

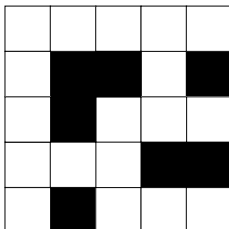
Elementi di geometria delle immagini digitali binarie

Adiacenza e connettività
Componenti connessi
Distanze
Contorni



Immagini digitali binarie

In un'immagine digitale binaria I , sono individuabili due sottoinsiemi disgiunti di pixel (chiamiamoli F e B), individuati dai due diversi valori che questi possono assumere



■ pixel $\in F$

□ pixel $\in B$

Sussistono le seguenti relazioni:

- $F = \bar{B}$
- $I = F \cup B$



Punti 4-vicini

Un punto $P=(x,y)$ appartenente ad un'immagine digitale binaria ha 4 punti vicini in orizzontale e in verticale

	$(x-1,y)$	
$(x,y-1)$	(x,y)	$(x,y+1)$
	$(x+1,y)$	

Tali punti si definiscono *4-vicini (4-neighbors)* di P e si dicono essere *4-adiacenti* a P .



Punti 8-vicini

Lo stesso punto $P=(x,y)$ ha altri 4 punti vicini disposti in diagonale

$(x-1,y-1)$	$(x-1,y)$	$(x-1,y+1)$
$(x,y-1)$	(x,y)	$(x,y+1)$
$(x+1,y-1)$	$(x+1,y)$	$(x+1,y+1)$

Gli 8 punti evidenziati si definiscono *8-vicini (8-neighbors)* di P e si dicono essere *8-adiacenti* a P .

Un punto 4-adiacente ad un punto P è anche 8-adiacente a P .

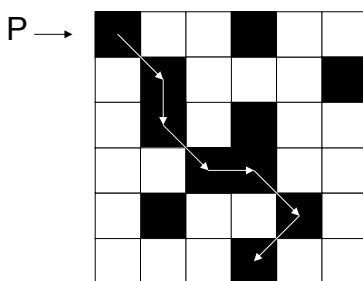


Connettività

- Un *percorso (path)* di lunghezza n da P a Q in I è una sequenza di punti $P=P_0, P_1, P_2, \dots, P_n=Q$ tale che P_i è un k -vicino di $P_{i-1} \forall i=1, \dots, n$
- A seconda del valore di k , si parla di *4-percorso* o di *8-percorso*
- Siano P e Q appartenenti ad uno stesso sottinsieme S di I (F o B). P si dice *k -connesso* a Q se esiste un k -percorso da P a Q formato interamente da punti appartenenti ad S .

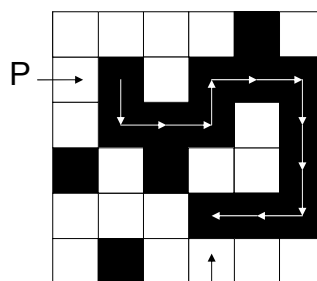


Connettività



Q

P è 8-connesso a Q



Q

P è 4-connesso a Q

Se P è 4-connesso a Q, allora è anche 8-connesso a Q

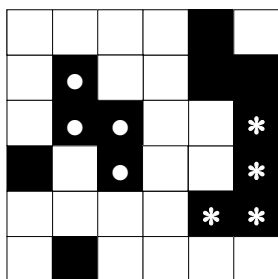


Componenti

- Un insieme T di punti di F (B) si dice *k-connesso* se
 $\forall P, Q \in T$ P è k -connesso a Q
- Un insieme T di punti di F (B) è un *k-componente* se:
 - T è un insieme k -connesso di F (B)
 - non esiste nessun punto $X \notin T$ che sia k -adiacente ad un punto appartenente a T



Componenti




 punti di T

T è un insieme 4-connesso

T è un insieme 8-connesso

T NON è un componente connesso

 punti di Z

Z è un insieme 4-connesso

Z è un 4-componente connesso

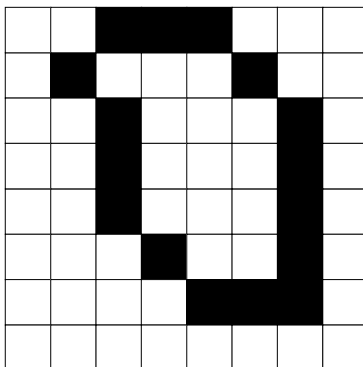
Z NON è un 8-componente connesso

Scelta delle relazioni di adiacenza



- E' necessario adottare differenti relazioni di adiacenza per i punti di F ed i punti di B
- In altre parole, se si adotta la 8(4)-adiacenza per F, bisogna adottare la 4(8)-adiacenza per B
- Lo scopo di questa (bizzarra) decisione è quello di evitare paradossi topologici.

Scelta delle relazioni di adiacenza



Verificare che cosa succede se si sceglie:

la 4-adiacenza per F e B

la 8-adiacenza per F e B

la 4-adiacenza per F e la 8-adiacenza per B

la 8-adiacenza per F e la 4-adiacenza per B



Distanze sulle immagini digitali

- La *distanza euclidea* tra due punti $P(x,y)$ e $Q(u,v)$ è definita come:

$$d_e(P,Q) = \sqrt{(x-u)^2 + (y-v)^2}$$

- Sulle immagini digitali sono definite anche altre distanze, “più semplici”:
 - distanza *city block*
 - distanza *chessboard*



Distanza city block

E' definita come:

$$d_4(P,Q) = |x-u| + |y-v|$$

		2		
	2	1	2	
2	1	0	1	2
	2	1	2	
		2		

“Cerchio” identificato dai punti X tali che $d_4(P,X) \leq 2$

I punti a distanza 1 da P sono proprio i 4-vicini di P .

$d_4(P,Q)$ è uguale alla lunghezza del più breve 4-percorso da P a Q .



Distanza chessboard

E' definita come:

$$d_8(P, Q) = \max(|x - u|, |y - v|)$$

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

“Cerchio” identificato dai punti X tali che $d_8(P, X) \leq 2$

I punti a distanza 1 da P sono proprio gli 8-vicini di P.

$d_8(P, Q)$ è uguale alla lunghezza del più breve 8-percorso da P a Q.



Distanze sulle immagini digitali

- Si noti come tutte queste distanze siano *metriche*.
- Infatti, per tutte valgono le seguenti proprietà:
 - $d(P, Q) \geq 0$; $d(P, Q) = 0 \Leftrightarrow P = Q$
 - $d(P, Q) = d(Q, P)$
 - $d(P, R) \leq d(P, Q) + d(Q, R)$

Marcatura dei componenti connessi



- In numerose applicazioni si presenta il problema di marcare ogni componente connesso di un'immagine binaria con un'etichetta diversa (*component labeling*).
- La connessione si intende con riferimento alla relazione di adiacenza scelta.
- Ciò permette di individuare gli oggetti distinti presenti in un'immagine, operazione preliminare spesso necessaria nell'analisi e nell'interpretazione di immagini.

Algoritmo per la marcatura dei componenti connessi



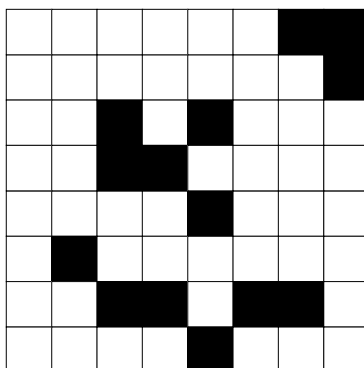
- E' un algoritmo sequenziale che elabora l'immagine punto per punto procedendo dall'alto verso il basso e da sinistra verso destra.
- Per ogni punto in esame si accede a due righe dell'immagine: quella che contiene il punto e quella precedente. E' quindi necessario gestire in modo particolare i punti della prima riga.
- Una gestione simile deve essere assicurata anche per i punti della prima colonna

Algoritmo per la marcatura dei componenti connessi



- Per ogni $P \in I$, si verifica se $P \in F$.
- In questo caso, si controlla se uno dei suoi vicini già visitati è già stato marcato con un'etichetta R_i ($i=1,2,\dots$).
- Se questo non è verificato, viene assegnata a P l'etichetta col valore più basso non ancora assegnato.
- Se, invece, qualcuno dei vicini è già stato marcato con etichette R_1, R_2, \dots, R_k , P viene marcato con l'etichetta $R_P = \min\{R_1, R_2, \dots, R_k\}$ e in una tabella viene registrato che l'etichette R_1, R_2, \dots, R_k sono equivalenti perché si riferiscono allo stesso oggetto.

Algoritmo per la marcatura dei componenti connessi



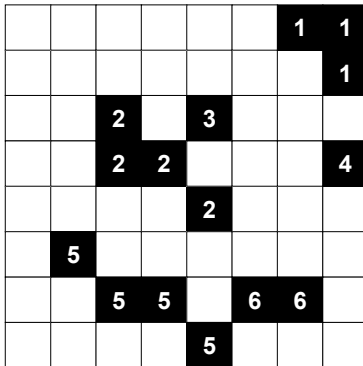
Supponiamo di scegliere l'8-adiacenza per F . L'insieme dei vicini di P da considerare è:

A	B	C
D	P	

Algoritmo per la marcatura dei componenti connessi



Dopo la prima scansione

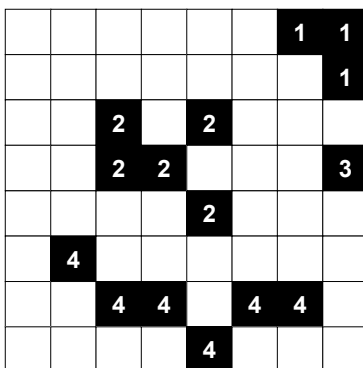


3	2
6	5

Algoritmo per la marcatura dei componenti connessi



Dopo l'aggiornamento delle etichette



Nell'immagine sono presenti 4 componenti connessi, i cui punti sono identificati dalle diverse etichette

Contorni

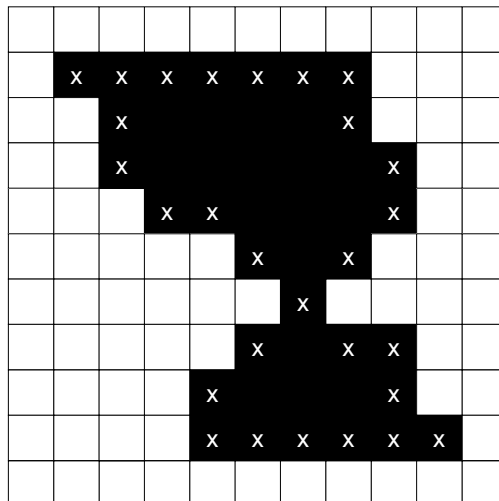


- Il contorno di un insieme T di punti di F è formato dall'insieme di punti di T che sono adiacenti a B .
- Possiamo quindi considerare il contorno come un insieme di curve chiuse.
- Ognuna di queste è determinata specificando un punto iniziale ed una sequenza di spostamenti lungo il contorno.
- I punti di T che non appartengono al contorno si dicono *punti interni*; il loro insieme forma l'*interno* (*core*) di T .

Contorni



Esempio di
contorno di un
componente
connesso.



Contorni



Avere una rappresentazione del contorno può essere utile per:

- esigenze di rappresentazione
- esigenze di analisi
- esigenze di descrizione

Contorni



- Per individuare i punti di contorno all'interno di un'immagine è necessario tornare alla definizione.
- P è un punto di contorno se:
 - $P \in F$
 - esiste almeno un k -vicino di P appartenente a B .
- Quindi, il contorno dipende dalla scelta delle relazioni di adiacenza.



Contorni

Se si sceglie la 8-adiacenza per F e la 4-adiacenza per B, la condizione per essere un punto di contorno è:

$$(P \in F) \ \&\& \ ((P_N \in B) \ || \ (P_S \in B) \ || \ (P_E \in B) \ || \ (P_W \in B))$$

dove:

	P_N	
P_W	P	P_E
	P_S	

Algoritmo per l'inseguimento del contorno



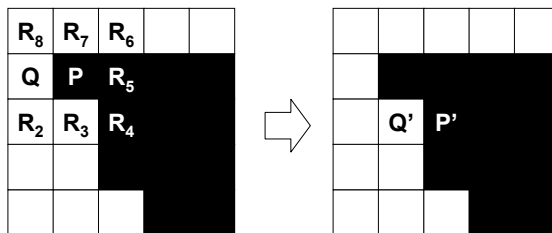
- Dato un componente connesso S, è necessario un algoritmo che identifichi la sequenza di punti che ne costituisce il contorno.
- L'algoritmo parte da un punto P del contorno e individua passo passo i punti successivi, arrestandosi quando viene di nuovo raggiunto il punto di partenza.

Algoritmo per l'inseguimento del contorno



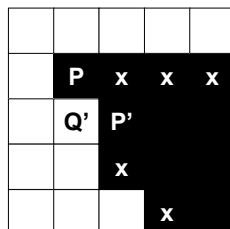
1. Siano P e Q un punto del contorno di S ed un punto del background 4-adiacente a P.
2. Viene inizializzata la lista dei punti del contorno: $LC=\{P\}$.
3. Siano $R_1=Q, R_2, R_3, \dots, R_8$ gli 8-vicini di P ordinati in senso antiorario a partire da Q.
4. Sia R_i il primo degli R che appartiene a S; si ponga $P'=R_i$ e $Q'=R_{i-1}$.
5. Sia U l'ultimo punto nella lista LC.
IF la sequenza U-P' è già presente nella lista LC
THEN stop
ELSE $LC=LC \cup \{P'\}$; $P=P'$; $Q=Q'$; GOTO 3

Algoritmo per l'inseguimento del contorno



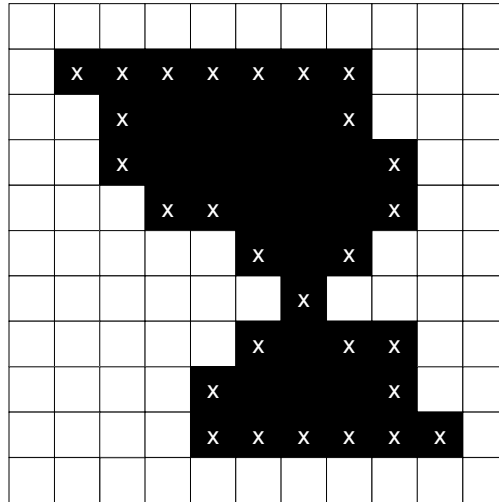
passaggio da P a P'

$P'=R_4$
 $Q'=R_3$



condizione di stop

Algoritmo per l'inseguimento del contorno



Francesco Tortorella

Teoria e Tecniche di
Interpretazione delle Immagini

A.A. 2003/2004