# Operatori locali su immagini digitali

Definizione degli operatori locali
Filtri di smoothing
Filtri di sharpening
Filtri derivativi

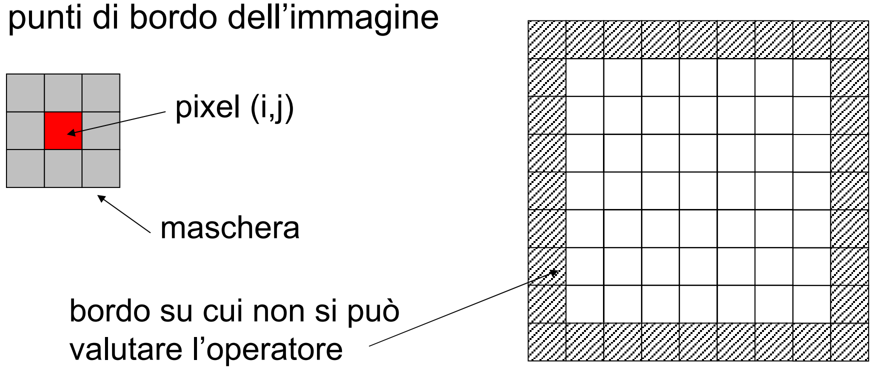
## Operatori locali

- Questi operatori sono usati per:
  - miglioramento della qualità di un'immagine (come per gli operatori puntuali)
  - estrazione di caratteristiche dell'immagine (immagine in ingresso → immagine delle caratteristiche)
- Il valore di uscita dell'operatore nel punto (i,j) dipende solo dai valori di ingresso in un vicinato del punto (i,j)
- Il vicinato è di solito definito in maniera simmetrica rispetto al punto
- Gli operatori locali possono essere di tipo lineare o non lineare

# Operatori locali

Di solito si individua l'intorno su cui si valuta l'operatore tramite una maschera.

Particolare attenzione va posta all'elaborazione sui punti di bordo dell'immagine




# Operatori locali

- L'effetto di bordo si può gestire in due modi diversi:
  - Si valuta l'operatore solo sui punti per cui è disponibile un vicinato al quale applicare la maschera. L'immagine risultante è quindi più piccola dell'originale.
  - Per ottenere un'immagine delle stesse dimensioni dell'originale si orla quest'ultima di una cornice di punti (di solito uguali a zero) che permette di applicare l'operatore anche sui punti di bordo.

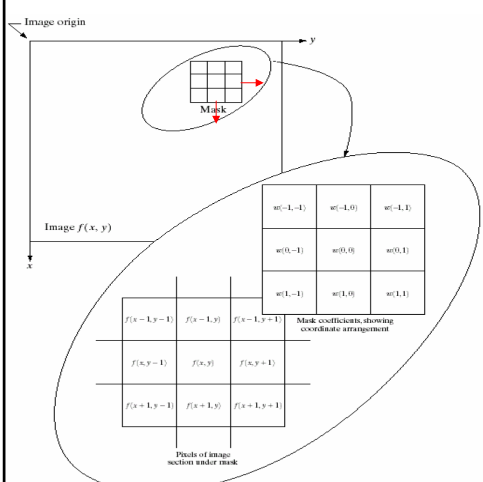
# Operatori locali

- Nei filtri lineari l'uscita è una combinazione lineare dei valori dei pixel di ingresso.
- I coefficienti della combinazione sono disposti su una sottoimmagine delle stesse dimensioni del vicinato del punto, in modo da corrispondere ai punti che vanno a pesare.
- La sottoimmagine viene definita maschera o filtro (filter, mask, kernel). Perciò si parla di *filtraggio spaziale*.

| | | |
|---|---|---|
| $w_{-1,-1}$ | $w_{-1,0}$ | $w_{-1,+1}$ |
| $w_{0,-1}$ | $w_{0,0}$ | $w_{0,+1}$ |
| $w_{+1,-1}$ | $w_{+1,0}$ | $w_{+1,+1}$ |

$$\begin{aligned} b(i,j) = \; & w_{-1,-1}\cdot a(i-1,j-1) + w_{-1,0}\cdot a(i-1,j) + w_{-1,+1}\cdot a(i-1,j+1) + \\ & w_{0,-1}\cdot a(i,j-1) + w_{0,0}\cdot a(i,j) + w_{0,+1}\cdot a(i,j+1) + \\ & w_{+1,-1}\cdot a(i+1,j-1) + w_{+1,0}\cdot a(i+1,j) + w_{+1,+1}\cdot a(i+1,j+1) \end{aligned}$$

# Operatori locali




- La valutazione di un operatore locale richiede che la maschera sia applicata su tutti i punti dell'immagine (convoluzione).

## Operatori locali

- Anche per i filtri non lineari, il valore risultante in un punto (i,j) dipende dal valore dei pixel nel vicinato di (i,j) definito tramite una maschera.
- La valutazione anche in questo caso richiede che la maschera “scorra” su tutta l’immagine
- Esempio di filtro non lineare:

$$b(i,j) = \max(a(i+h,j+k),\ h\in[-1,1],\ k\in[-1,1])$$

## Filtri di smoothing

- Sono filtri per il miglioramento della qualità dell’immagine
- Hanno l’effetto di diminuire il contrasto locale dell’immagine; sono usati per eliminare i dettagli inutili (blurring) o legati alla presenza di rumore (noise cleaning)

# Filtri di smoothing

Tipicamente, calcolano la media dei valori dei pixel in un intorno simmetrico (3x3, 5x5, 7x7,…)

1/9

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

1/25

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

# Filtri di smoothing

Sono utilizzate anche altre maschere che realizzano una media pesata (es. filtro gaussiano)

| | | |
|---|---|---|
| 0.0113 | 0.0838 | 0.0113 |
| 0.0838 | 0.6193 | 0.0838 |
| 0.0113 | 0.0838 | 0.0113 |

Discretizzazione su una maschera 3x3 di una gaussiana con media=0 e dev. standard=0.5

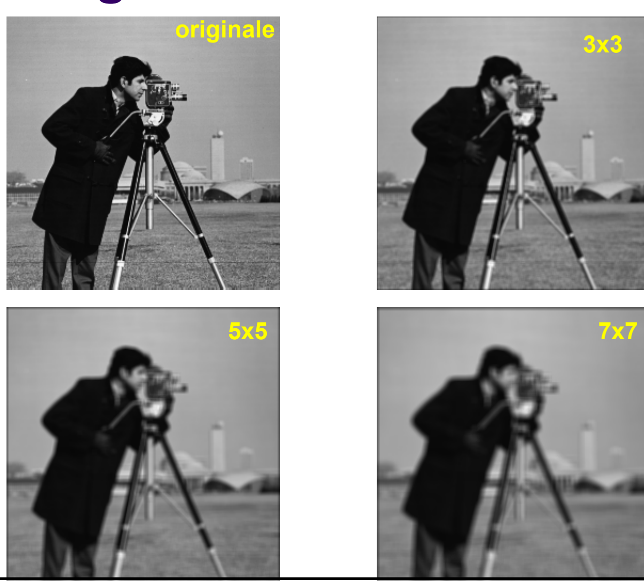
# Caratteristiche dei filtri di smoothing

- Se l'immagine risultante è destinata alla visualizzazione, i valori dei suoi pixel devono restare entro la gamma dei livelli di grigio rappresentabili (es. 0-255)
- A questo scopo, i coefficienti del filtro devono soddisfare alcune condizioni:

$$w_i \geq 0 \quad \forall i \qquad \sum_i w_i = 1$$

- A queste condizioni, una zona a valore di grigio costante entro la maschera del filtro resta immutata dopo il filtraggio e l'effetto del filtro resta limitato ai dettagli dell'immagine (zone ad alta freq. spaziale)

# Blurring



# Blurring


# Noise cleaning

- Consideriamo due tipi principali di rumore
  - rumore impulsivo, detto anche “sale e pepe” (*salt & pepper*). Viene caratterizzato dalla frazione (in %) dell’immagine modificata.
  - rumore gaussiano bianco. Viene caratterizzato dalla media e dalla varianza.

# Rumore salt & pepper



# Noise Cleaning

In questo caso, i filtri di media non danno buoni risultati

Filtro di media 3x3


# Noise Cleaning

Filtro di media 5x5



# Noise Cleaning

- Una tecnica alternativa è quella di usare un filtro mediano
- E' un filtro non lineare che fornisce in uscita il valore mediano dell'intorno del pixel
- Esempio:

| | | |
|---|---|---|
| 7 | 10 | 12 |
| 6 | 38 | 11 |
| 9 | 11 | 6 |

6 6 7 9 10 11 11 12 38

valore mediano

# Noise Cleaning

Filtro mediano 3x3



# Noise Cleaning

Filtro mediano 5x5


## Rumore gaussiano

media=0  varianza=0.01

media=0  varianza=0.1

## Cleaning del rumore gaussiano

media=0  var=0.01

Filtro di media 3x3

Filtro mediano 3x3

# Cleaning del rumore gaussiano con filtro mediano

media=0  var=0.1

Filtro di media 3x3

Filtro mediano 3x3

# Cleaning del rumore gaussiano

media=0  var=0.01

Filtro di media 5x5

Filtro mediano 5x5

## Cleaning del rumore gaussiano con filtro mediano

media=0  var=0.1

Filtro di media 5x5

Filtro mediano 5x5

## Confronto filtro di media/filtro mediano

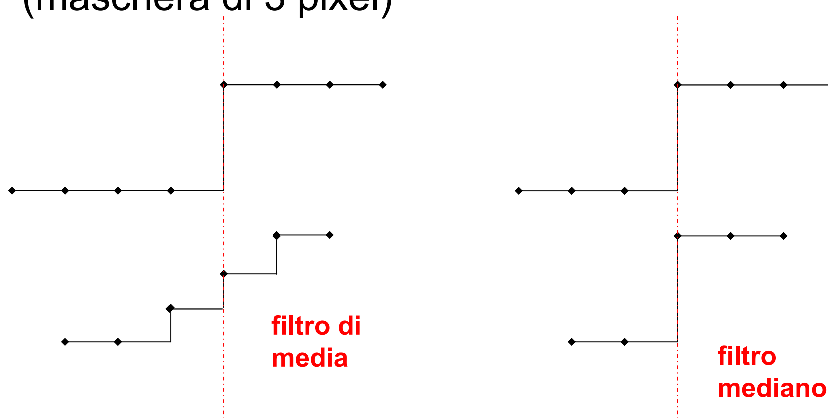
- Perché il filtro mediano ha un risultato mediamente migliore del filtro di media ?
- Consideriamo il comportamento dei due filtri rispetto
  - al rumore impulsivo
  - ad un fronte

## Confronto
## filtro di media/filtro mediano

Comportamento rispetto al rumore impulsivo
(maschera di 3 pixel)


## Confronto
## filtro di media/filtro mediano

Comportamento rispetto ad un fronte
(maschera di 3 pixel)



# Confronto
# filtro di media/filtro mediano

- Il filtro di media tende a creare nuovi livelli di grigio prima non esistenti.
- Inoltre, attenua non solo il rumore, ma anche tutte le alte frequenze spaziali in maniera indiscriminata, causando così sfocatura, perdita di dettaglio fine e smussatura dei fronti di salita nelle transizioni chiaro/scuro.
- Il filtro mediano non deteriora i fronti di salita, ma elimina i picchi con base sufficientemente piccola rispetto all'ampiezza della maschera

# Filtri di sharpening

- Lo scopo di questo tipo di filtri è di incrementare la nitidezza dell'immagine aumentando il contrasto locale.
- Di conseguenza, vengono enfatizzati i dettagli fini e le regioni di bordo, al contrario dei filtri di smoothing.
- In definitiva, tali filtri agiscono come filtri passa-alto rispetto alla frequenza spaziale

## Filtri di sharpening: implementazione

- Vengono realizzati tramite operazioni di differenziazione spaziale.
- L'ampiezza della risposta di un operatore differenziale è proporzionale al grado di discontinuità dell'immagine nel punto in cui l'operatore è applicato.
- La differenziazione dell'immagine enfatizza i bordi e altre discontinuità (rumore) e deenfatizza le aree con livelli di grigio lentamente variabili.

## Filtri di sharpening: implementazione

- Consideriamo filtri di sharpening basati su derivate di primo e secondo ordine.
- Come si realizza una derivata su un'immagine digitale ?
  - Tramite differenze
- Proprietà per la derivata di primo ordine:
  - Nulla su aree con livelli di grigio costanti
  - Non nulla all'attacco di un gradino o di una rampa a livelli di grigio
  - Non nulla lungo una rampa a livelli di grigio
- Proprietà per la derivata di secondo ordine:
  - Nulla su aree con livelli di grigio costanti
  - Non nulla all'attacco di un gradino o di una rampa a livelli di grigio
  - Nulla lungo una rampa a livelli di grigio di inclinazione costante

# Derivate sull'immagine digitale

Approssimazione per la derivata prima:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \cong f(x+1,y) - f(x,y)$$

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | -1 | 0 |
| 0 | +1 | 0 |

$$\frac{\partial f}{\partial y} \cong f(x,y+1) - f(x,y)$$

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | -1 | +1 |
| 0 | 0 | 0 |

# Derivate sull'immagine digitale

Approssimazione per la derivata seconda:

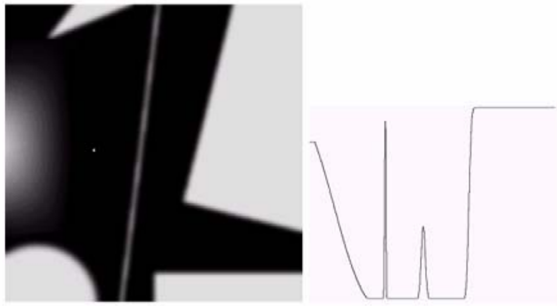
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cong f(x+1,y) - f(x,y) - \big(f(x,y) - f(x-1,y)\big) =$$
$$= f(x+1,y) + f(x-1,y) - 2f(x,y)$$

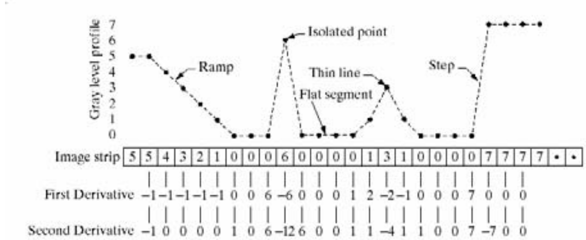
| | | |
|---|---|---|
| 0 | +1 | 0 |
| 0 | -2 | 0 |
| 0 | +1 | 0 |

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \cong f(x,y+1) - f(x,y) - \big(f(x,y) - f(x,y-1)\big) =$$
$$= f(x,y+1) + f(x,y-1) - 2f(x,y)$$

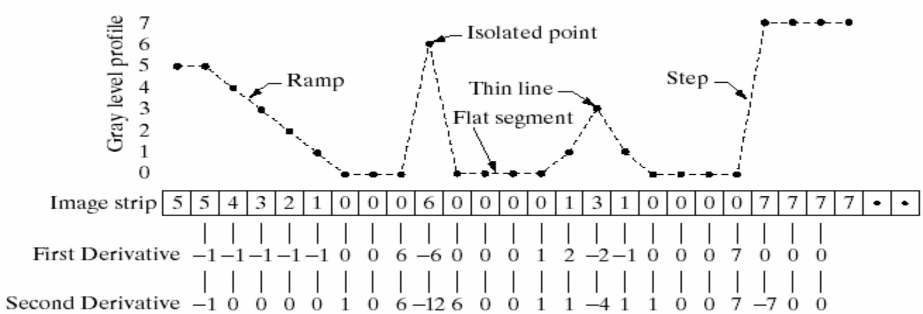
| | | |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| +1 | -2 | +1 |
| 0 | 0 | 0 |

# Derivate sull’immagine digitale






# Derivate sull’immagine digitale



## Il laplaciano

- Nel definire un operatore differenziale del secondo ordine, una caratteristica da garantire è che la risposta sia indipendente dalla direzione della discontinuità nell'immagine (operatore *isotropo*).
- L'operatore derivativo isotropo più semplice è il laplaciano:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

## Il laplaciano

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- L'implementazione del laplaciano per immagini digitali si realizza utilizzando le implementazioni delle derivate seconde

$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$

| | | |
|---|---|---|
| 0 | +1 | 0 |
| 0 | -2 | 0 |
| 0 | +1 | 0 |

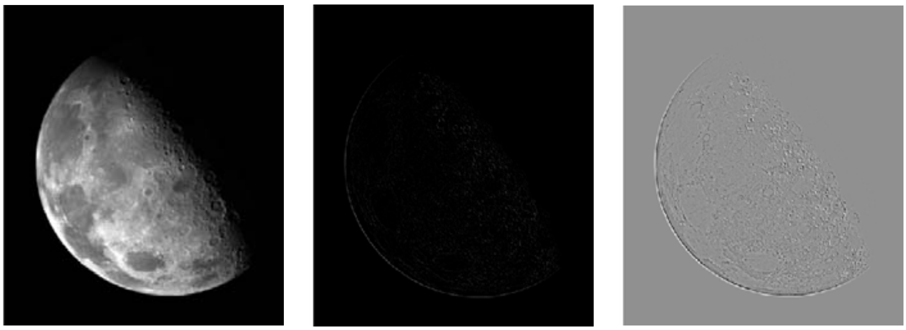
$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| +1 | -2 | +1 |
| 0 | 0 | 0 |

$\nabla^2 f$

| | | |
|---|---|---|
| 0 | +1 | 0 |
| +1 | -4 | +1 |
| 0 | +1 | 0 |

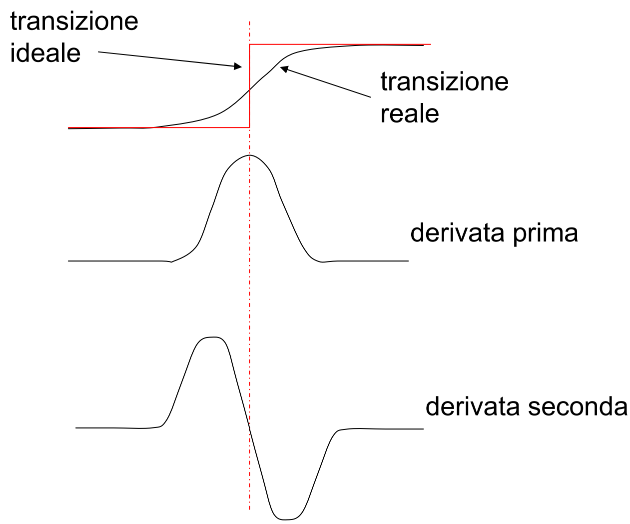
## Il laplaciano



## Filtri di sharpening realizzati tramite il laplaciano

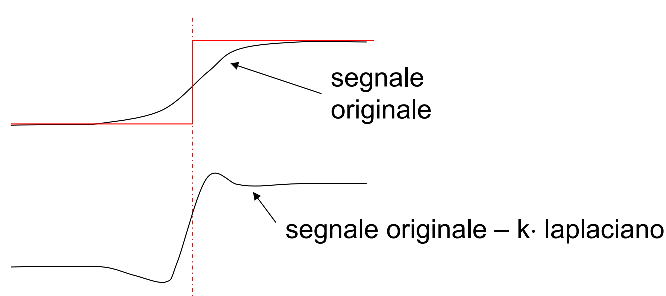
- In quanto operatore derivativo, il laplaciano enfatizza le zone di bordo e deenfatizza le zone a livelli di grigio lentamente variabili.
- Per ottenere l’immagine migliorata, è necessario combinare l’immagine originale con il laplaciano.

## Filtri di sharpening realizzati tramite il laplaciano




## Filtri di sharpening realizzati tramite il laplaciano

Il laplaciano può essere assunto come segnale correttivo da combinare con il segnale originale



## Filtri di sharpening realizzati tramite il laplaciano

$f(x,y)$

$\nabla^2 f(x,y)$

$f - \nabla^2 f$

## Filtri di sharpening realizzati tramite il laplaciano

Il filtro che si ottiene è quindi:

| | | |
|---|---|---|
| 0 | -1 | 0 |
| -1 | 5 | -1 |
| 0 | -1 | 0 |

Altri filtri utilizzati sono:

| | | |
|---|---|---|
| -1 | -1 | -1 |
| -1 | 9 | -1 |
| -1 | -1 | -1 |

| | | |
|---|---|---|
| 1 | -2 | 1 |
| -2 | 5 | -2 |
| 1 | -2 | 1 |

## Esempio

## Filtri derivativi del primo ordine

- Per implementare le derivate del primo ordine, un operatore utilizzato di frequente è il <u>gradiente</u> che rappresenta la derivata di una f(x,y) nella direzione di massima variazione.
- Il gradiente è definito come un vettore colonna:

$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

## Filtri derivativi del primo ordine

- Di fatto, non si usa il gradiente così come è definito, in quanto le derivate parziali non sono isotrope.
- Si considera invece il modulo del gradiente, anche se l'operatore risultante non è lineare

$$\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

## Filtri derivativi del primo ordine

- La valutazione del modulo del gradiente comporta un'elevata complessità computazionale.
- Per ridurre la complessità, si può approssimare il modulo con la somma dei valori assoluti delle componenti, anche se, a rigore, si perde l'isotropia dell'operatore

$$\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|$$

## Filtri derivativi del primo ordine

- Le due componenti possono essere valutate con le due maschere viste prima che approssimano le derivate del primo ordine
- Altre maschere sono state proposte da Roberts (agli albori dell'image Processing) e approssimano le derivate prime valutate su direzioni diagonali

| | |
|---|---|
| -1 | 0 |
| 0 | 1 |

| | |
|---|---|
| 0 | -1 |
| 1 | 0 |

Operatori di Roberts

## Filtri derivativi del primo ordine

- Esistono anche delle implementazioni con maschere 3x3, in cui è più chiaramente definito il punto al quale l'operatore è applicato.
- Implementazioni molto usate sono date da:
  - Operatori di Prewitt
  - Operatori di Sobel

# Filtri derivativi del primo ordine

- operatori di Prewitt

| | | |
|---|---|---|
| -1 | -1 | -1 |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

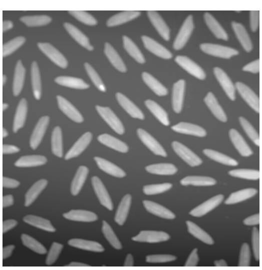
| | | |
|---|---|---|
| -1 | 0 | 1 |
| -1 | 0 | 1 |
| -1 | 0 | 1 |

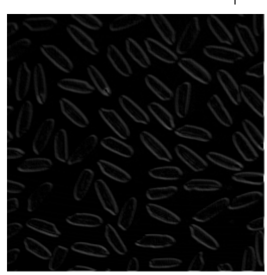
- operatori di Sobel

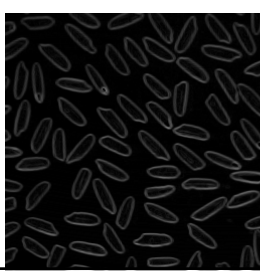
| | | |
|---|---|---|
| -1 | -2 | -1 |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| -1 | 0 | 1 |
| -2 | 0 | 2 |
| -1 | 0 | 1 |

# Operatori di Roberts



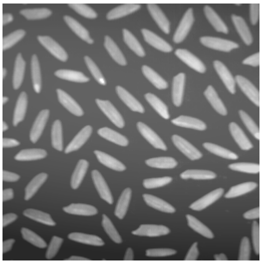
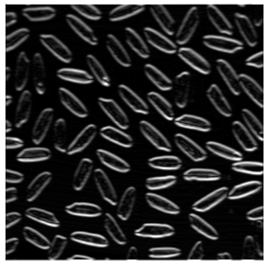
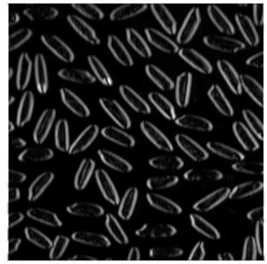
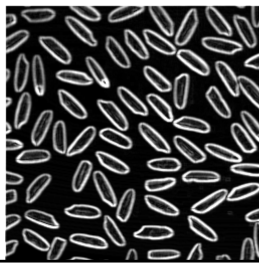




| | |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 0 | -1 |

| | |
|---|---|
| 0 | 1 |
| -1 | 0 |

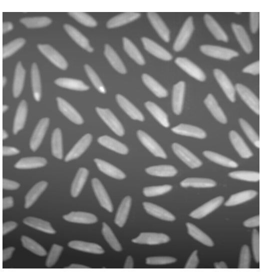
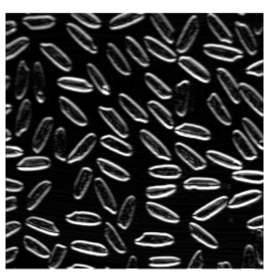
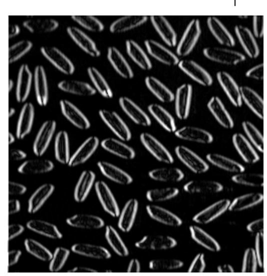
# Operatori di Prewitt

| | | |
|---|---|---|
| -1 | -1 | -1 |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| -1 | 0 | 1 |
| -1 | 0 | 1 |
| -1 | 0 | 1 |

# Operatori di Sobel


| | | |
|---|---|---|
| -1 | -2 | -1 |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| -1 | 0 | 1 |
| -2 | 0 | 2 |
| -1 | 0 | 1 |