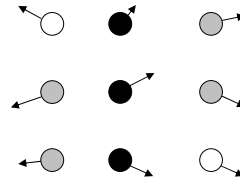


Ricerca dei massimi locali

- Per ogni punto bisogna quindi individuare la direzione del gradiente e confrontare il modulo del gradiente nel punto in esame con i valori dei vicini al punto e giacenti sulla direzione del gradiente



caso semplice
gradiente orizzontale

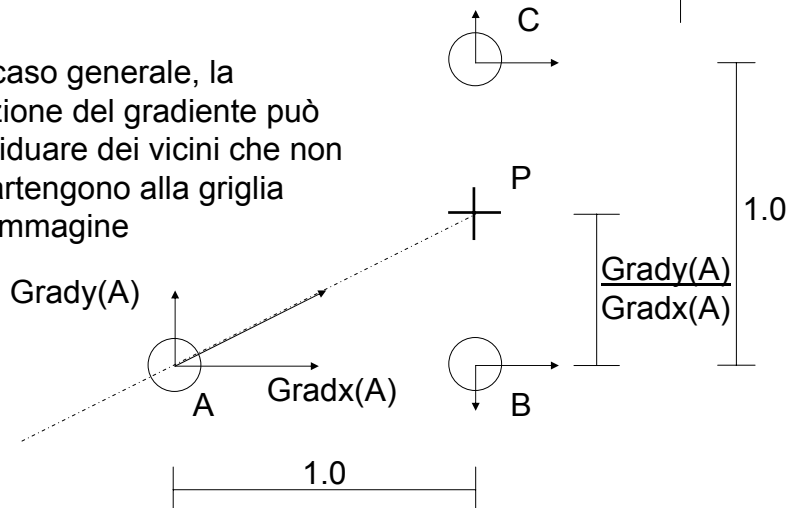


caso generale

Ricerca dei massimi locali



Nel caso generale, la direzione del gradiente può individuare dei vicini che non appartengono alla griglia dell'immagine





Ricerca dei massimi locali

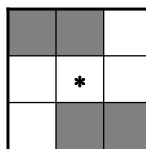
- Nel caso generale, per verificare se A è un massimo locale, bisogna confrontare il modulo del gradiente in A con il modulo del gradiente nel punto P e nel punto simmetrico a P rispetto ad A
- Per stimare il gradiente in P si suppone che l'andamento del gradiente tra pixel adiacenti possa essere interpolato linearmente:
$$\text{Grad}(P) \cong d * \text{Grad}(B) + (1-d) * \text{Grad}(C)$$

dove $d = \text{Grady}(A) / \text{Gradx}(A)$

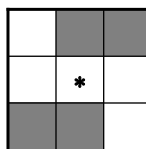


Ricerca dei massimi locali

$\text{Grady}(A) > \text{Gradx}(A)$
 $\text{Grady}(A) * \text{Gradx}(A) > 0$



$\text{Grady}(A) > \text{Gradx}(A)$
 $\text{Grady}(A) * \text{Gradx}(A) < 0$





Sogliatura con isteresi

- Al termine della fase di ricerca dei massimi locali, l'immagine risultante contiene valori a livelli di grigio che rappresentano possibili pixel di bordo
- C'è quindi bisogno di una sogliatura per decidere quali pixel rappresentino effettivamente un bordo
- Canny suggerisce una sogliatura con isteresi



Sogliatura con isteresi

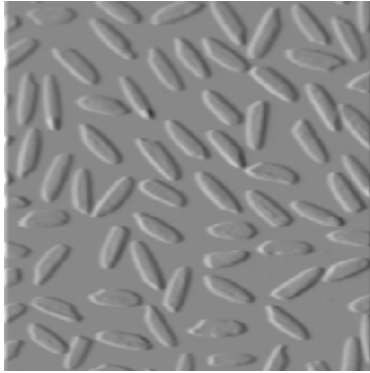
- Vengono definite due soglie $T_H > T_L$
- Ogni pixel avente livello di grigio $\geq T_H$ viene immediatamente marcato come pixel di bordo
- Vengono inoltre marcati come di bordo tutti i pixel connessi al primo e aventi livelli di grigio $\geq T_L$

Algoritmo di Canny

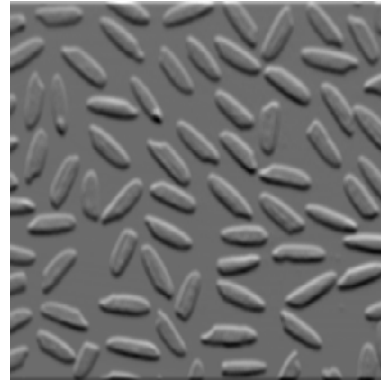
Esempi



Gaussiana con $\sigma = 1.0$



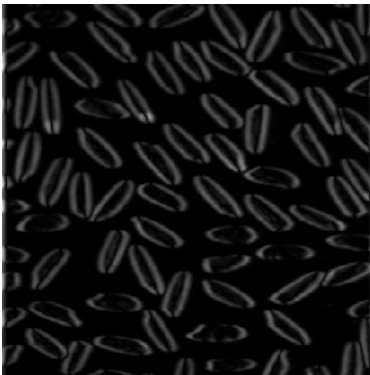
I'_x



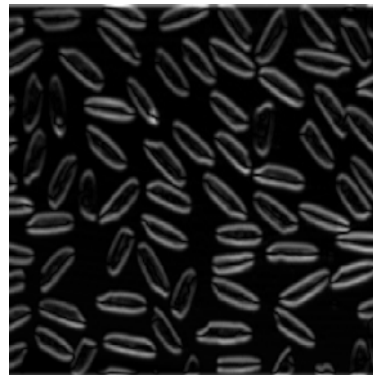
I'_y

Algoritmo di Canny

Esempi



$\text{abs}(I'_x)$



$\text{abs}(I'_y)$

Algoritmo di Canny

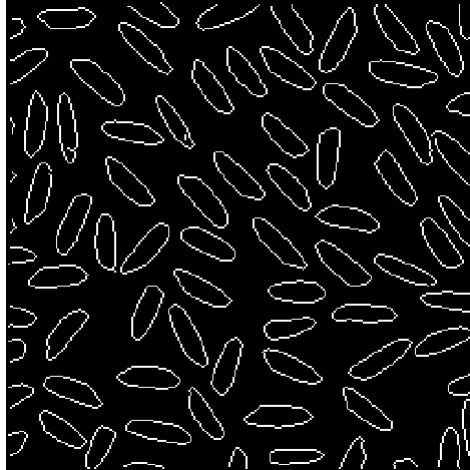
Esempi



Immagine dei
bordi dopo il
nonmaximum
suppression e la
soglia a
isteresi

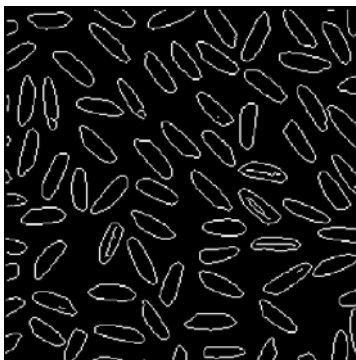
$T_L=0.0750$

$T_H=0.1875$

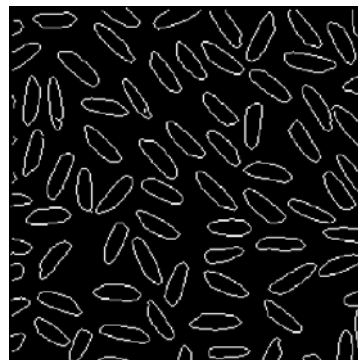


Algoritmo di Canny

dipendenza da σ



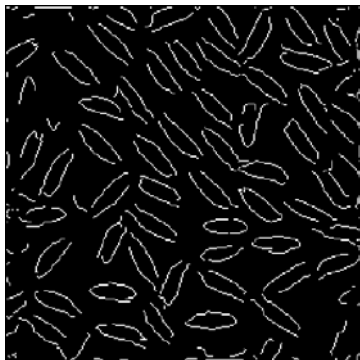
$\sigma=0.5$



$\sigma=1$

Algoritmo di Canny

dipendenza da σ



$\sigma=2$



$\sigma=4$